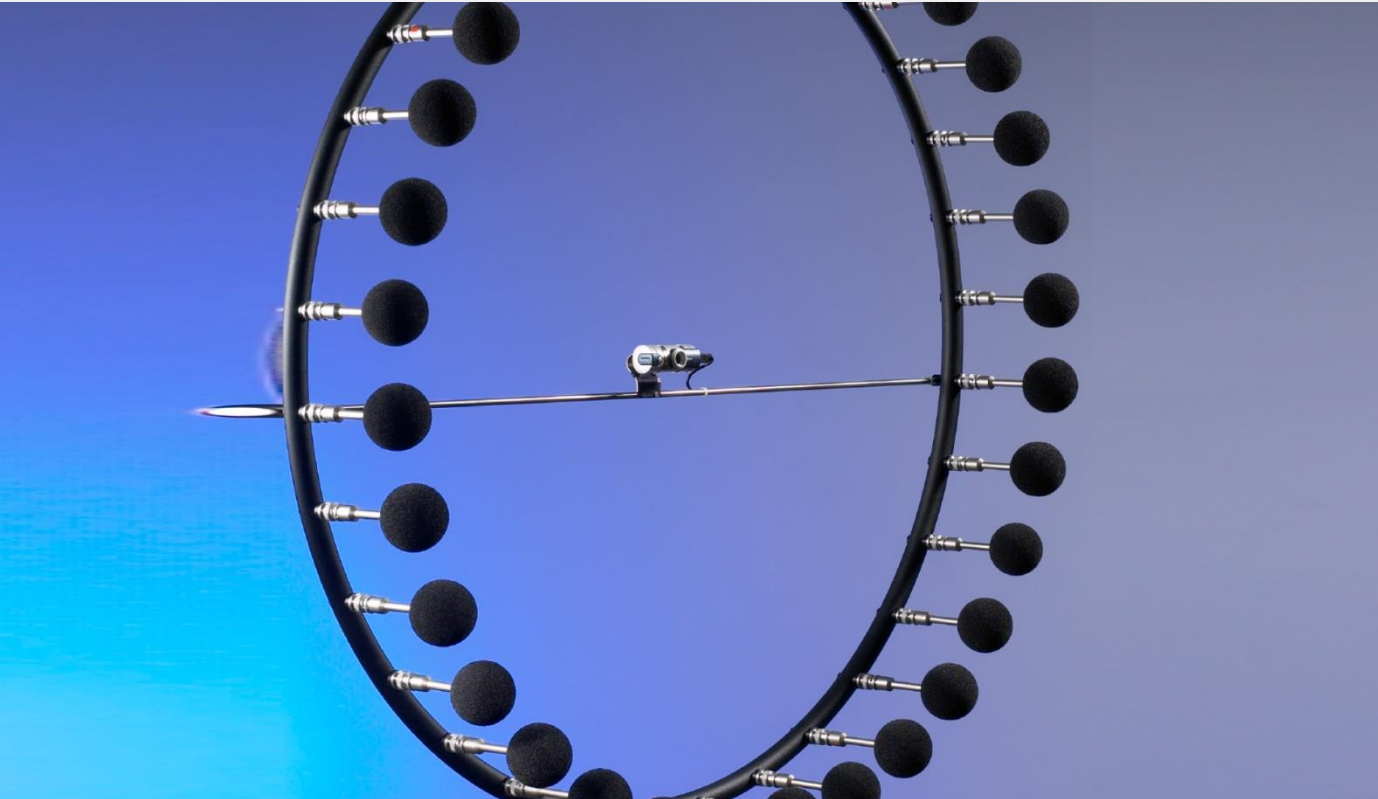




Hochschule Mittweida  
University of Applied Sciences  
Prof. Jörn Hübelt  
[joern.huebelt@hs-mittweida.de](mailto:joern.huebelt@hs-mittweida.de)  
+49 (0) 37 27 / 58 10 46



# Acoustical Machine Design



---

# Gliederung

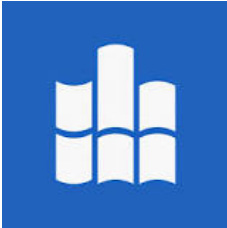
1. Einführung
2. Literaturempfehlungen
3. Kontinua
  1. Wellenarten
  2. Impedanz, Kraft und Schnelleanregung
  3. Stab
  4. Platte
    1. Biegewellenausbreitung
    2. Entdröhnung
    3. Abstrahlung (allg)
    4. Maschinenakustische Grundgleichung
5. Halbraum
  1. Tieffrequenter Lärm
  2. Erschütterung im Boden



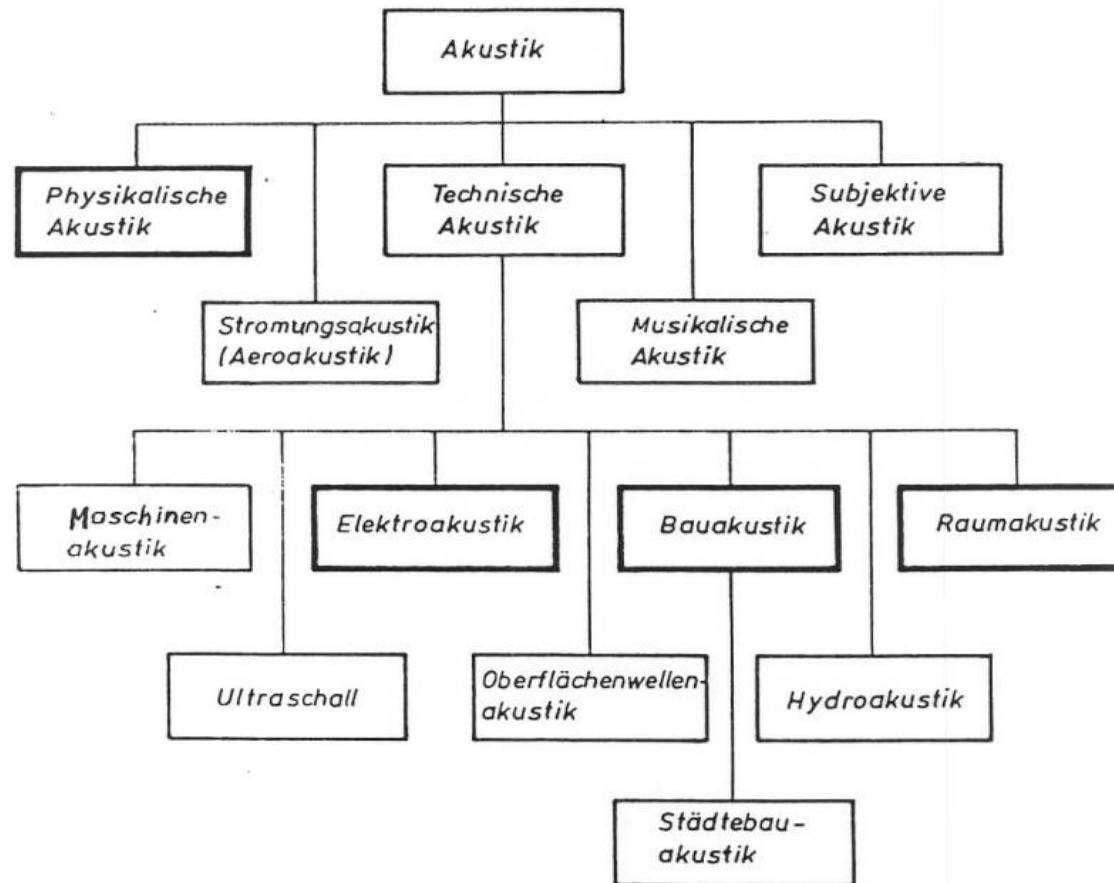
---

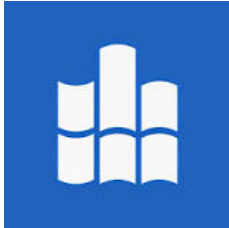
# Gliederung

4. Diskrete Systeme
  1. Grundlagen
  2. Schwingungsisolation mit Ein- und Zwei-Massen-Schwinger
  3. Schwingungstilger
  4. Torsionsschwinger
  5. Blockfundament
5. Strömungsakustik
  1. Überblick über die Strömungsakustik
  2. Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele
  3. Modellbildung
  4. Strahlärm
  5. Rotorlärm
  6. Maßnahmen zur Lärmbekämpfung



# Teilgebiete der Akustik





# Maschinen, Anlagen ... als Lärmquellen

Maschinen, Anlagen, Verkehrsmittel („Maschine“) = Lärmquelle, Umweltbelastung

## **Optimale akustische Gestaltung**

Notwendig bereits im Stadium der Auslegung, Konstruktion, Fertigung, Erprobung der Maschine - **Nicht als nachträgliche Maßnahme!**

## **Eine Maschine, die zu laut ist, ist kein fertig entwickeltes Produkt!**

Aspekte der Umweltbelastung

- immanenter Bestandteil des Entwicklungsauftrages
- Maschine erst dann vollleistungsfähig, wenn Lärmemission akzeptabel ist
- vorgeschriebene Grenzwerte werden eingehalten
- Für den Hersteller: Verantwortung als Verursacher einer lärmverseuchten Umwelt (Wohnbereich, Arbeitsbereich)



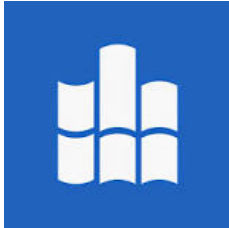
# Maschinen, Anlagen ... Verringerung der Quellemission

## Im technischen Bereich:

1. Primärer Schallschutz in bzw. an der Lärmquelle, z. B:
  - Einbau von leiseren Antriebsaggregaten in Kraftfahrzeuge
  - Einbau von leiseren Triebwerken in Flugzeuge
  - Aufbringen leiser Straßenbeläge ("Flüsterasphalt, offenporiger Asphalt")
2. Sekundärer Schallschutz direkt an der Lärmquelle, z. B:
  - Einsatz eines Schalldämpfers am Verbrennungsmotor eines Kfz
  - Schalldämmende Kapselung eines LKW-Dieselmotors

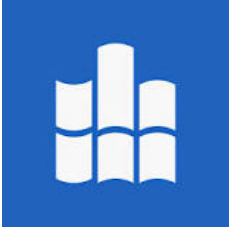
## Im planerischen und organisatorischen Bereich:

3. Beeinflussung des zeitlichen und örtlichen Einsatzes bzw. der Anordnung von Lärmquellen, z. B:
  - Bau von Umgehungsstraßen
  - zeitliche Verkehrsbeschränkungen (z.B. Nachtfahrverbot für LKW)
4. "Lärbewußtes" Verhalten, z.B.:
  - Nutzung des öffentlichen Nahverkehrs
  - Bessere Ausnutzung der Kraftfahrzeuge durch Mehrfachbesetzung



# Lärmwirkung

- 5 Millionen Menschen in Deutschland sind einem Lärmpegel von mehr als 85 dB(A) ausgesetzt und 12,5 Millionen einem Verkehrslärmpegel von über 65 dB(A) (BZGA, 2005)
- 20 % der EU-Bevölkerung leben in sog. „black spots“ mit Lärmbelastungen von mehr als 65 dB(A) am Tage, weitere 40 % in sog. „grey areas“ mit Lärmbelastungen zwischen 55 und 65 dB(A). (Commission of the European Communities, Brüssel)
- In Deutschland gibt es heute ca. 14 Millionen Hörbehinderte. (nach: Deutscher Schwerhörigenbund e. V., 2005)
- Lärmschwerhörigkeit: derzeit ca. 20% aller Fälle von Berufskrankheiten, ca. 12.500 angezeigte Fälle, ca. 1300 neue Fälle jährlich. (nach: Bundesanstalt für Arbeitsschutz, 2002)



## 2. Literaturempfehlungen

### Praktische Maschinenakustik

Grundlagen, Messtechnik, Berechnung,  
Beeinflussung

Ingenieure in der Produktion,  
insbesondere im Maschinenbau und der  
Fahrzeugtechnik

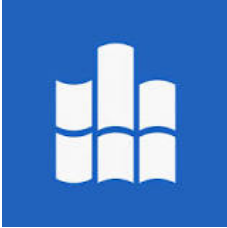


Kollmann, Franz G., Schösser, Thomas F.,  
Angert, Roland

2006, X, 363 S. 166 Abb., Geb.

ISBN: 978-3-540-20094-9





## 2. Literaturempfehlungen

### Maschinendynamik

Hans Dresig, Franz Holzweißig

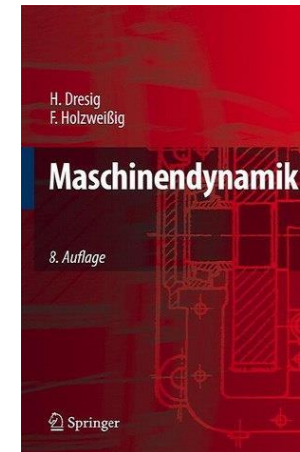
2007, 8., neubearb. Aufl., XII, 526 Seiten,  
237 Schwarz-Weiß-Abbildungen, Maße:  
23,5 cm, Kartoniert (TB), Deutsch

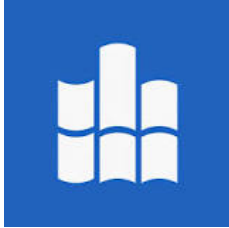
Unter Mitarb. v. Ludwig Rockhausen

Springer, Berlin

ISBN-10: 3540720324

ISBN-13: 9783540720324





# Literaturempfehlungen

## Ingenieurakustik

Physikalische Grundlagen und  
Anwendungsbeispiele

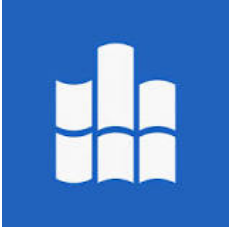
Henn, Hermann / Sinambari, Gh. Reza /  
Fallen, Manfred

Unter Mitarbeit von Erhard, Christoph.



4., überarb. u. erw. Aufl. 2008. XII, 459 S.  
Mit 319 Abb. u. 36 Tab. Br.

ISBN: 978-3-8348-0255-2



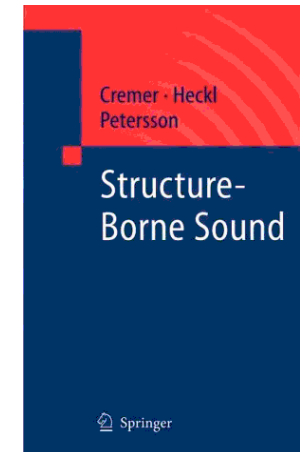
## 2. Literaturempfehlungen

### Structure-Borne Sound

Structural Vibrations and Sound  
Radiation at Audio Frequencies

*Cremer, L., Heckl, M., Petersson*

3rd ed., 2005, 607 Seiten (Springer,  
Berlin)



ISBN: 3-540-22696-6

Professor Dr.-Ing. Michael Möser  
TU Berlin  
Inst. für Strömungsmechanik und  
Technische Akustik  
Fachgebiete der Technischen Akustik  
Einsteinufer 25  
10587 Berlin  
Deutschland  
[moes0338@mailbox.tu-berlin.de](mailto:moes0338@mailbox.tu-berlin.de)

Professor Dr.-Ing. Wolfgang Kropp  
Chalmers University of Technology  
Dept. Applied Acoustics  
SE-412 96 Göteborg  
Sweden  
[wk@ta.chalmers.se](mailto:wk@ta.chalmers.se)



## 2. Literaturempfehlungen

### Taschenbuch der Technischen Akustik

Müller, Gerhard; Möser, Michael (Hrsg.)

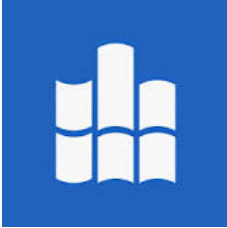
Entwicklungsingenieure (Maschinen- und Fahrzeugbau), Forscher und Studenten

Ursprünglich erschienen unter: Heckl, M.  
(Hgs)

3., erw. u. überarb. Aufl., 2004, XIX, 821  
S. 495 Abb., Geb.

ISBN: 978-3-540-41242-7





## 2. Literaturempfehlungen

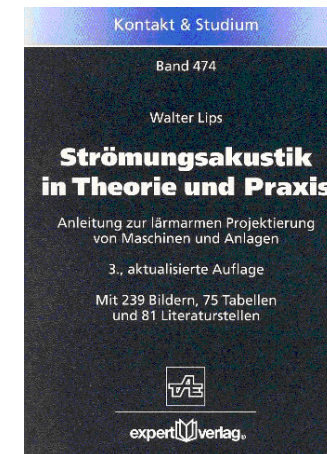
### Strömungsakustik in Theorie und Praxis

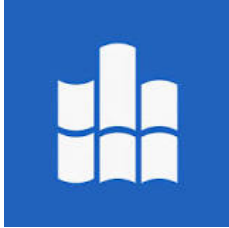
Lips, Walter

3. Aufl., 2001, Broschiert, 398 Seiten,

Expert-Verlag

ISBN: 3816920217





## 2. Literaturempfehlungen

### Signalanalyse und -erkennung

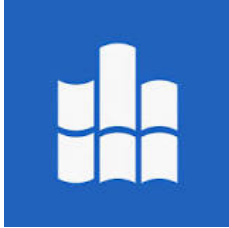
Eine Einführung für  
Informationstechniker  
Hoffmann, Rüdiger

1998, 422 Seiten, Softcover, Springer,  
Berlin

ISBN: 3-540-63443-6

Preis: EUR 39,95





## 2. Literaturempfehlungen

### Fundamentals of Acoustics

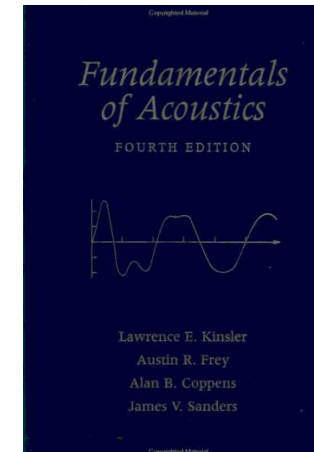
Kinsler, Lawrence E., Frey, Austin R.,  
Coppens, Alan B., Sanders, James V.

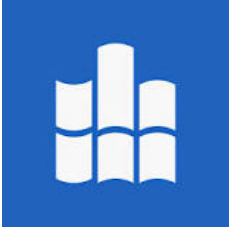
Sprache: Englisch

4. Auflage - Januar 2000

548 Seiten, Hardcover, John Wiley &  
Sons

ISBN 0-471-84789-5





## 2. Literaturempfehlungen

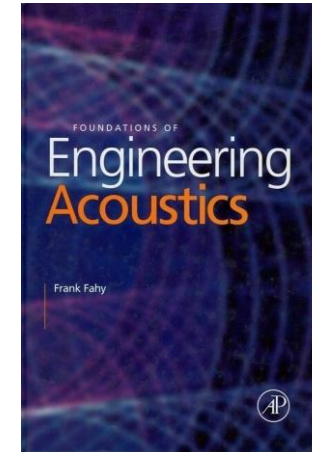
### Foundations of Engineering Acoustics

Fahy, Frank J.

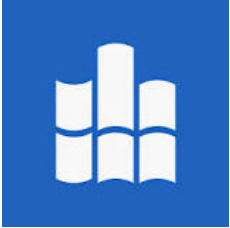
Sprache: Englisch

1. Auflage - Januar 2001  
443 Seiten, Academic Pr Inc

ISBN 9780122476655

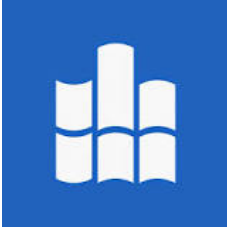






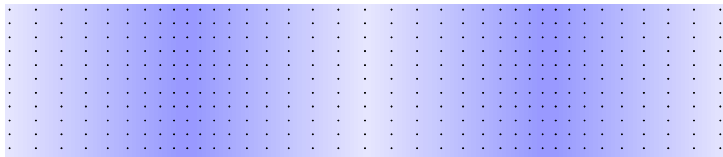
## 3. Kontinua - Schallausbreitung in elastischen Festkörpern

1. Wellenarten
2. Impedanz, Kraft und Schnelleanregung
3. Stab
4. Platte
  1. Biegewellenausbreitung
  2. Entdröhnung
  3. Abstrahlung (allg)
  4. Maschinenakustische Grundgleichung
5. Halbraum
  1. Tieffrequenter Lärm
  2. Erschütterung im Boden



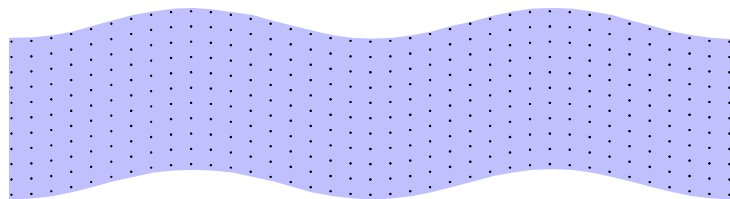
## 3.1 Wellenarten

### Grundtypen



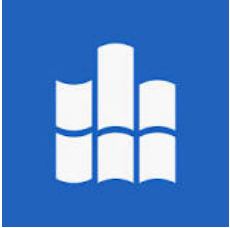
#### **Longitudinalwellen (Dichtewellen, L-Welle)**

Schwingung einer phys. Größe  
in Ausbreitungsrichtung

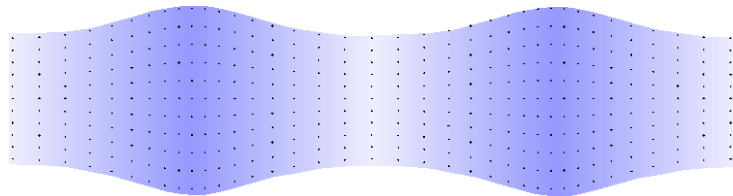


#### **Transversalwellen (Schubwellen, T-Welle)**

Schwingung einer phys. Größe  
senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

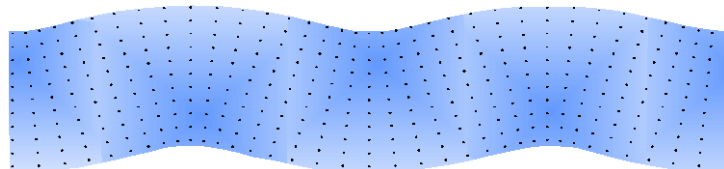


## 3.1 Wellenarten



### **quasi-longitudinale Wellen (Dehnwellen)**

- Longitudinalwelle mit Querkontraktion
- kleine Bauteilabmessung

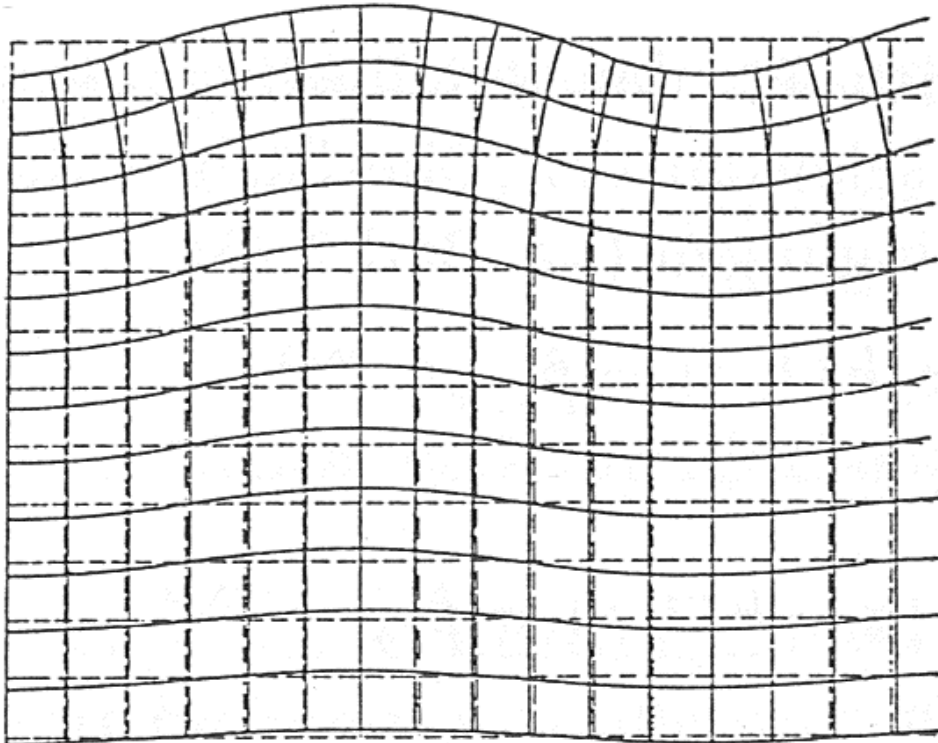


### **Biegewellen**

- Schwingung einer phys. Größe in und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
- Ebenen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung werden quer verschoben und zueinander geneigt
- Voraussetzung: Plattendicke klein zur Biegewellenlänge
- Überlagerung von zwei Rayleigh-Wellen an der Ober- und Unterseite einer Platte
- Wellenart mit größter Bedeutung für die Schallabstrahlung



## 3.1 Wellenarten

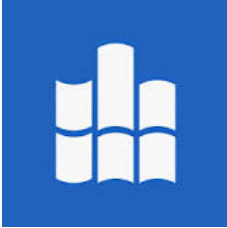


### Rayleigh-Welle

- longitudinale und transversale Bewegungsanteile
- Bewegungsamplitude nimmt in Richtung zum Körperinneren ab

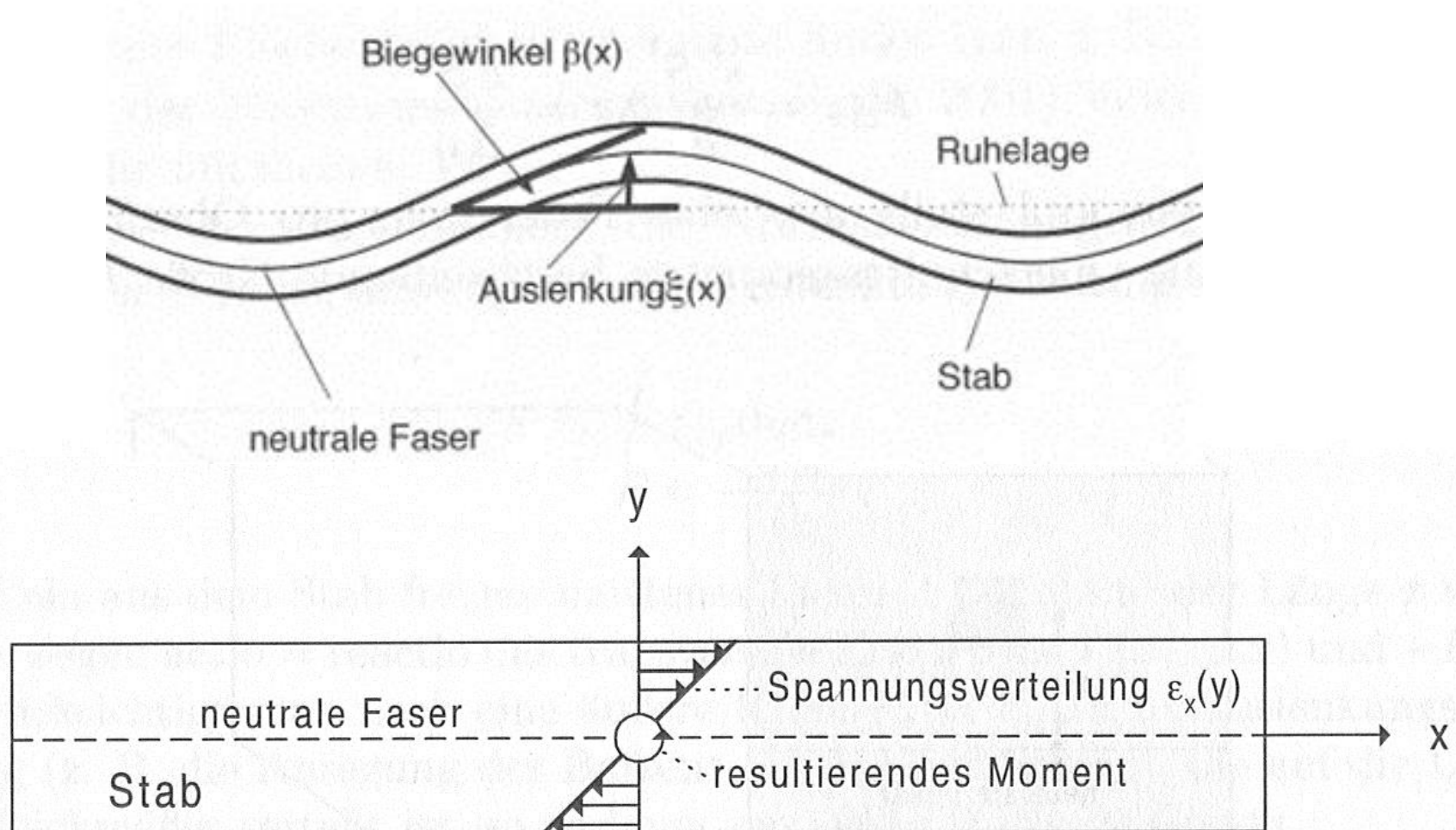
### Torsionswelle

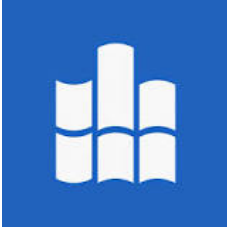
- Volumenelemente werden senkrecht zur Ausbreitungsrichtung verdreht



## 3.1 Wellenarten

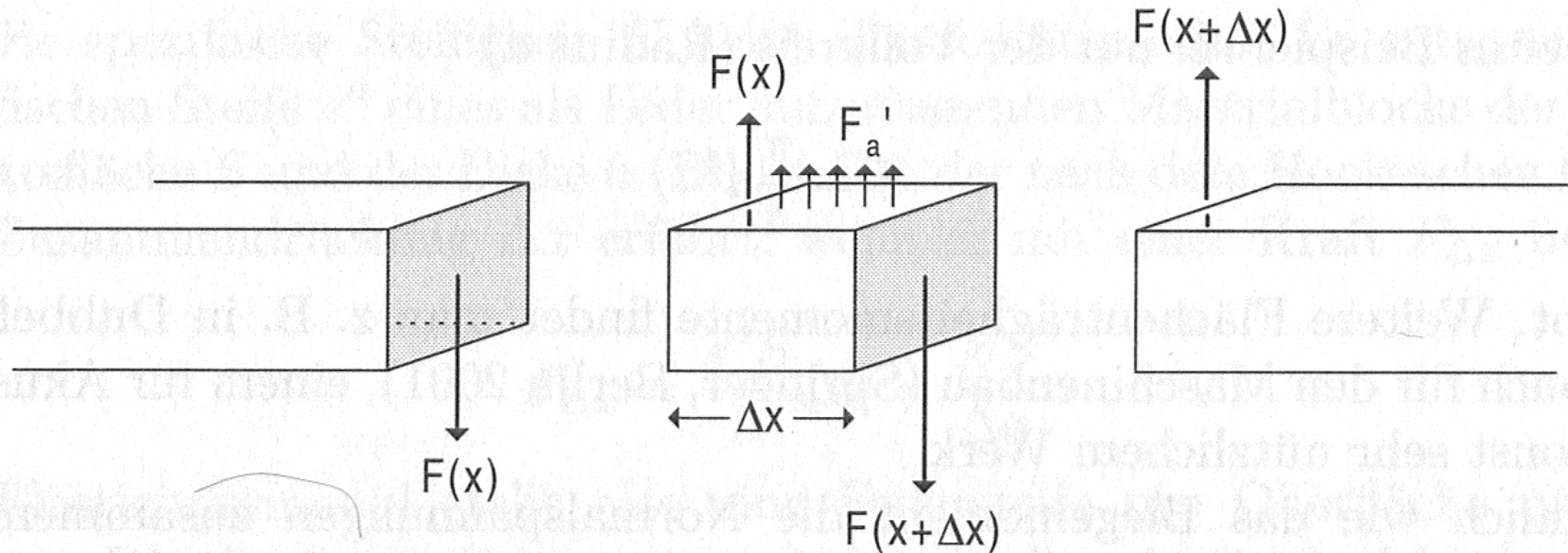
### Biegewellengleichung für Stäbe (Herleitung Tafel)



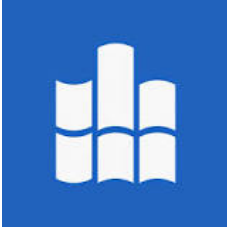


## 3.1 Wellenarten

### Biegewellengleichung für Stäbe



$$m' \ddot{\xi} + B \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} = F_a'$$



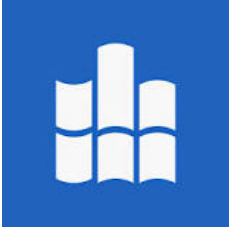
## 3.1 Wellenarten

### Biegewellengleichung für Stäbe

Für harmonische Funktion:

$$\frac{\partial^4 \underline{\xi}}{\partial x^4} - \omega^2 \frac{m'}{B} \underline{\xi} = \frac{F'_a}{B} \quad \text{Auslenkung}$$

$$\frac{\partial^4 \underline{v}}{\partial x^4} - \omega^2 \frac{m'}{B} \underline{v} = \frac{j\omega F'_a}{B} \quad \text{Schnelle}$$



## 3.1 Wellenarten

### Ausbreitung von Biegewellen auf Stäben

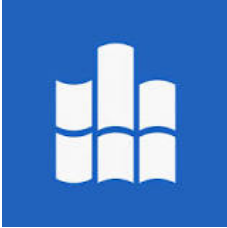
Für harmonische Funktion:

Mit Ansatz  $\underline{v} = v_0 e^{-jk_B x}$

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{B}{m'}} \sqrt{\omega}$$

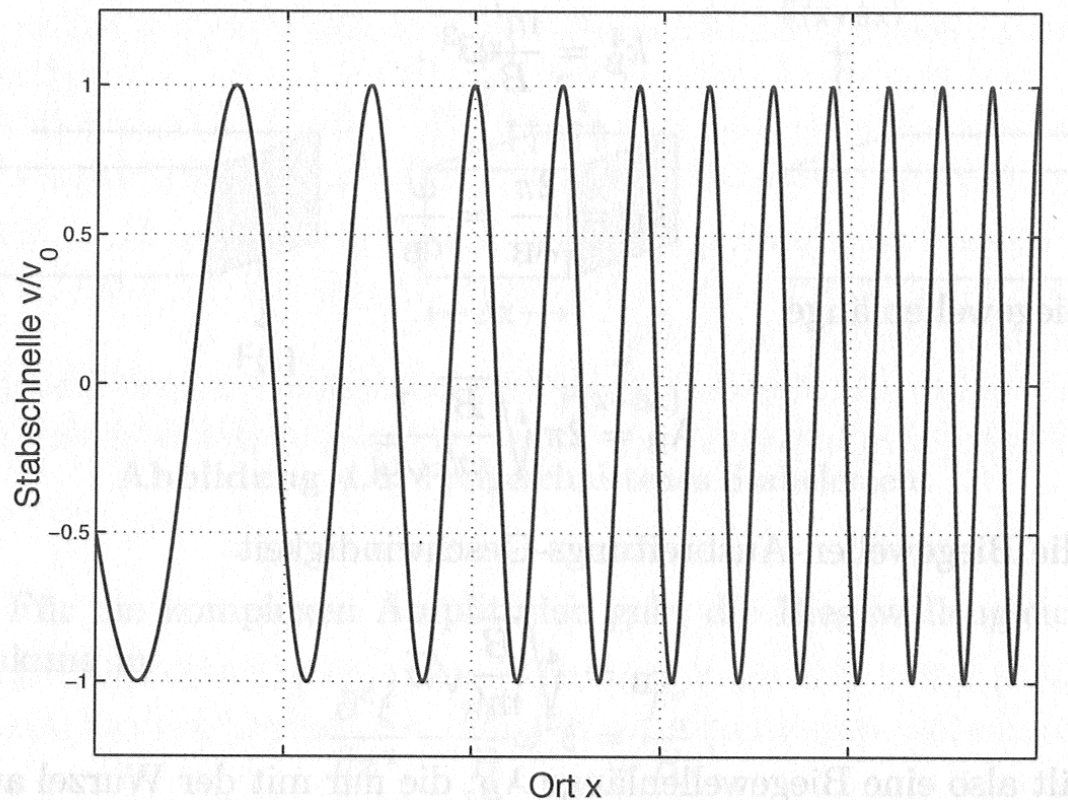
Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Biegewellen ist frequenzabhängig.  
Diesen Effekt nennt man Dispersion.



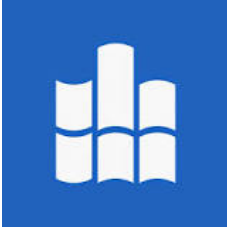


## 3.1 Wellenarten

### Ausbreitung von Biegewellen auf Stäben - Dispersion



Impulsantwort von Biegestäben,  
Ortsverlauf, „eingefrorene“ Zeit,  
durch Dispersion treffen  
hochfrequente Anteile vor tief-  
frequenten Anteilen ein



## 3.1 Wellenarten

### Biegewellengleichung für Platten

$$\frac{\partial^4 \underline{v}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \underline{v}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \underline{v}}{\partial y^4} - \omega^2 \frac{m''}{B'} \underline{v} = \frac{j\omega \underline{F''}_a}{B'} = \frac{j\omega \underline{p}_a}{B'}$$

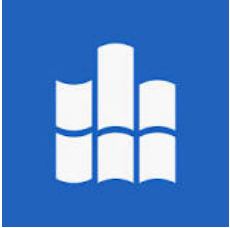
$$\underline{F''}_a = \underline{p}_a$$

$$B' = \frac{E}{1-\mu^2} \frac{h^3}{12}$$

Stabbiegesteifigkeit je Breitereinheit (rechteckiger Querschnitt),  
 $\mu=0.3$  (Querkontraktionszahl Stahl),  $h$  Dicke der Platte

$$m'' = \rho h$$

flächenbezogene Masse



## 3.1 Wellenarten

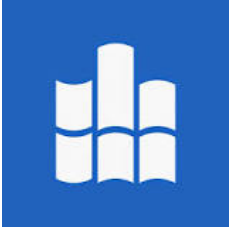
### Biegewellenausbreitung auf Platten - Ausbreitungsgeschwindigkeit

Für 1-dim. Wellenausbreitung (z.B. Anregung durch Linienquelle, harmonische Funktion)

$$\frac{1}{k_B^4} \frac{\partial^4 \underline{v}}{\partial x^4} - \underline{v} = \frac{j p_a}{m'' \omega}$$

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{B'}{m''}} \sqrt{\omega}$$

Dispersion



## 3.1 Wellenarten

### Biegewellenausbreitung auf Platten

Für 1-dim. Wellenausbreitung (z.B. Anregung durch Linienquelle, harmonische Funktion)

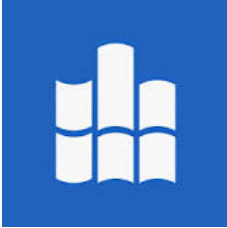
$$\frac{m''}{B'} = \frac{\rho h^3}{Eh^3} = \frac{12}{c_L^2 h^2}$$

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

L-Wellen-Geschwindigkeit

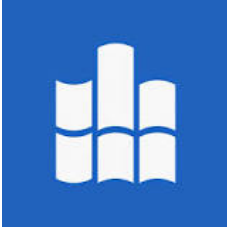
$$c_B \approx 1.35 \sqrt{h c_L f}$$

Biege-Wellen – Phasengeschwindigkeit



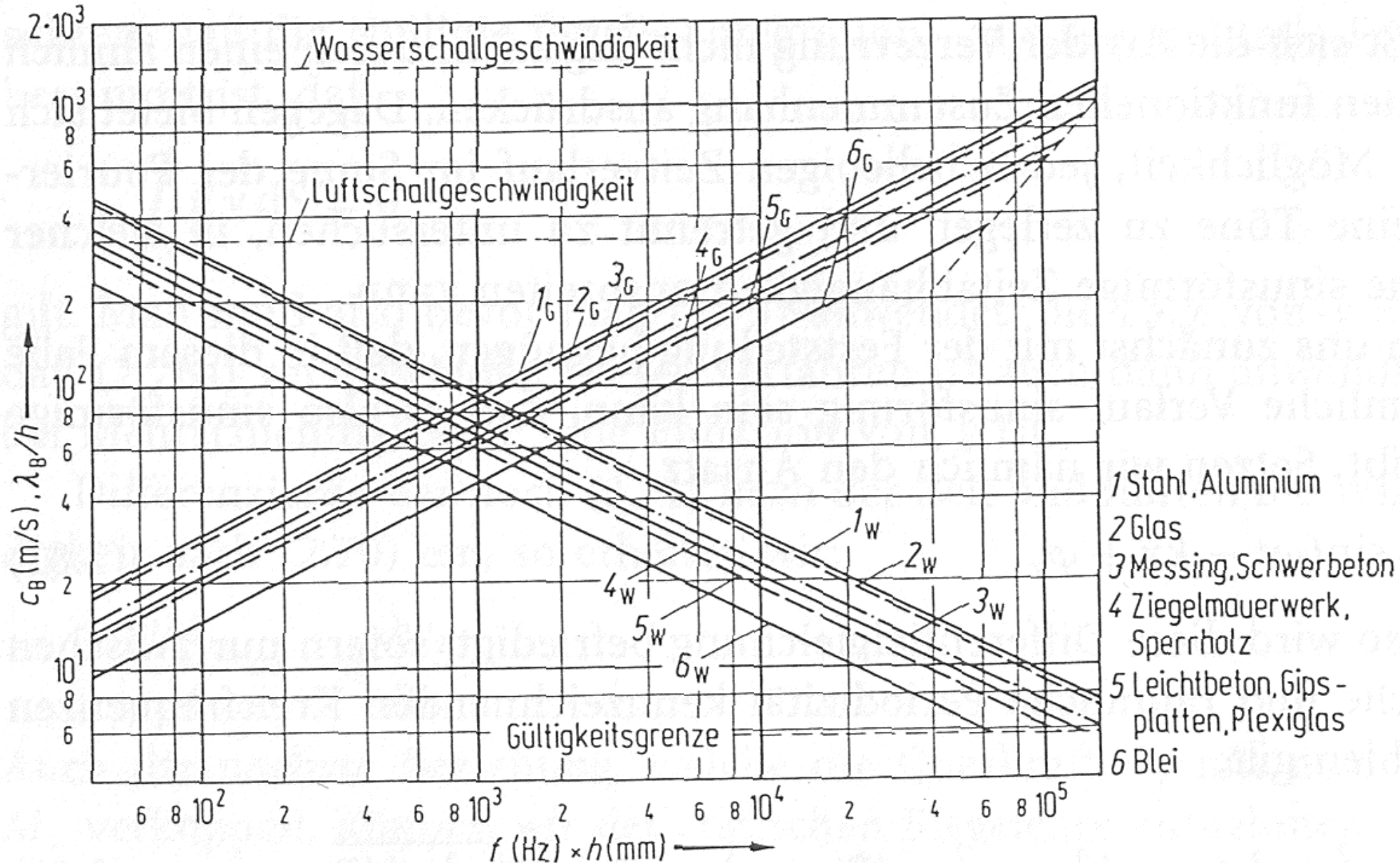
## 3.1 Wellenarten   L-Wellen – Gruppengeschwindigkeit $c_L$

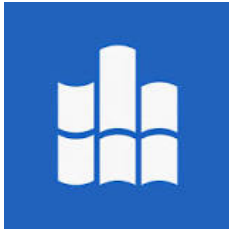
	Dichte $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_L$ (m/s)	$\eta$
Aluminium	2700	5200	$\approx 10^{-4}$
Stahl	7800	5000	$\approx 10^{-4}$
Gold	19300	2000	$3 \cdot 10^{-4}$
Blei	11300	$1250 \cdot 10^{-3}$	$10^{-1}$
Kupfer	8900	3700	$2 \cdot 10^{-3}$
Messing	8500	3200	$10^{-3}$
Schwerbeton	2300	3400	$5 \cdot 10^{-3}$
Leichtbeton	600	1700	$10^{-2}$
Ziegel (+Mörtel)	2000	2500–3000	$10^{-2}$
Sperrholz	600	3000	$10^{-2}$
Eiche	700–1000	1500–3500	$10^{-2}$
Fichte	400–700	1200–2500	$10^{-2}$
Gipskartonplatten	1200	2400	$8 \cdot 10^{-3}$
Hartfaserplatten	600–700	2700	$10^{-2}$
Plexiglas	1150	2200	$3 \cdot 10^{-2}$
Sand, leicht	1500	100–200	$10^{-1}$
Sand, verdichtet	1700	200–500	$10^{-2}$
Glas	2500	4900	$2 \cdot 10^{-3}$



### 3.1 Wellenarten

### Biege-Wellen-Phasengeschwindigkeit $c_B$





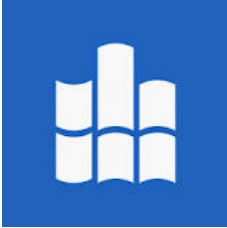
# 3.1 Wellenarten

## Biege-Wellen-Phasengeschwindigkeit $c_B$

**Tabelle 1.4.** Die wichtigsten Wellentypen in homogenen, isotropen Festkörpern

Typ	Schwingungsform	Ausbreitungsgeschwindigkeit	Bereich der Geschwindigkeit	wichtigste Meßgröße	Leistung	Bemerkungen
Reine Longitudinalwellen (in sehr großen Körpern)		$c_L = \sqrt{\frac{2G(1-\mu)}{\rho(1-2\mu)}}$	1000...5000 m/s	$v$	wie bei Luftsch.	Grundtypen, aus denen alle anderen aufgebaut werden können
Reine Transversalwellen (in sehr großen Körpern und in kreiszylindrischen Stäben)		$c_T = \sqrt{G/\rho}$	500...3500 m/s			
Dehnwellen (in Stäben)		$c_D = \sqrt{E/\rho}$	50 m/s (Gummi) bis 5000 m/s (Metall)	$v$	$P = \overline{Fv}$	Gleichungen gültig im Bereich $f < c_D/6h$
Biegewellen (in Stäben und Platten)		$c_B = \sqrt[4]{\omega^2 B/m''}$ $c_B = \sqrt[4]{\omega^2 B'/m'}$	0...1500 m/s	$v$	$P = 2c_B \overline{m'v^2}$	Gleichungen gültig im Bereich $f < c_D/20h$
Torsionswellen (in Stäben)		$c_S = \sqrt{T/\Theta}$	0...3000 m/s	$w$	$P = \overline{Mw}$	bei Kreiszyllindern $c_S = c_T$
Rayleighwellen (an freien Oberflächen)		$c_R \approx 0,92c_T$		$v$		erst für $f \gg c_D/20h$ möglich

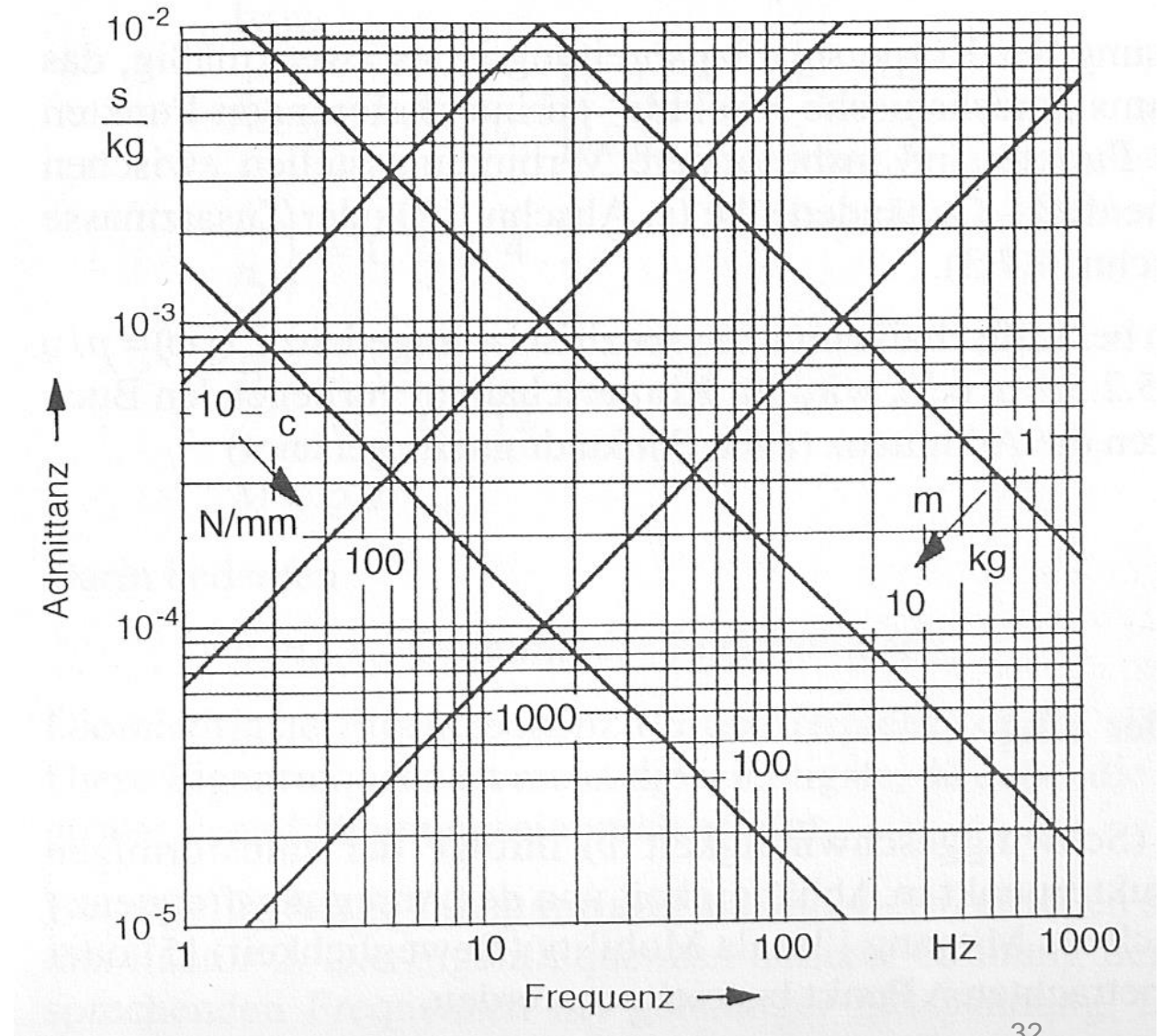
$E$  Elastizitätsmodul am jeweiligen Stab gemessen;  $G$  Schubmodul;  $\mu$  Poissonkonstante; es gilt  $G = E/(2 + 2\mu)$ ;  $\rho$  Dichte;  $m''$  Masse pro Flächeneinheit;  $B$  Biegesteife einer Platte bei homogenen Platten der Dicke  $h$  ist  $B = Eh^3/(12(1 - \mu^2))$ ;  $m'$  Masse pro Längeneinheit;  $B'$  Biegesteife eines Stabes, bei homogenen Rechteckstäben der Dicke  $h$  und Breite  $b$  ist  $B' = Ebh^3/12$ ;  $T$  Torsionssteife;  $\Theta$  Massenträgheitsmoment.



## 3.2 Admittanz (Impedanz), Kraft und Schnelleanregung

$$\underline{h}(j\omega) := \frac{\underline{v}}{\underline{F}} := \frac{1}{\underline{Z}_m} \quad [m / Ns]$$

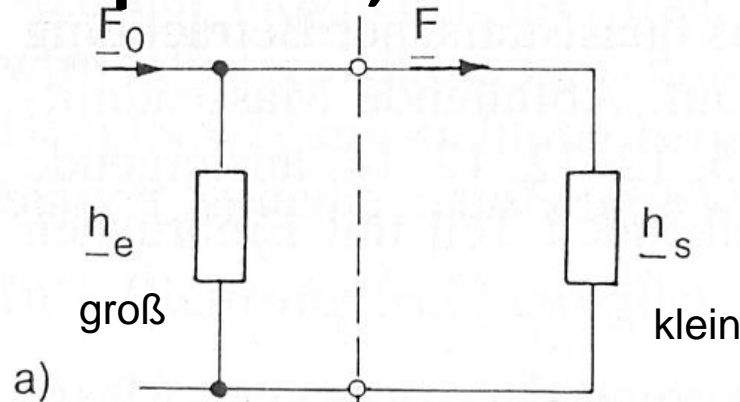
Frequenzabhängigkeit der Admittanz für frei bewegliche starre Körper mit der Masse  $m$  und masselosen Federn der Steifigkeit  $c$  (idealisiert)







## 3.2 Impedanz, Kraft und Schnelleanregung

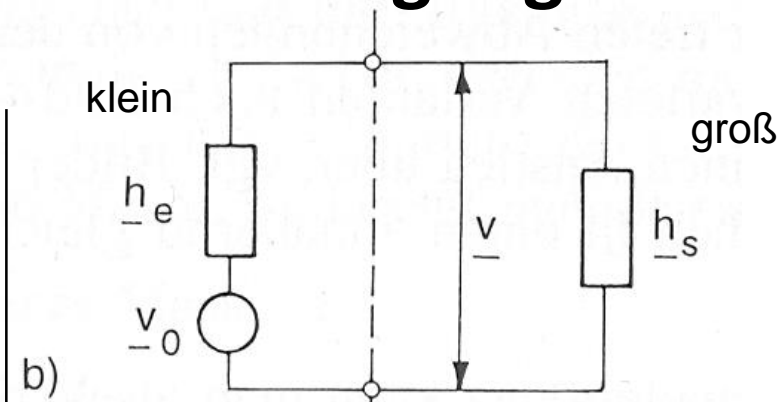


a) Kraftanregung:

$$\underline{F} = \underline{F}_0 = \frac{1}{1 + \frac{\underline{h}_s}{\underline{h}_e}}$$

mit  $|\underline{h}_s/\underline{h}_e| \ll 1$

$$\underline{F} \neq f(\underline{h}_s) \quad \underline{F} = \text{const}$$



b)

Schnelleanregung:

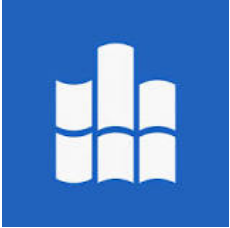
$$\underline{v} = \underline{v}_0 = \frac{1}{1 + \frac{\underline{h}_e}{\underline{h}_s}}$$

für  $|\underline{h}_e/\underline{h}_s| \ll 1$

$$\underline{v} \neq f(\underline{h}_s) \quad \underline{v} = \text{const}$$

Schlag mit kleinem Hammer auf sehr schweres Betonfundament (starre Körper)

Schwingung einer schweren Betondecke führt zu Schwingungen eines auf der Decke befindlichen Präzisionsmessinstruments



## 3.2 Impedanz, Kraft und Schnelleanregung

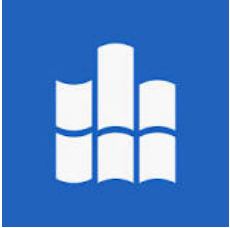
### Kraftquelle:

Praktisch wird die Schwingungsbewegung des Erregers an der Ankoppelstelle durch die angeschlossene Struktur stark gehemmt, so dass hauptsächlich eine Kraftübertragung zwischen Erreger und Struktur stattfindet.

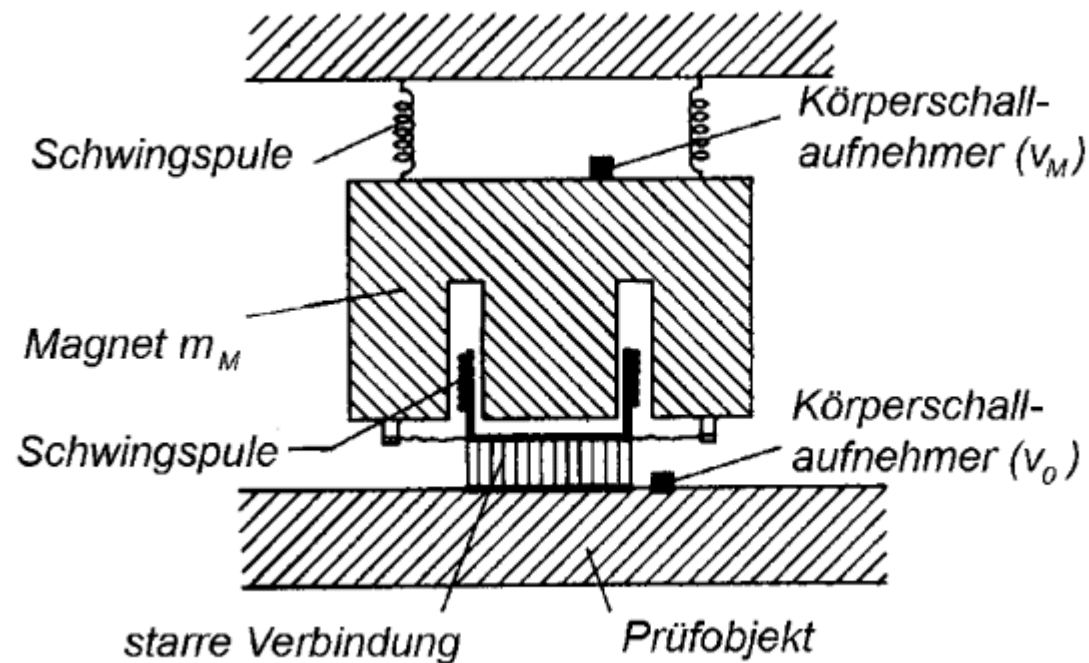
### Schnellequelle:

Bei einer Schnellequelle ist das System, auf das die Quelle einwirkt, „weich“ gegenüber der Quelle (dagegen bei der Kraftquelle „hart“):

Die Schnelle der Quelle ist bei abgetrennter Struktur (z. B. Platte) die gleiche wie bei angekoppelter Platte, z. B. Motor mit angekoppeltem Abdeckblech.



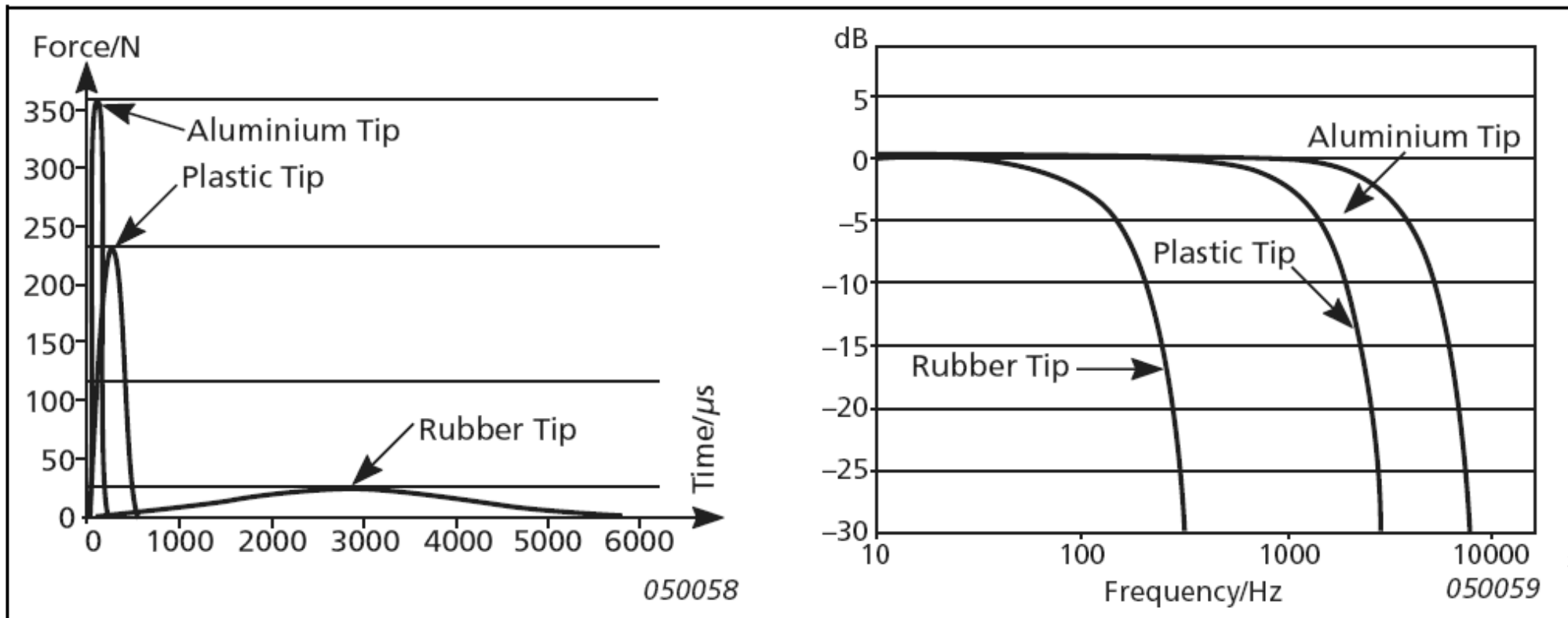
## 3.2 Impedanz, Kraft und Schnelleanregung

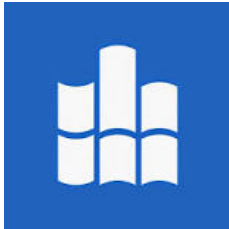




## 3.2 Impedanz, Kraft und Schnelleanregung

### Messung der Admittanz von Strukturen

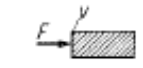
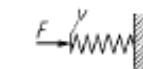

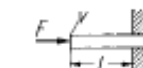
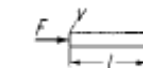
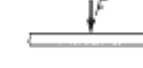

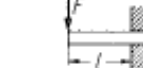









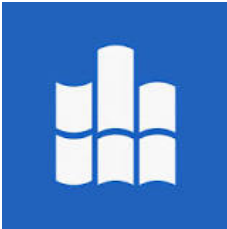
# 3.2 Impedanz

## Admittanz von Strukturen

Tabelle 22.3. Zusammenstellung von Impedanzformeln

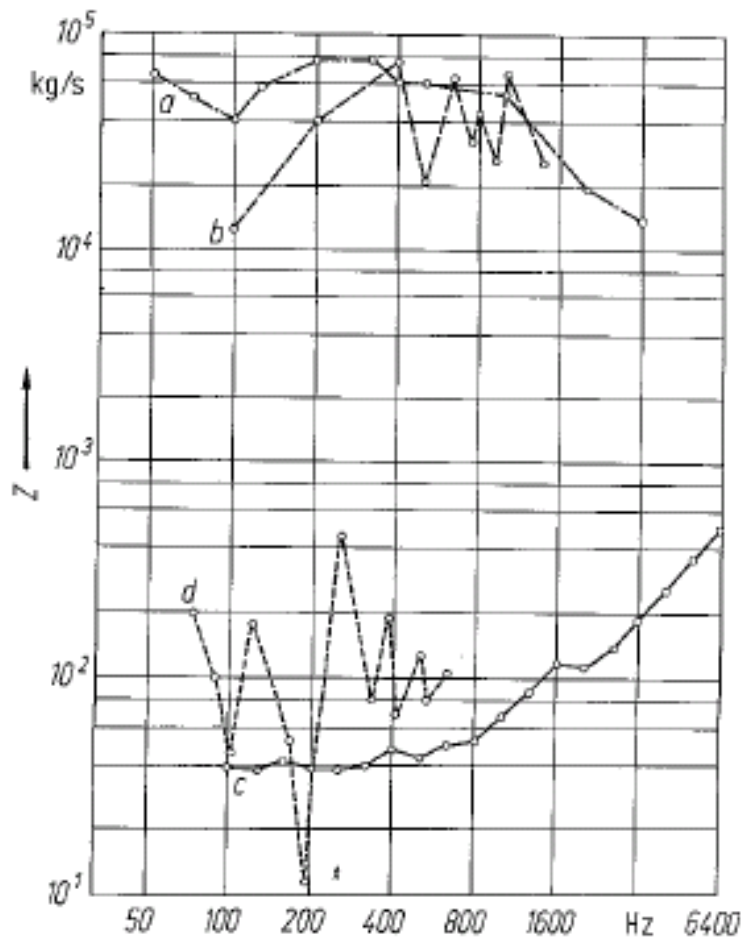
starre Masse		$Z = j\omega m$
masselose Feder		$Z = s/j\omega$
unendlich langer Stab, longitudinal		$Z = S\sqrt{E\rho}$
kurzer Stab, longitudinal, starre Einspannung		$Z = -jS\sqrt{E\rho} \cot(\sqrt{E\rho} \omega l)$
kurzer Stab, longitudinal, ohne Einspannung		$Z = jS\sqrt{E\rho} \tan(\sqrt{E\rho} \omega l)$
unendlich langer Stab, Biegung		$Z = 2\rho S c_b (1+j)$
unendlich langer Stab, Biegung		$Z = \frac{1}{2} \rho S c_b (1+j)$
kurzer Stab, Biegung		$Z = \frac{Bk_b^3}{j\omega} \frac{1 + \cosh k_b l \cos k_b l}{\sin k_b l \cosh k_b l - \sinh k_b l \cos k_b l}$
unendlich große Platte, Biegung		$Z = 8\sqrt{D\rho h} = 4h^2 \sqrt{E\rho/3}$
endliche Platte		$Z = \frac{\rho h S_p}{4j\omega} \left\{ \sum_n \frac{\varphi_n^2(x_0, y_0)}{\omega_n^2 (1-j\eta_n) - \omega^2} \right\}^{-1}$
unendlich große Platte "inplane" Bewegung		$\frac{1}{Z} = \frac{\omega(1-\mu)}{16hG} + j \frac{\omega}{8\pi hG} \left[ (1-\mu) \ln \frac{2c_1}{\omega a} + 2 \ln \frac{2c_2}{\omega a} \right]$
elastischer Halbraum		$\frac{1}{Z} = 0,19(1-\mu) \frac{\omega^2}{6\sqrt{G/\rho}} + j \frac{1-\mu}{\pi} \frac{\omega}{6a}$
Faustformel		$ Z  \approx \omega m_\lambda$

*Bemerkung:* Dimension der Impedanz  $Ns/m = kg/s$ .  $S$  Balkenquerschnitt,  $S_p$  Plattenfläche,  $E$  E-Modul (bei verlustbehafteten Medien komplex, s. Gl. (13)),  $B$  Biegesteife eines Stabes,  $D$  Biegesteife einer Platte,  $h$  Plattendicke,  $k_b = \omega/c_b = (\omega^2 \rho S/B)^{1/4}$ ,  $G$  Schubmodul,  $\mu$  Querkontraktionszahl,  $c_1$  Dehnwellengeschwindigkeit,  $c_2$  Schubwellengeschwindigkeit,  $a$  Radius der angeregten Fläche ( $a \ll \lambda$ ),  $\eta$  = Verlustfaktor,  $\varphi_n(x_0, y_0)$  Wert der Eigenfunktion an der Anregestelle,  $\omega_n$  Eigenfrequenz s. Tabelle 1.7;  $m_\lambda$  Masse innerhalb eines Gebietes, das sich in einer Entfernung von weniger als  $\lambda/3$  von der Anregestelle befindet. Dabei ist  $\lambda$  die kürzeste angeregte Wellenlänge (meist Biegewelle). Es wird auch vorausgesetzt, daß die lokale Elastizität (repräsentiert durch den Imaginärteil der Formel) für den elastischen Halbraum unberücksichtigt bleiben kann.

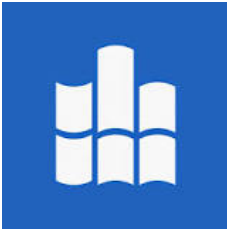


## 3.2 Impedanz, Kraft und Schnelleanregung

### Mechanische Eingangsimpedanz von Platten

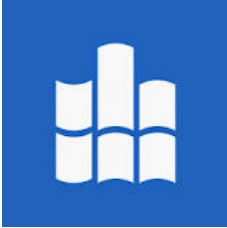


**Bild 4.5.** Einige Beispiele von gemessenen Impedanzen. *a* 12 cm Ziegelmauer [4.2]; *b* Außenhaut eines Unterseebootes [4.3]; *c* 0,61 mm Stahlplatten (Nachhallplatte nach KÜHL [4.4] mit zusätzlicher Masse von 7 g an der Anregestelle; *d* Cello (am linken Stegfuß angeregt [4.5])

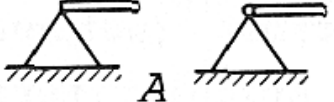
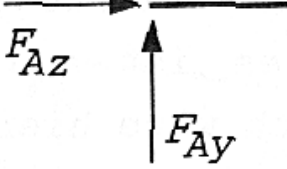
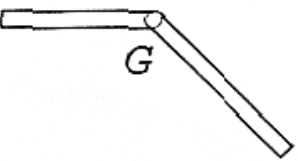
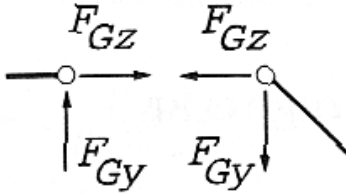
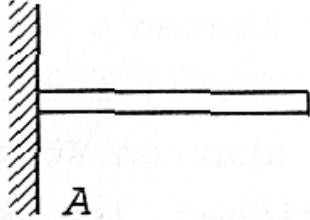
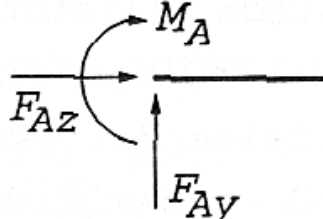


# Eigenfrequenzen des Stabes – Auflagerreaktionen am Ende des Stabes - Randbedingungen

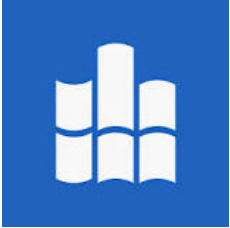
Auflagerreaktionen, Verbindungskräfte bei ebenen Tragwerken			
Lagerung, Verbindung	Symbol	Auflagerreaktionen, Verbindungskräfte	Anzahl der Unbekannten
Loslager (Rollenlager)			1
Fachwerkstab			1



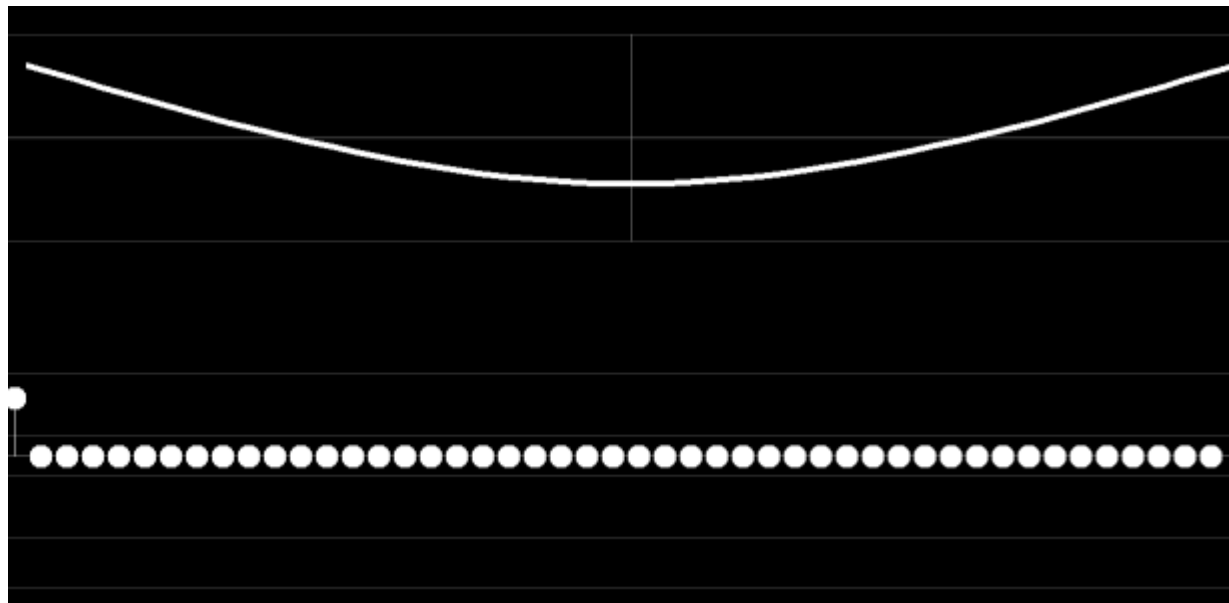
# Eigenfrequenzen des Stabes – Auflagerreaktionen am Ende des Stabes - Randbedingungen

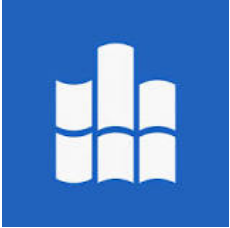
Festlager			2
Gelenk			2
Einspannung			3





# Eigenfrequenzen des Stabes - Simulation





## 3.3 Stab - Eigenfrequenzen

Biegeeigenfrequenz – Formel für den Stab mit rechteckigem Querschnitt, beidseitig gelenkig gelagert

$$f_{Bn} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B}{m'}} \frac{n^2}{l^2} \quad n = 1, 2, 3, 4 \dots$$

Stab beidseitig gelenkig gelagert (aufgestützt, momentfrei gelagert)  
rechteckiger Querschnitt

$l$  -> Länge

$m'$  - >Längenbezogene Masse

$B$  -> Biegesteifigkeit



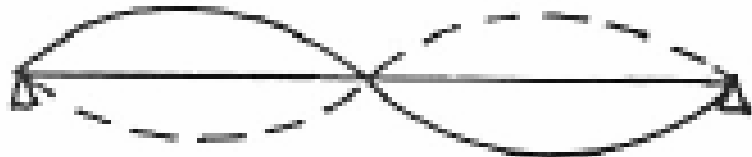
# Eigenfrequenzen des beidseitig aufgestützten Stabes



$$f_1$$

für  $n = 1$

$$l = \frac{\lambda_B}{2}$$



$$f_2 = \underline{4} f_1$$

für  $n = 2$

$$l = \lambda_B$$



$$f_3 = \underline{9} f_1$$

für  $n = 3$

$$l = \frac{3}{2} \lambda_B$$



## 3.3 Stab - Eigenfrequenzen

### Biegeeigenfrequenz - Allgemeine Formel

$$f_{Bn} = \frac{s_n^2 K}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad n = 1, 2, 3, 4 \dots$$

$$K = \frac{d}{\sqrt{12}}$$

rechteckiger Stabquerschnitt,  $d$  in Schwingrichtung

$$K = \frac{R}{2}$$

kreisförmiger Stabquerschnitt,  $R$  Radius

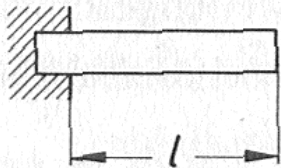
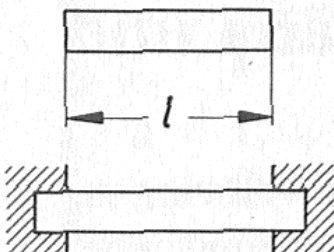
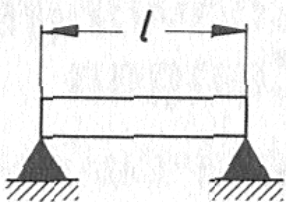
$s_n$

in Abhängigkeit von den Randbedingungen, siehe Tabelle  
Biegeeigenfrequenzen



## 3.3 Stab - Eigenfrequenzen

### Biegeeigenfrequenz - Parameter $s_n$

$s_n$ für $n = 1 \dots 5$	Stabenden <i>fest-frei</i> 	Stabenden <i>frei-frei</i> <i>fest-fest</i> 	Stabenden <i>beidseitig</i> <i>gestützt</i> 
$s_1$	1,875	4,730	$s_n = n \cdot \pi$
$s_2$	4,694	7,853	
$s_3$	7,855	10,996	
$s_4$	10,996	14,137	
$s_5$	14,137	17,279	



## 3.3 Stab - Eigenfrequenzen

### Eigenfrequenzen, Dehn- und Torsionsschwingung

$$f_{Dn} = \frac{n}{2 \cdot l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \frac{n}{2 \cdot l} \cdot c_D$$

$$f_{Tn} = \frac{n}{2 \cdot l} \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \frac{n}{2 \cdot l} \cdot c_{T(\text{Rundstab})}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Ordnungszahl der Eigenschwingung

$$G = \text{Schubmodul} \left( G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \right)$$

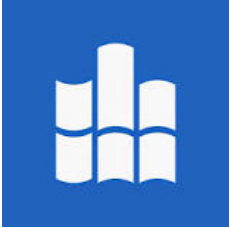
$c_D$  = Dehnwellengeschwindigkeit

$c_T$  = Schubwellengeschwindigkeit

$\rho$  = Materialdichte

Bei Stäben mit quadratischem Querschnitt ist

$$c_{T(\text{Quadrat. Stab})} = 0,92 \cdot \sqrt{G/\rho}$$



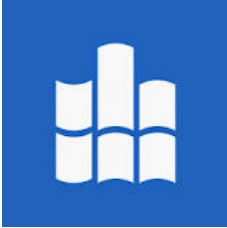
## 3.3 Stab – Ersatzmasse und -federsteifigkeit

Ersatzmasse  $m_{ers}$

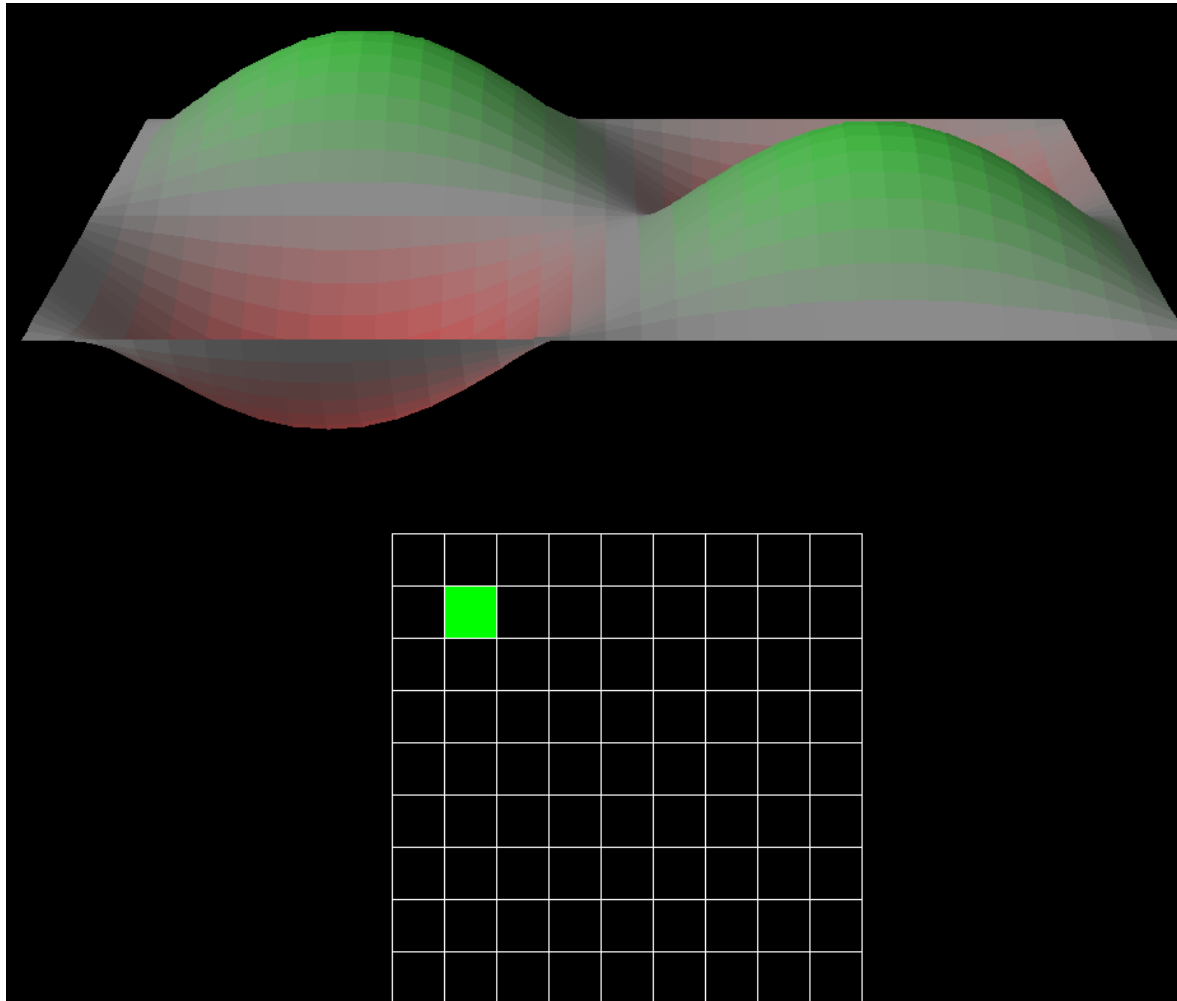
$$m_{ers} = \frac{m}{2 \sin^2 \left( \frac{\pi x}{l_x} \right)}$$

Ersatzfedersteifigkeit  $c_{ers}$

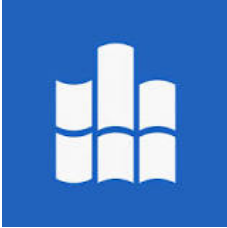
$$c_{ers} = \omega_{B1}^2 m$$



## 3.4.1 Eigenfrequenzen der Platte - Simulation







### 3.4.1 Biegeeigenfrequenzen der Platte – allseitig aufgestützt gelagert

$$f_{Bn} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B'}{m''} \left[ \frac{n_a^2}{a^2} + \frac{n_b^2}{b^2} \right]} \quad n = 1, 2, 3, 4 \dots$$

$$\text{mit : } B' = \frac{EI}{1 - \mu^2} \quad I = \frac{h^3}{12} \quad m'' = \rho h$$

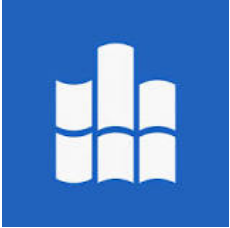
Platte allseitig gelenkig gelagert (aufgestützt, momentfrei gelagert)

a, b    -> Seitenlängen

m''    -> flächenbezogene Masse

B'    -> Biegesteifigkeit je Breiteneinheit

**Bei allseitig fester Einspannung der Platte erhöht sich die Grundfrequenz um den Faktor 2!**



## 3.4.1 Biegeeigenfrequenzen der Platte – niedrigste Eigenfrequenz

Berechnung der niedrigsten Eigenfrequenzen der Platte

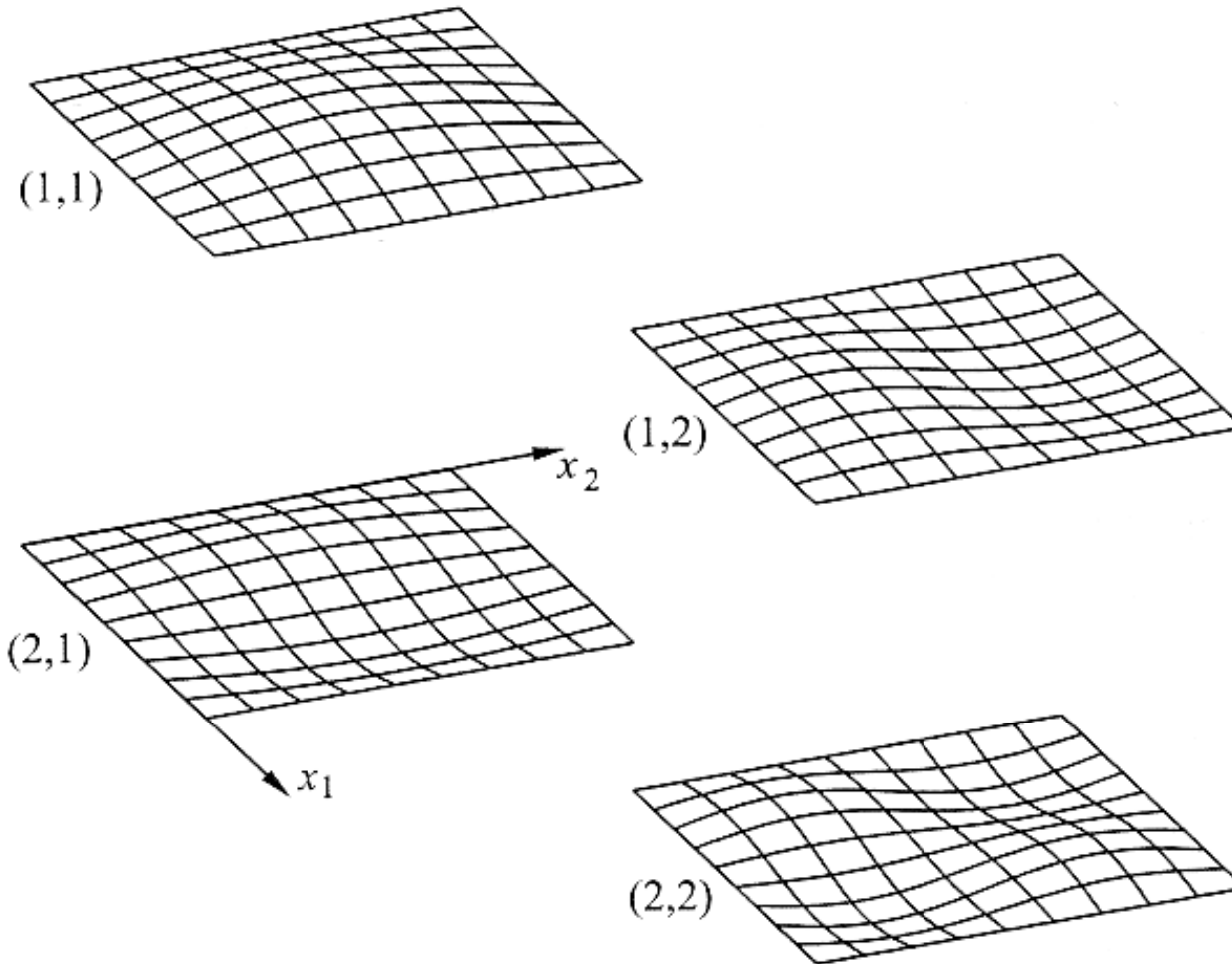
$$f_n = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B'}{m''}} \left[ \left( \frac{n_a}{a} \right)^2 + \left( \frac{n_b}{b} \right)^2 \right]$$

mit :  $n_a = n_b = 1$

$$f_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B'}{m''}} \left[ \left( \frac{1}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{b} \right)^2 \right]$$



## 3.4.1 Biegeeigenfrequenzen der Platte



Kollmann: Maschinenakustik

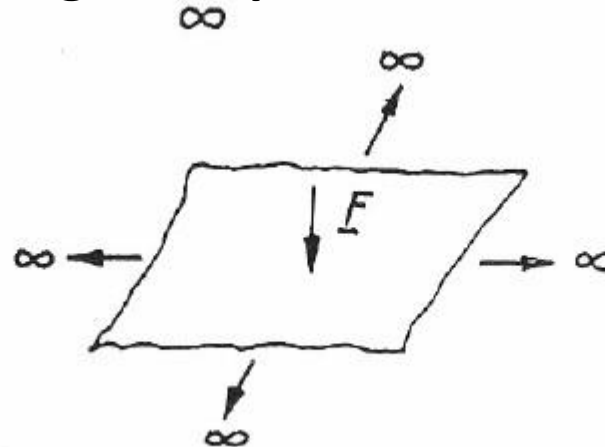
Eigenfunktionen einer allseitig frei gestützten Platte ( $a : b = 1 : \sqrt{3}$ )



## 1.2 Platte – Biegewellenausbreitung

Eingangsimpedanz unendlich ausgedehnte Platte  
- im Bereich dichter Eigenfrequenzen

Allseitig unendlich ausgedehnte Platte



$$Z_{m,\infty} = 8\sqrt{B'\rho_{Pl}h} \approx 2.3c_L\rho_{Pl}h^2$$

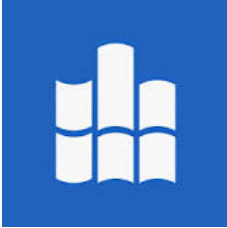
Frequenzbandmittelwert

### Anmerkungen:

- Die Eingangsimpedanz der unendlich großen, ebenen Platte bei punktförmiger Anregung ist reell und frequenzunabhängig!
- Die Eingangsimpedanzen gelten nur für (akustisch) dünne Stäbe und Platten, d. h. für

$$k_B h < 1$$

(Diese Bedingung bedeutet praktisch kaum eine Einschränkung; z. B. ergibt sich für eine Stahlplatte von 1 cm Dicke bei 1000 Hz ein Wert  $k_B h = 0,21$  .)



## 1.2 Platte – Biegewellenausbreitung

### Eingangsimpedanz endlich ausgedehnte Platte

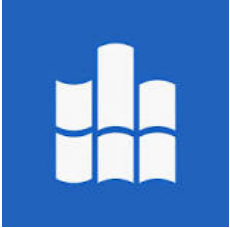
$$\underline{Z}_m = \underline{Z}_{m,\infty}$$

#### Praktische Regel:

Bei der endlichen Platte weicht  $|\underline{Z}_m|$  weniger als 10 % vom Wert  $|\underline{Z}_{m\infty}| = 2,3c_L\rho_P h^2$  ab, wenn folgende Entfernungen zum Plattenrand nicht unterschritten werden:

- $\lambda_B$  bei oktavbandbreitem Rauschen
- $2\lambda_B$  bei terzbandbreitem Rauschen.

Bemerkung: Bei der Erregung von Platten oder Stäben kann immer dann  $\underline{Z}_m = \underline{Z}_{m\infty}$  gesetzt werden, wenn die Autokorrelationsfunktion für  $\tau \geq t_0$  verschwindet.



## 1.2 Platte – Biegewellenausbreitung

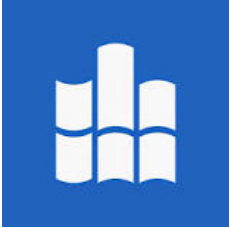
### Anregung von Biegewellen durch eine Punktkraft

Im folgenden soll die Schnelleverteilung (Verteilung der normal gerichteten Schwinggeschwindigkeit) auf der punktförmig angeregten Platte berechnet werden, da die Schallabstrahlung einer Platte vorrangig von dieser Schnelleverteilung abhängt.

Annahme: Auf der Platte bildet sich infolge der fortlaufenden und reflektierten Wellen (auch Mehrfachreflexionen) eine näherungsweise gleichmäßige Schnelleverteilung heraus; das bedeutet, dass die Platte nicht zu stark bedämpft ist.

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{B'}{m''}} \sqrt{\omega}$$

Biegewellengeschwindigkeit



## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

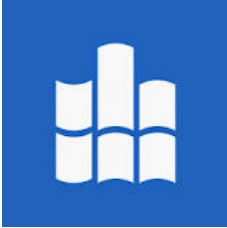
### Anregung von Biegewellen durch eine Punktkraft

#### Leistungsbilanz:

Für die Leistungsbilanz an einer Platte, die durch eine Wechselkraft zu Biegeschwingungen angeregt wird (stationäre Erregung) und infolgedessen Schall abstrahlt, gilt:

$$P_e = P_\delta + P_R + P_S$$

- mit:  $P_e$  von der Quelle in die Platte eingespeiste Leistung  
 $P_\delta$  in der Platte dissipierte Leistung  
 $P_R$  über die Plattenränder abwandernde Leistung  
 $P_S$  von der Platte abgestrahlte Schallleistung



## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

### Anregung von Biegewellen durch eine Punktkraft

Für die eingespeiste Leistung gilt

$$P_e = \tilde{v}_0^2 \operatorname{Re}\{\underline{Z}_m\} = \tilde{F}_0^2 \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{\underline{Z}_m^*}\right\}$$

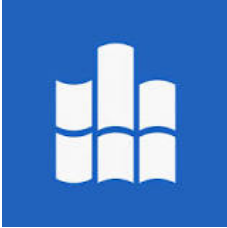
mit:  $\tilde{v}_0$  Schnelle an der Anregungsstelle  
 $\tilde{F}_0$  Kraft an der Anregungsstelle

Es wird vorausgesetzt, dass  $P_R + P_S \ll P_\delta$  ist, d. h. für den eingeschwungenen Zustand gilt näherungsweise:

$$P_e \approx P_\delta$$

(Das bedeutet, dass die realen  $[P_R + P_S]$ -Leistungsanteile in einer höheren inneren Plattendämpfung, ausgedrückt durch den Leistungsanteil  $P_\delta$ , berücksichtigt werden.)





## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

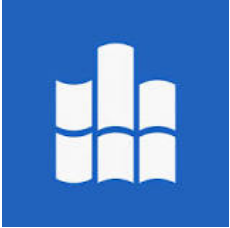
### Anregung von Biegewellen durch eine Punktkraft

#### Ermittlung von $P_\delta$ :

Nach Abschalten der Anregung klingen die Feldgrößen auf der Platte exponentiell ab, für die Energiedichte gilt

$$\overline{w''(t)} = \overline{w''_0} e^{-2\delta t}$$

mit:  $\overline{w''(t)}$  flächenbezogene Energiedichte, gemittelt über die Platte  
 $\overline{w''_0}$  dgl., vor Abschalten der Quelle (für  $t = 0$ )  
 $\delta$  Abklingkoeffizient, Dämpfungskoeffizient



## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

### Anregung von Biegewellen durch eine Punktkraft

Damit folgt für den Zusammenhang zwischen zeitveränderlicher Energiedichte und Verlustleistung der Platte:

$$P_{\delta}(t) = -\frac{dE}{dt} = -S \frac{d\overline{w''(t)}}{dt} = 2S\delta\overline{w''(t)}$$

mit:  $S$  Plattenfläche

Für den stationären Zustand (also auch bei  $t = 0$ ) gilt

$$P_{\delta}(0) = 2S\delta\overline{w''_0}.$$

Die Berechnung der Energiedichte folgt mit der Annahme  $w''_{\text{kin}} = w''_{\text{pot}}$  aus

$$\overline{w''} = m'' \overline{\tilde{v}^2}$$

Damit ergibt sich schließlich für die Verlustleistung die Beziehung

$$P_{\delta} = 2S\delta\overline{w''_0} = 2S\delta m'' \overline{\tilde{v}^2}.$$



## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

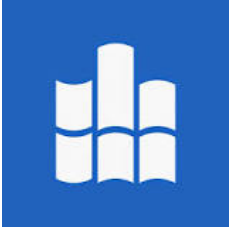
### Anregung von Biegewellen durch eine Punktkraft

Berechnung der mittleren Plattenschnelle:

Setzt man die berechneten Leistungen  $P_e$  und  $P_\delta$  in  $P_e \approx P_\delta$  ein, so erhält man

$$\tilde{v}_0^2 Z_m^\perp = \tilde{F}_0^2 h_m^\perp = 2S\delta m'' \overline{\tilde{v}^2}$$
$$\overline{\tilde{v}^2} = \frac{\tilde{v}_0^2}{2S\delta m''} Z_m^\perp = \frac{\tilde{F}_0^2}{2S\delta m''} h_m^\perp$$

mit:  $\tilde{v}_0$  Schnelle an der Anregungsstelle  
 $\tilde{F}_0$  Kraft an der Anregungsstelle  
 $Z_m^\perp, h_m^\perp$  Realteil der mechanischen  
Eingangsimpedanz bzw. Eingangsadmittanz



## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

### Anregung von Biegewellen durch eine Punktkraft

mit

- für die Eingangsimpedanz  $Z_m$  bzw. die Eingangsadmittanz  $h_m$  der Platte

$$Z_m = \frac{1}{h_m} = 2,3c_L\rho_P h^2$$

- für die flächenbezogene Masse der Platte

$$m'' = \rho_P h$$

mit:  $c_L$  Longitudinalwellengeschwindigkeit  
 $\rho_{Pl}$  Dichte des Plattenmaterials  
 $h$  Plattendicke

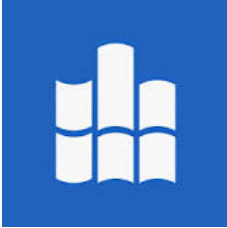
Damit erhält man für die mittlere Plattenschnelle:

→ bei Erregung der Platte durch eine Punktkraft

$$\overline{\tilde{v}^2} = \frac{\tilde{F}_0^2}{4,6c_L\rho_P^2 S \delta h^3}$$

→ bei Erregung der Platte durch eine Schnellequelle

$$\overline{\tilde{v}^2} = \tilde{v}_0^2 \frac{1,15 \cdot c_L h}{S \delta}$$



## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

### Anregung von Biegewellen durch eine Punktkraft

$$\underline{E} = E(1 + j\eta)$$

mit:  $\underline{E}$  komplexer Elastizitätsmodul  
 $\eta$  Verlustfaktor

definiert in der Form  $\eta = \frac{2\delta}{\omega}$

mittlere Schwingungsgeschwindigkeit  $\overline{\tilde{v}^2}$  auf der Platte:

$$\overline{\tilde{v}^2} = \frac{\tilde{F}_0^2}{2,3 \cdot c_L \omega \rho_P^2 S \eta h^3}$$

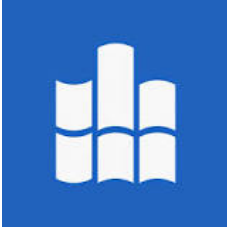
für die Kraftquelle

$$\overline{\tilde{v}^2} = \tilde{v}_0^2 \frac{2,3 \cdot c_L h}{S \omega \eta}$$

für die Schnellequelle

Berechnung der Schalleistung

$$P = \sigma \rho_0 c_0 S \overline{\tilde{v}^2}$$



## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

### Anregung von Biegewellen durch eine Punktkraft

Bemerkung:

- In der Praxis ist Voraussetzung  $P_R + P_S \ll P_\delta$  meist nicht erfüllt.
- Bestimmung des Verlustfaktors  $\eta_r$  aus der gemessenen Nachhallzeit  $T$

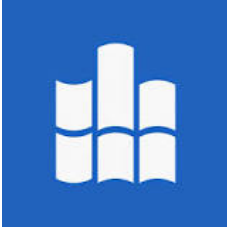
$$\frac{\overline{w''}}{w_0''} = 10^{-6} = e^{-2\delta_r T} \quad \rightarrow \quad -6 \ln 10 = -2\delta_r T$$

der resultierende Dämpfungsexponent

$$\delta_r = \frac{6,9}{T}$$

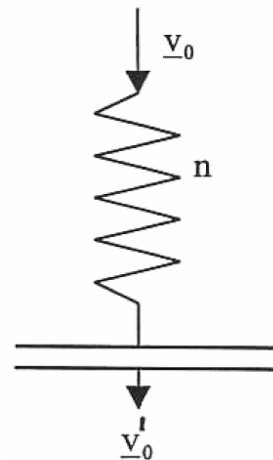
der resultierende Verlustfaktor

$$\eta_r = \frac{2,2}{f T}$$

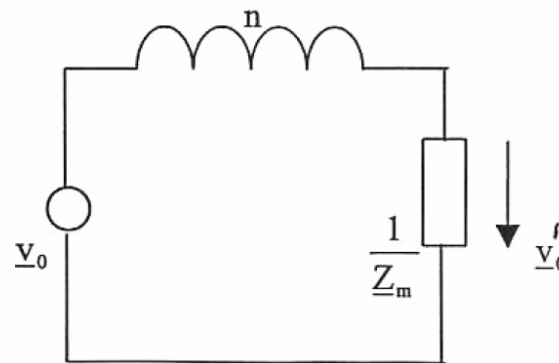


## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

### Anregung von Biegewellen durch elastische Ankopplung



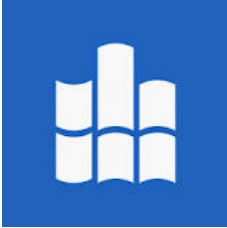
elektroanaloge Darstellung:



$$\underline{v}_0' = \underline{v}_0 \frac{\frac{1}{\underline{Z}_m}}{\frac{1}{\underline{Z}_m} + j\omega n} = \underline{v}_0 \frac{1}{1 + j\omega n \underline{Z}_m}$$

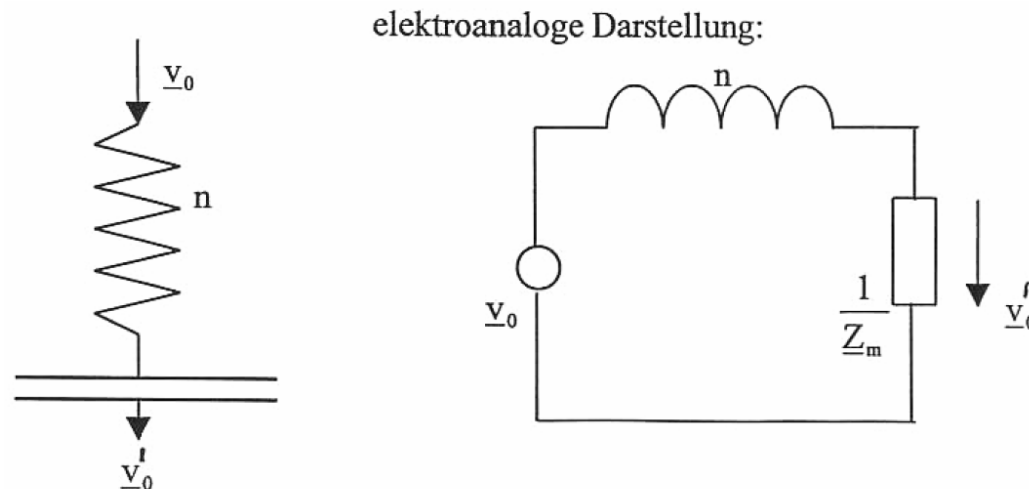
$$D = 20 \lg |1 + j\omega n \underline{Z}_m| \text{ dB}$$

Dämm-Maß der elastischen Zwischenlage



## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

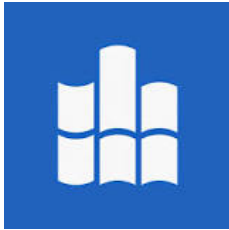
### Anregung von Biegewellen durch elastische Ankopplung



Zu beachten ist, dass bei einigen elastischen Materialien die Nachgiebigkeit (bzw. Steifigkeit) für den dynamischen Fall größer als die für den statischen Fall ist, z. B. bei Gummi für den akustischen Frequenzbereich

$$\frac{s_{\text{dyn}}}{s_{\text{stat}}} = 1,3 \dots 2.$$



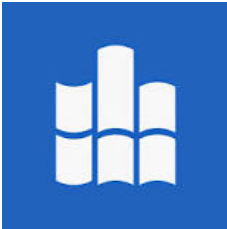


## 3.4.1 Platte – Biegewellenausbreitung

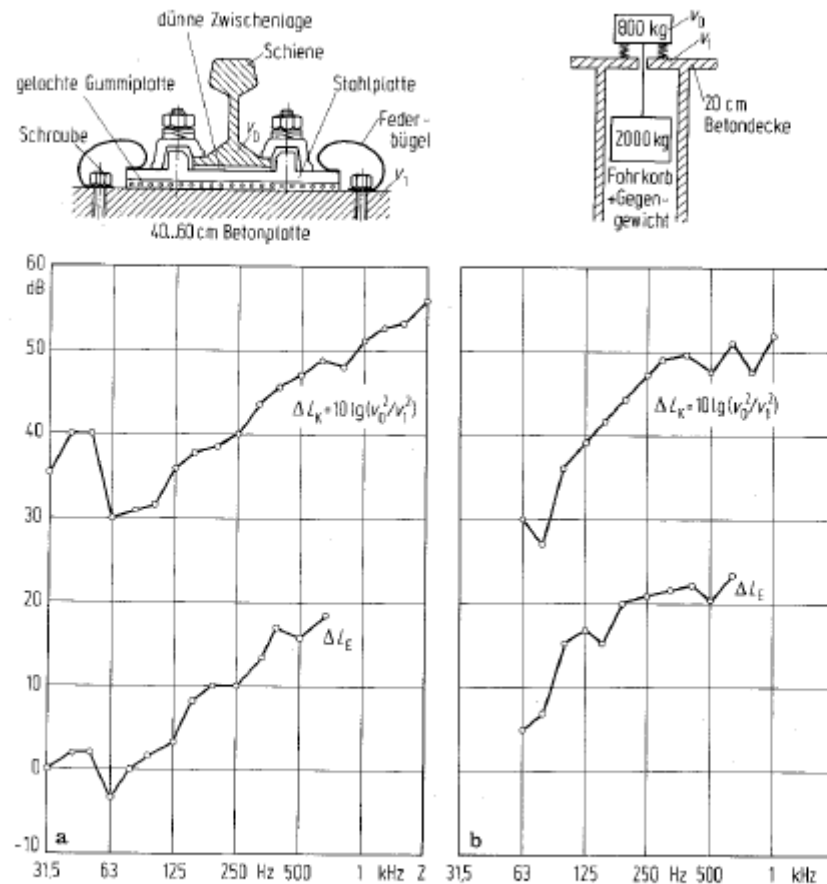
### Anregung von Biegewellen Verlustfaktoren

**Tabelle 3.3.** Mechanische Daten von Metallen bei Normalbedingungen (ca. 20 °C). [ $10^9 \text{ N/m}^2 = 10^{10} \text{ dyn/cm}^2 \approx 10^4 \text{ kp/cm}^2$ ]

Stoff	Dichte kg/m <sup>3</sup>	E-Modul N/m <sup>2</sup>	Schubm. N/m <sup>2</sup>	Poisson- Zahl	$c_{LII}$ m/sec	$c_T$ m/sec	Verlustfaktor		Bemerkungen
							Biege	Longi	
Aluminium	2700	$72 \cdot 10^9$	$27 \cdot 10^9$	0,34	5200	3100	$0,3-10 \cdot 10^{-5}$	$\approx 10^{-4}$	[3.19, 20, 24]
Blei	11300	$17 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^9$	0,43	1250	730	$5-30 \cdot 10^{-2}$	$\approx 2 \cdot 10^{-2}$	[3.19] chem.rein [3.19] Antimon
Eisen, rein	7800	$200 \cdot 10^9$	$77 \cdot 10^9$	0,30	5050	3100	$1-4 \cdot 10^{-4}$	$2-6 \cdot 10^{-4}$	[3.19, 21, 24]
Stahl	7800	$210 \cdot 10^9$	$77 \cdot 10^9$	0,31	5100	3100	$0,2-3 \cdot 10^{-4}$		
Gold	19300	$80 \cdot 10^9$	$28 \cdot 10^9$	0,423	2000	1200	$\approx 3 \cdot 10^{-4}$		[3.23]
Kupfer	8900	$125 \cdot 10^9$	$46 \cdot 10^9$	0,35	3700	2300	$2 \cdot 10^{-3}$	$\approx 2 \cdot 10^{-3}$	Polykristallin Einkristall
Magnesium	1740	$43 \cdot 10^9$	$17 \cdot 10^9$	0,29	5000	3100		$\approx 10^{-4}$	[3.24]
Messing	8500	$95 \cdot 10^9$	$36 \cdot 10^9$	0,33	3200	2100	$0,2-1 \cdot 10^{-3}$	$< 10^{-3}$	[3.19]
Nickel	8900	$205 \cdot 10^9$	$77 \cdot 10^9$	0,30	4800	2900		$< 10^{-3}$	[3.24]
Silber	10500	$80 \cdot 10^9$	$29 \cdot 10^9$	0,37	2700	1600	$\approx 4 \cdot 10^{-4}$	$< 3 \cdot 10^{-3}$	[3.22, 23]
Wismuth	9800	$3,3 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^9$	0,38	580	360		$\approx 8 \cdot 10^{-4}$	[3.24]
Zink	7130	$13,1 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^9$	0,33	1350	850		$\approx 3 \cdot 10^{-4}$	[3.24]
Zinn	7280	$4,4 \cdot 10^9$	$1,6 \cdot 10^9$	0,39	780	470		$\approx 20 \cdot 10^{-4}$	[3.24]



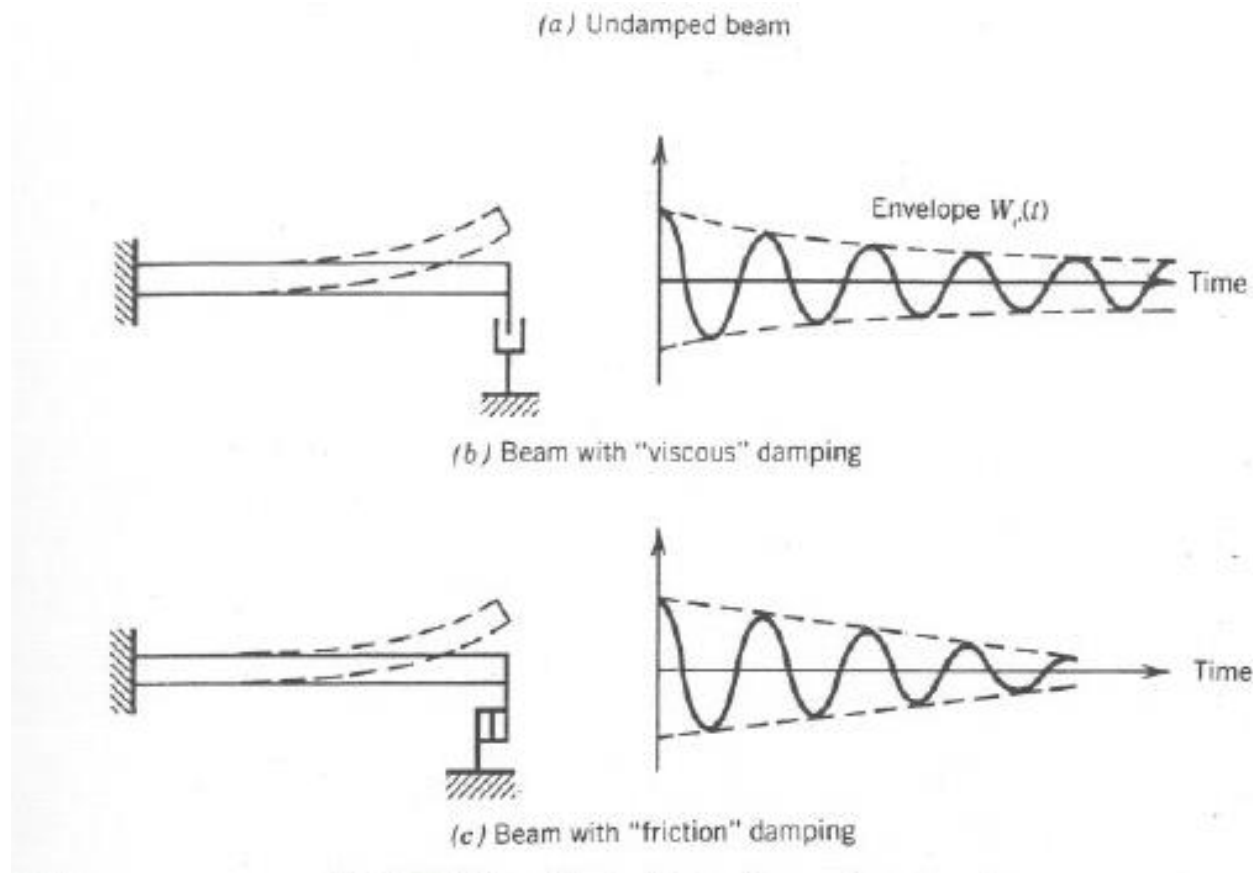
## 3.4.2 Körperschallisolation



**Bild 22.8.** Meßergebnisse an elastischen Lagerungen. *a* Pegeldifferenz  $\Delta L_K$  und Einfügungsdämmung  $\Delta L_E$  bei einer elastisch gelagerten U-Bahnschiene; Anregung durch vorüberfahrenden Zug; *b* Pegeldifferenz  $\Delta L_K$  und Einfügungsdämmung  $\Delta L_E$  bei einer elastisch gelagerten Aufzugmaschine. Anregung durch normalen Aufzugsbetrieb



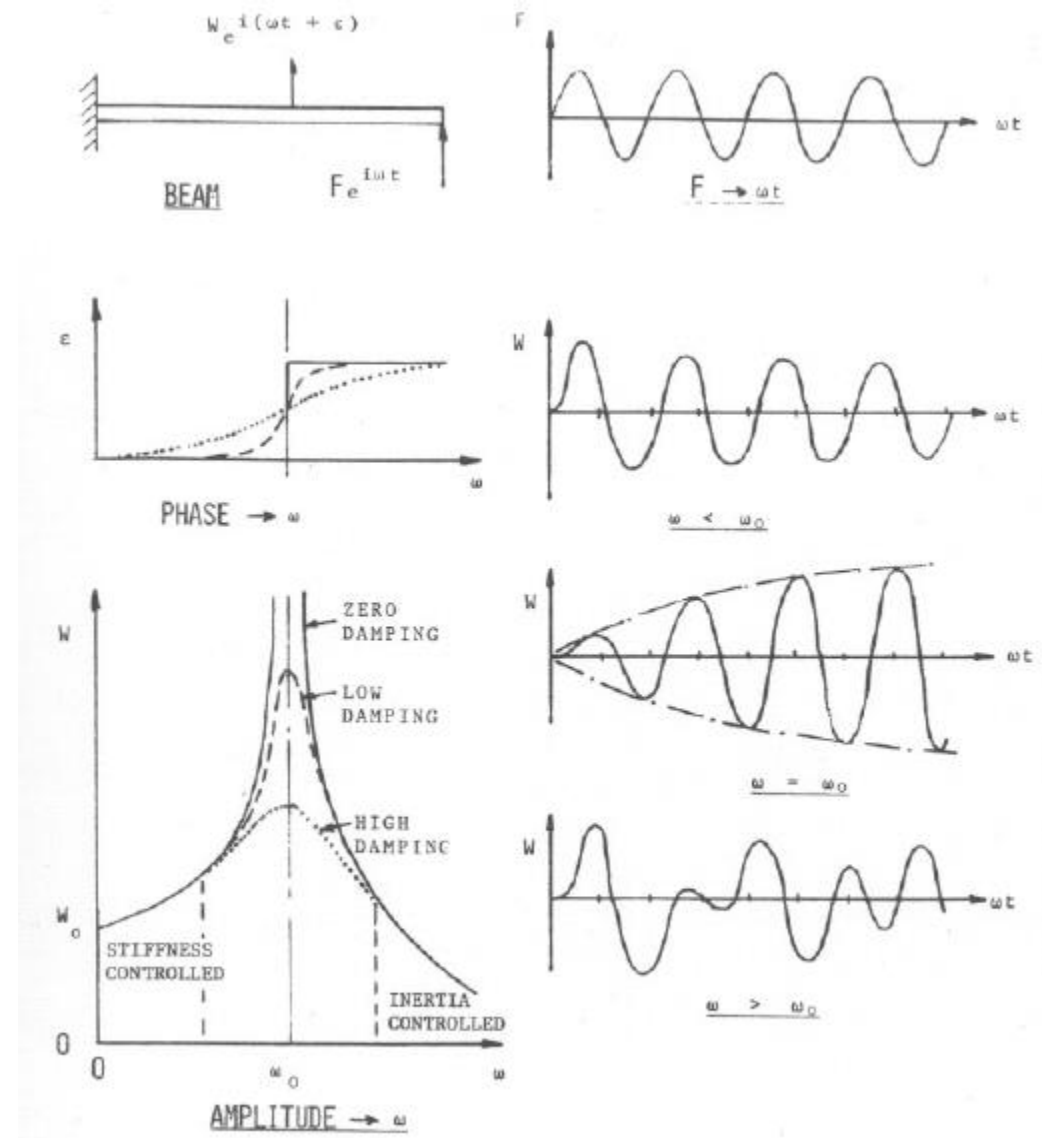
## 3.4.2 Stab, Platte – Dämpfung



aus: Vibration damping



### 3.4.2 Stab, Platte – Dämpfung

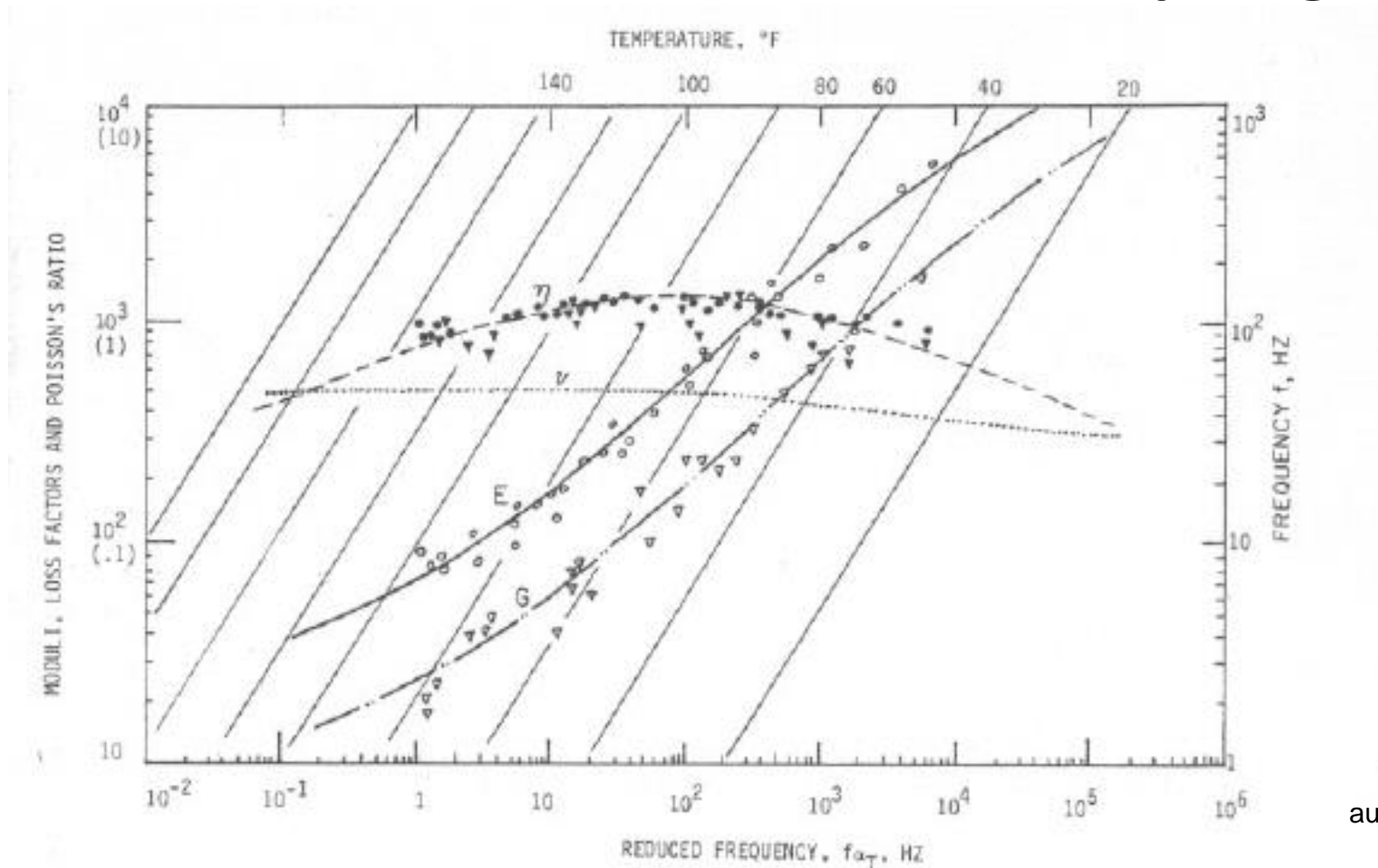


aus: Vibration damping

FIGURE 2.2. Effect of damping on steady state response.

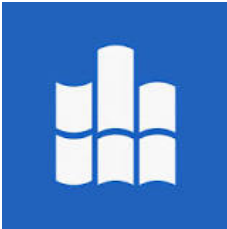


## 3.4.2 Viskoelastisches Material – Dämpfung



aus: Vibration damping

**FIGURE 2.18.** Complex modulus properties of viscoelastic polymer as function of reduced temperature, and frequency ( $E, G$  in  $\text{lb/in.}^2$ ).



## 3.4.2 Viskoelastisches Material – Dämpfung

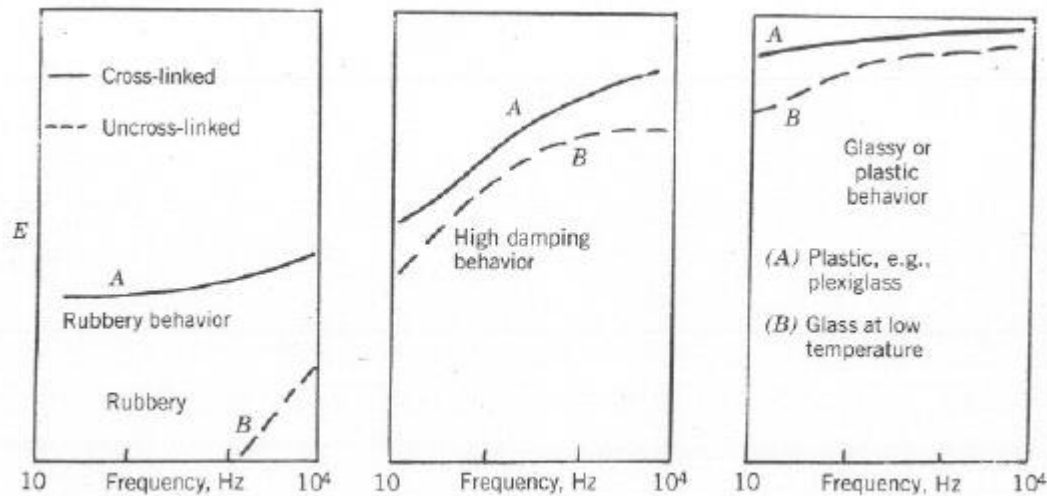


FIGURE 3.3 Frequency dependence of modulus and loss factor for various types of materials

aus: Vibration damping

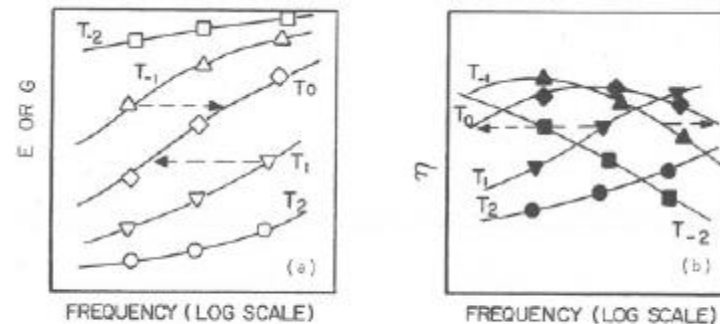
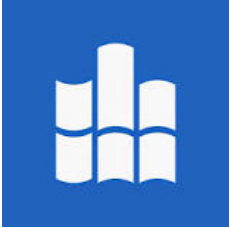


FIGURE 3.4. Variation of the (a) storage modulus and (b) loss factor with frequency.

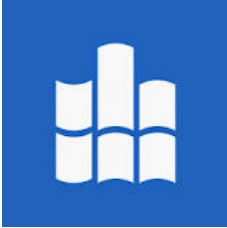


## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

Aus den Gleichungen für das mittlere Schnellequadrat der Platte bei punktförmiger Anregung zeigt sich, dass dieses, für die Schallabstrahlung relevante Schnellequadrat umgekehrt proportional zum Verlustfaktor ist

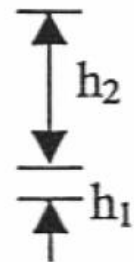
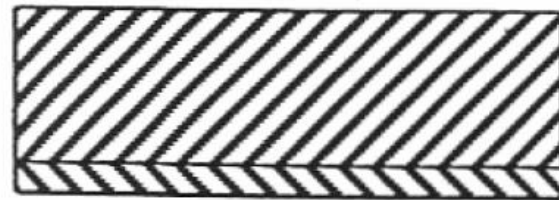
$$\overline{\tilde{v}^2} \sim \frac{1}{\eta}$$

Für praktische Anwendungsfälle in der Maschinenakustik kann der Dämpfungsfaktor einer Platte durch das Aufbringen von geeigneten, zähen Belägen vergrößert werden.



## 3.4.2 Platte – Entdröhnung Einfacher Dämpfungsbelag

### Einfacher Dämpfungsbelag



Dämpfungsbelag  $E_2, \eta_2$

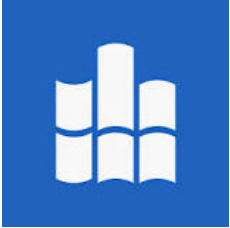
Grundplatte (Blech)  $E_1, \eta_1$

$$\eta_D = \eta_1 + \varepsilon \eta_2$$

$$\varepsilon = 3 \left( 1 + \frac{h_2}{h_1} \right)^2 \frac{h_2}{h_1} \frac{E_2}{E_1}$$

bzw. 
$$\frac{\eta_D}{\eta_1} = 1 + \varepsilon \frac{\eta_2}{\eta_1}$$





## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

### Einfacher Dämpfungsbelag

#### Schlussfolgerungen:

Eine wirksame Bedämpfung der Platte erhält man für  $\frac{\eta_D}{\eta_1} \gg 1$ , das bedeutet

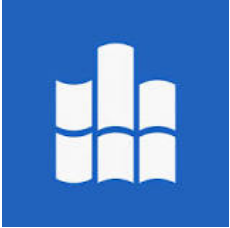
→  $\eta_2 \gg \eta_1$

→  $\varepsilon$  groß, d. h.

➤  $\frac{h_2}{h_1}$  ausreichend groß

➤  $\frac{E_2}{E_1}$  möglichst groß

(das wird häufig nicht beachtet, d. h. es werden Dämpfungsbeläge mit zu kleinem E-Modul verwendet, z. B. Weichgummi, Filz)



## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

### Einfacher Dämpfungsbelag

Größenordnungen / Bereiche:

$$\frac{E_2}{E_1} = 10^{-1} \dots 10^{-5}$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = 10 \dots 10^3$$

$$\frac{h_2}{h_1} = 0,5 \dots 10$$

Richtwerte für den Elastizitätsmodul E und den Verlustfaktor  $\eta$ :

Stahl:

$$E = 1,74 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$$

$$\eta = 2 \cdot 10^{-4} \dots 2 \cdot 10^{-3}$$

Entdröhnmaterialien

$$E = (5 \cdot 10^7 \dots 5 \cdot 10^8) \text{ Pa}$$

$$\eta = 0,2 \dots 2$$

Maximaler Verlustmodul:

$$E_2 \eta_2 \approx 10^9 \text{ Pa}$$



## 3.4.2 Platte – Entdröhnung Einfacher Dämpfungsbelag

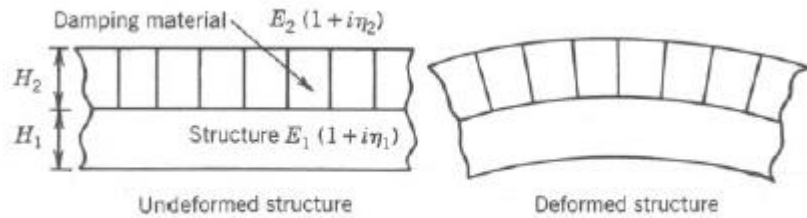
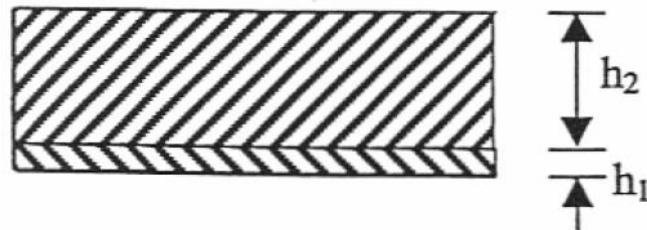


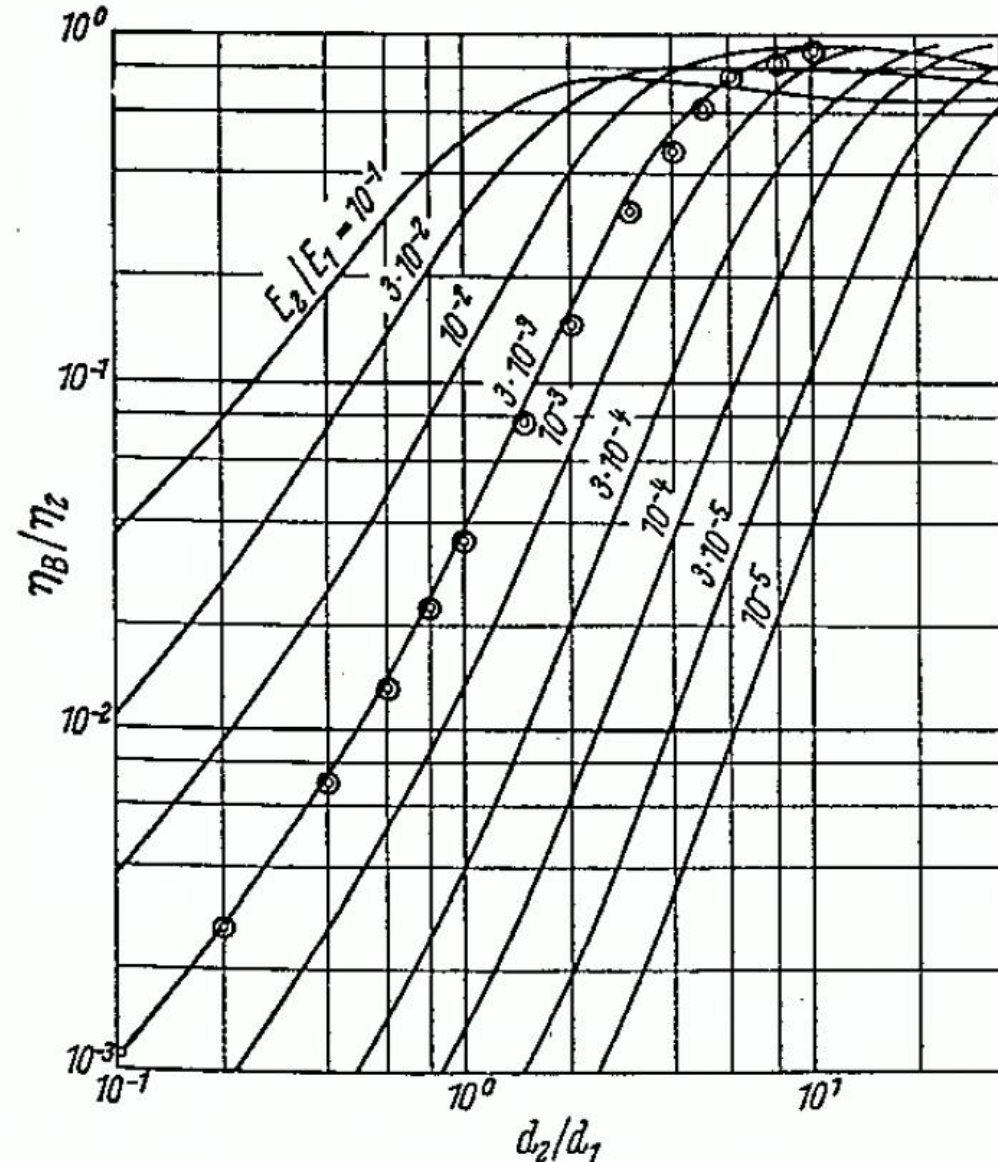
FIGURE 6.2. Unconstrained or free-layer damping treatment.

### Einfacher Dämpfungsbelag



$\eta_B$  Gesamtverlustfaktor

aus: Cremer: Körperschall





## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

### Einfacher Dämpfungsbelag

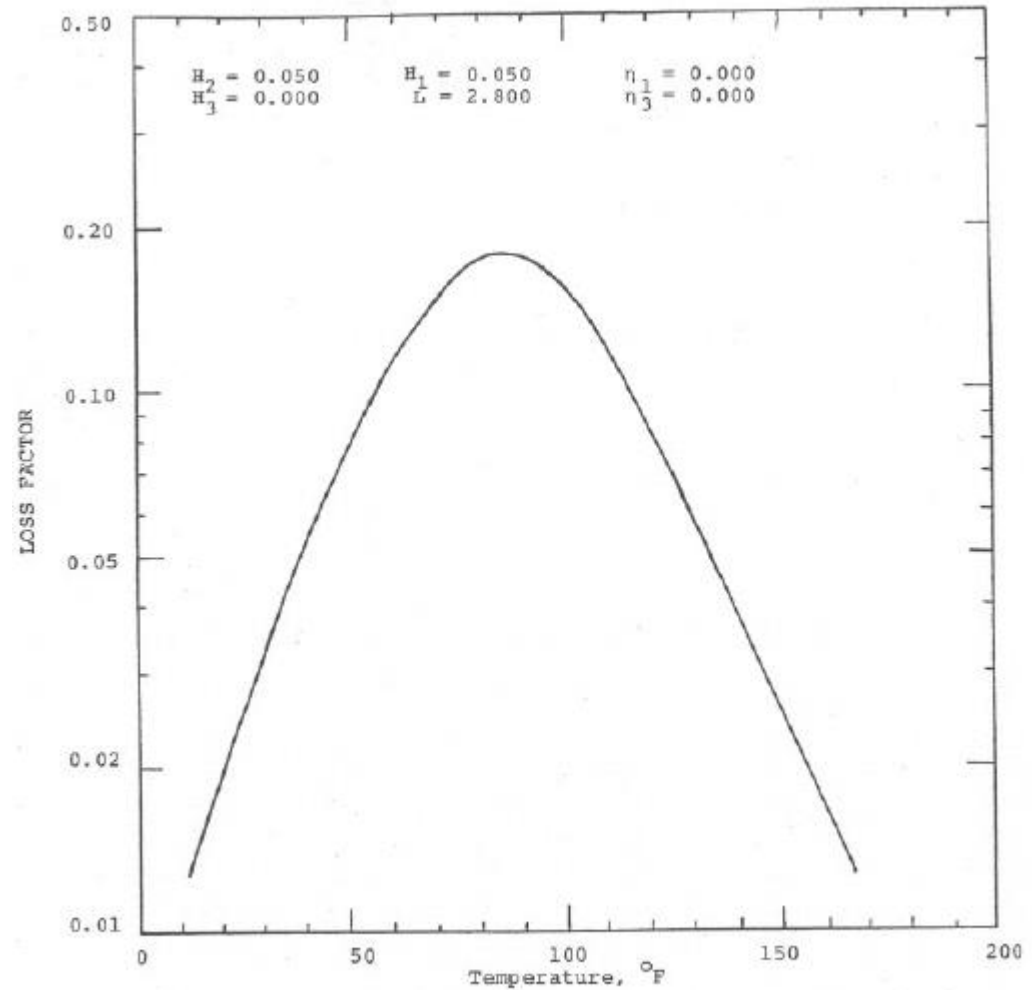
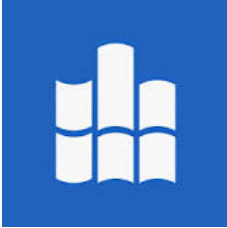


FIGURE 6.3. Variation of the damping performance of an unconstrained-layer treatment with temperature.

aus: Vibration damping



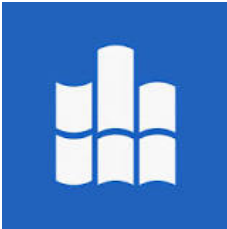
## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

### Einfacher Dämpfungsbelag

Verlustfaktor und Elastizitätsmodul [ $\text{N/m}^2$ ] beim Dämpfungsmaximum einiger Hochpolymere

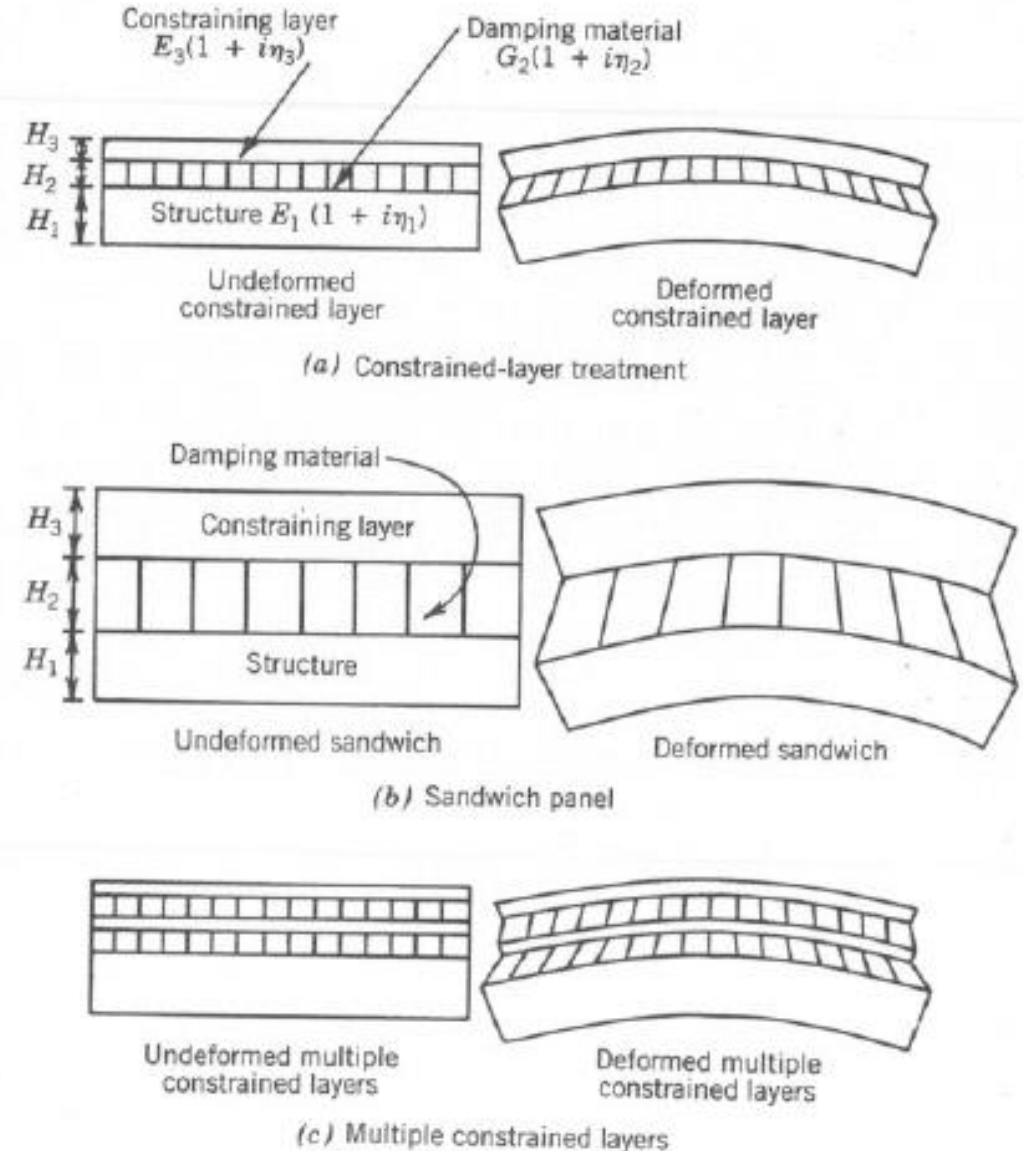
Polyvinylchlorid (rein)	$\eta = 1,8$	$E = 3 \cdot 10^7$	bei $92^\circ\text{C}$ u.	20 Hz
Polystyrol	$\eta = 2,0$	$E = 30 \cdot 10^7$	bei $140^\circ\text{C}$ u.	2000 Hz
Polyisobutylen	$\eta = 2,0$	$E = 0,6 \cdot 10^7$	bei $20^\circ\text{C}$ u.	3000 Hz
Nitrilkautschuk	$\eta = 0,8$	$E = 33 \cdot 10^7$	bei $20^\circ\text{C}$ u.	1000 Hz
Hargummi	$\eta = 1,0$	$E = 20 \cdot 10^7$	bei $60^\circ\text{C}$ u.	40 Hz
Polyvinylchlorid mit 30% Weichmacher	$\eta = 0,8$	$E = 2 \cdot 10^7$	bei $50^\circ\text{C}$ u.	100 Hz

aus: Cremer: Körperschall



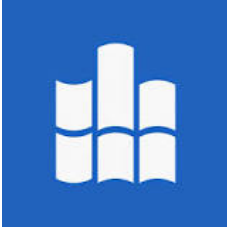
### 3.4.2 Platte – Entdröhnung Dämpfungsbelag mit Abstandshalter Eingezwängter Belag

aus: Vibration damping



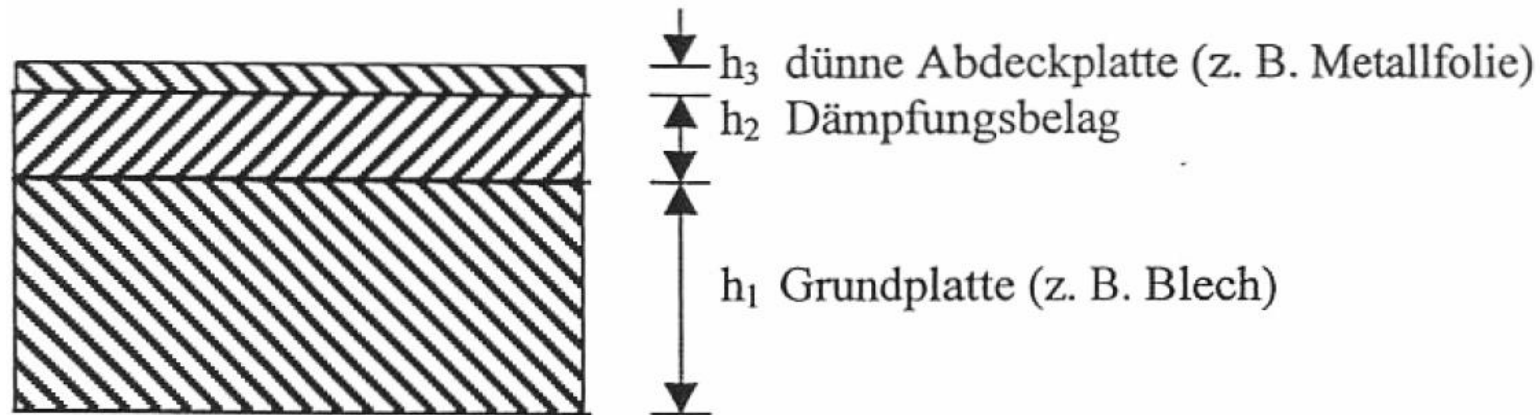
Der Abstandshalter besteht aus einer honigwabenförmigen Struktur (Plaste) mit hoher Schubsteife. Er vergrößert mit seiner Hebelwirkung die Auslenkungen der Grundplatte (Biegewellen) und trägt diese größeren Verschiebungen in den Dämpfungsbelag ein. Damit erhöht sich durch die größere Dissipation die dämpfende Wirkung des Belages.

FIGURE 6.16. Various constrained damping treatments. (a) Constrained-layer treatment. (b) Sandwich panel. (c) Multiple-constrained layers.



## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

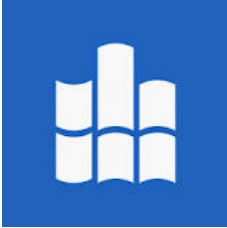
### Eingezwängter Dämpfungsbelag



Dämpfungsbelag und Abdeckplatte sind bei dieser Ausführung sehr viel dünner als die Grundplatte, das zu bedämpfende Blech. Die gesamte Biegesteife wird in erster Linie durch die Biegesteife der Grundplatte bestimmt.

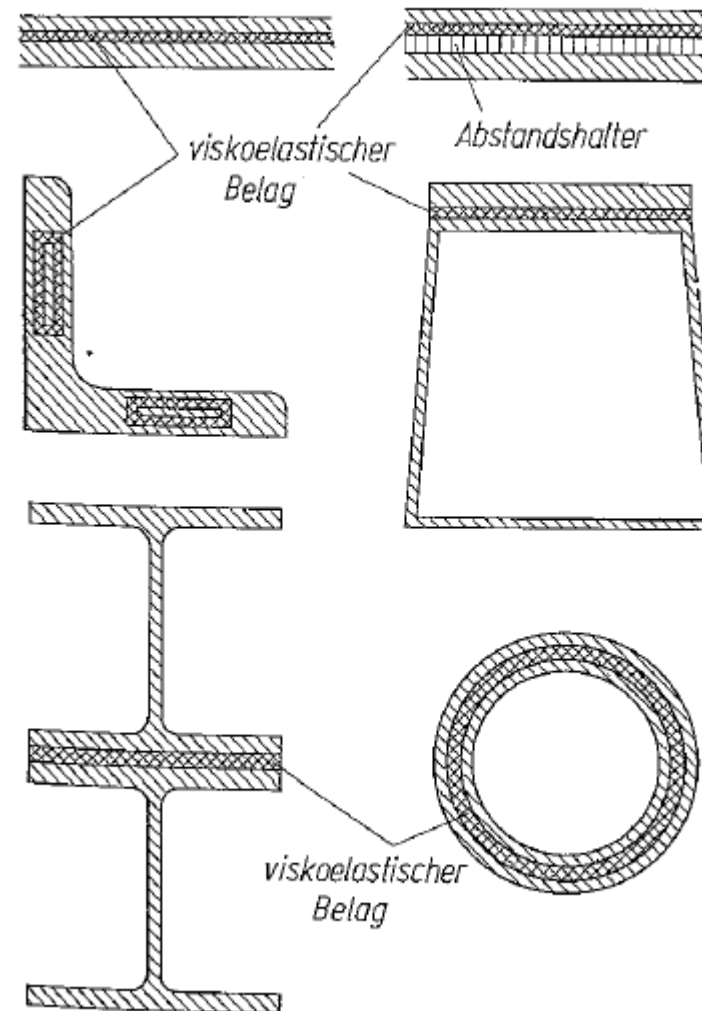
Wirkungsweise:

- Biegewellen verursachen Dehnungen und Stauchungen
- große Schubbeanspruchungen in der Dämpfungsschicht



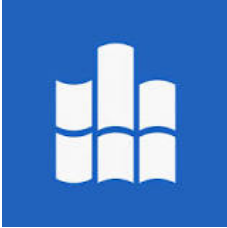
## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

### Eingezwängter Dämpfungsbelag Beispiele



aus: Cremer: Körperschall





## 3.4.2 Platte – Entdröhnung Eingezwängter Dämpfungsbelag

Der Verlustfaktor der Gesamtanordnung ist in diesem Fall frequenzabhängig:

$$f_{\max} = \frac{1}{2\pi} \frac{G_2 \sqrt{1 + \eta_2^2}}{E_3 h_3 h_2} \sqrt{\frac{B'}{m''}}$$

$$\eta_{D\max} = \frac{3 E_3 h_3}{2 E_1 h_1} \frac{\eta_2}{1 + \sqrt{1 + \eta_2^2}}$$

mit:  $G_2$  Realteil des Schubmoduls der Dämpfungsschicht

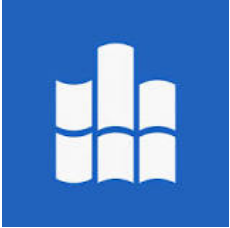
$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad \mu = 0, 2 \dots 0, 4 \text{ (für praktisch eingesetzte Dämpfungsmaterialien)}$$

$B'$  Biegesteife der Gesamtanordnung

$m''$  flächenbezogene Masse der Gesamtanordnung

$\eta_{D\max}$  ist unabhängig vom E-Modul der Zwischenschicht, auch unabhängig von deren Dicke

$\eta_D$  fällt nach hohen und tiefen Frequenzen hin vom angegebenen Maximalwert aus nur langsam ab, d. h. es gibt einen breiten Frequenzbereich mit hohen Dämpfungswerten.



## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

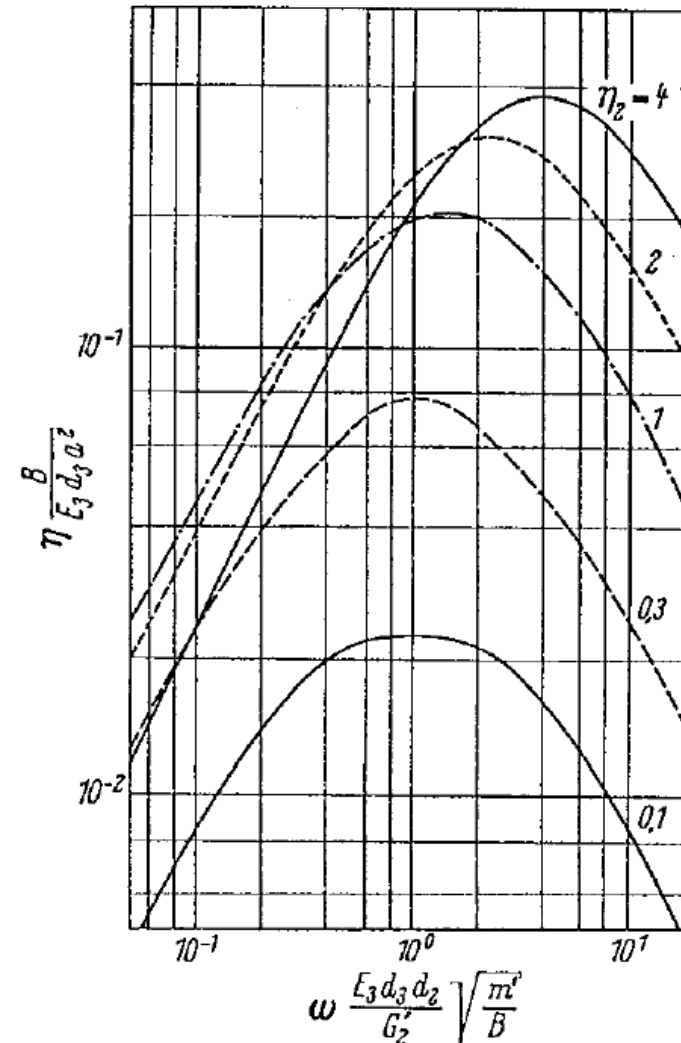
### Eingezwängter Dämpfungsbelag

In der Praxis werden eingezwängte Dämpfungsbeläge aus weichen Materialien ( $E_2$  klein) mit hohem Verlustfaktor verwendet. Die Abdeckplatte sollte möglichst einen hohen Elastizitätsmodul besitzen; dafür werden häufig dicke Metallfolien mit einer Klebeschicht verwendet, mit der sie unmittelbar auf das zu bedämpfende Blech aufgeklebt werden. Die Klebeschicht ist dann direkt das Dämpfungsmaterial!

Viskoelastische Zwischenschichten unterschiedlichster Ausführung werden in der Praxis zur Körperschalldämpfung von Strukturelementen eingesetzt. Die Wirkungsweise beruht grundsätzlich darauf, dass bei der Beanspruchung durch aufgeprägte Biegewellen Schubverformungen produziert werden, die hohe Dissipationsverluste bewirken (Umwandlung der kinetischen Energie der Biegewellen in Wärmeenergie).

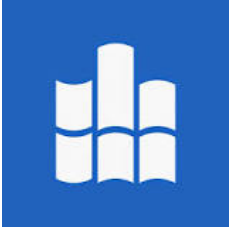


## 3.4.2 Platte – Entdröhnung Eingezwängter Dämpfungsbelag



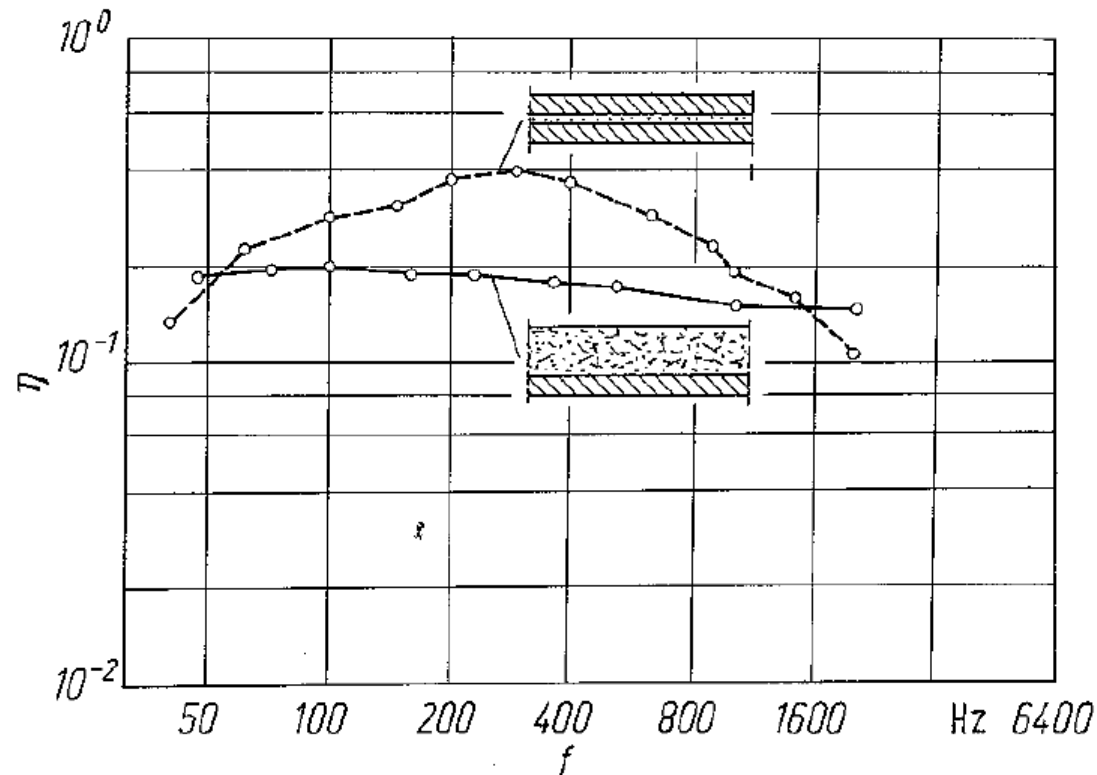
aus: Cremer: Körperschall

Frequenzgang des Verlustfaktors einer Mehrschichtplatte



## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

### Eingezwängter Dämpfungsbelag und Einfacher Dämpfungsbelag



aus: Cremer: Körperschall

Gemessener Verlustfaktor einer Verbundplatte mit dünner Zwischenschicht ( $d_1 = d_3$ ) und einer Platte mit einfacher Beschichtung ( $d_2/d_1 \approx 2,5$ )

## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

### Eingezwängter Dämpfungsbelag und Einfacher Dämpfungsbelag, Mesaufbau

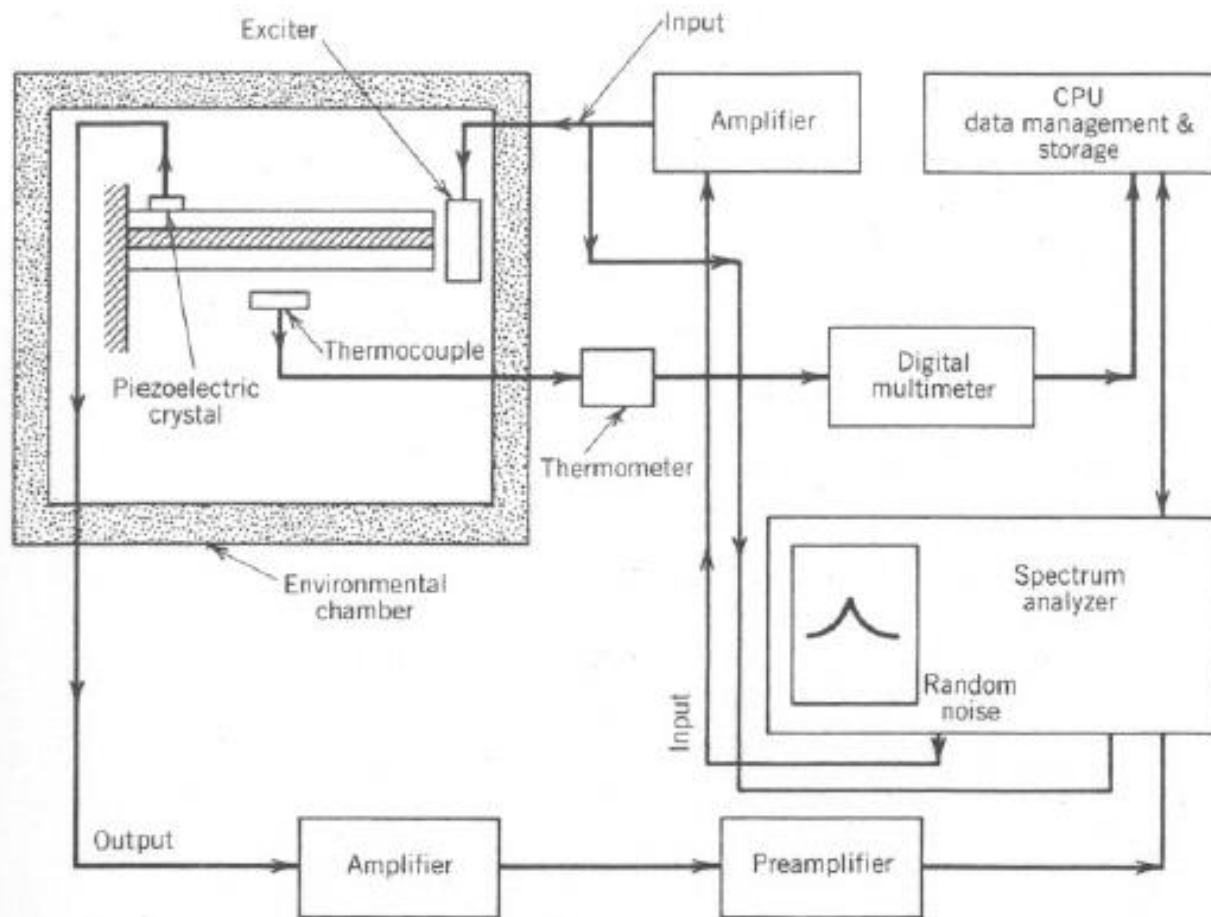
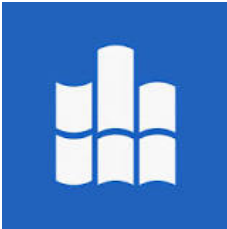


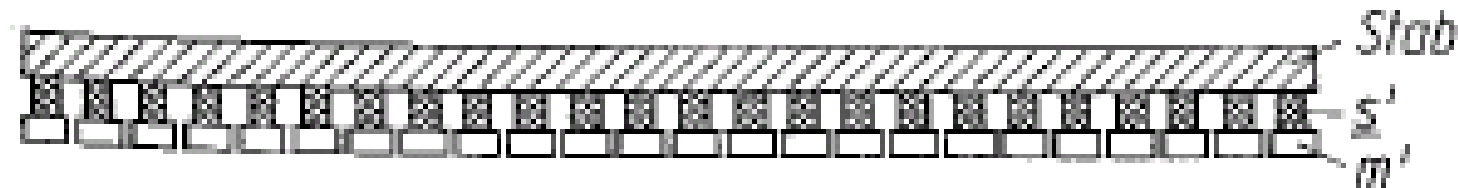
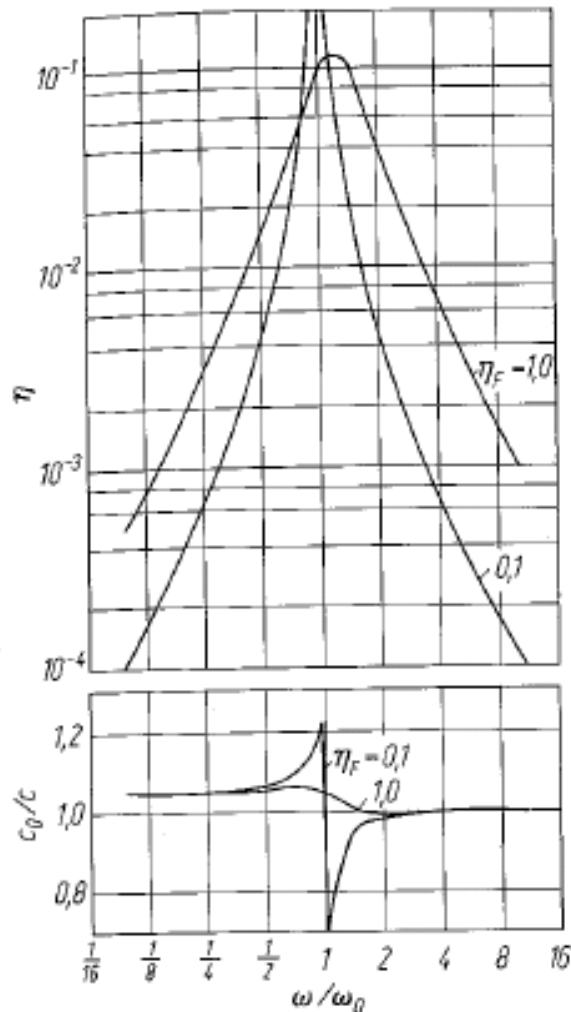
FIGURE 6.42. Block diagram of typical laboratory test setup for vibrating beam tests.

aus: Cremer: Körperschall



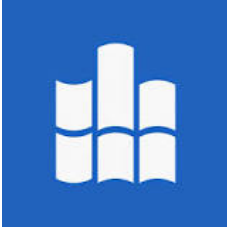
## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

### Stab mit zusätzlichen gedämpften Feder-Masse-Systemen

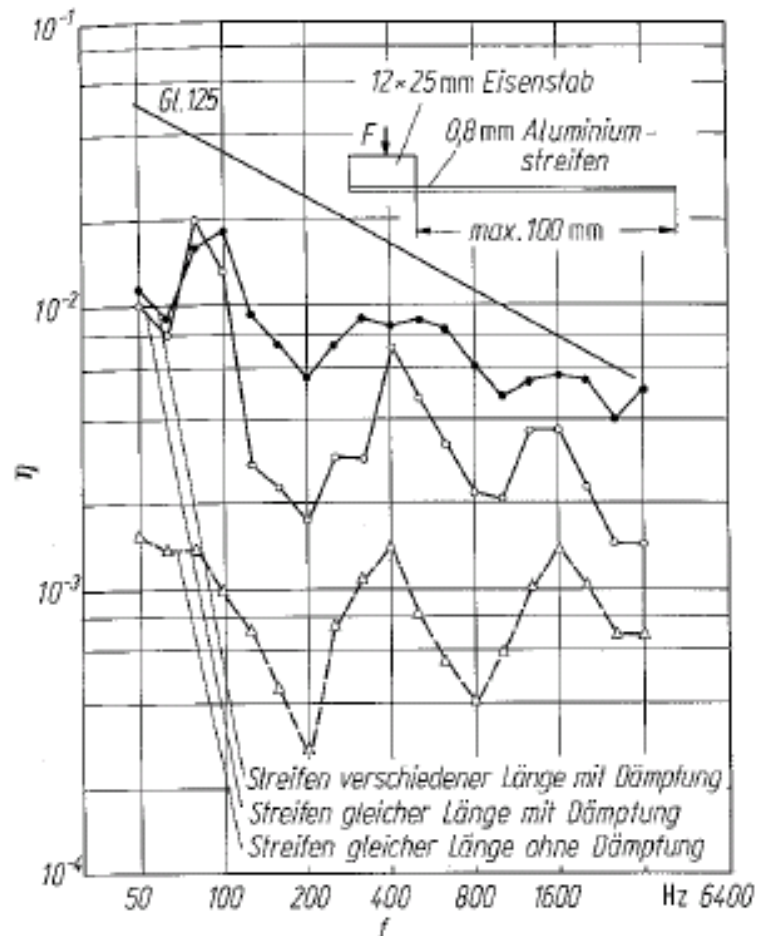


Cremer: Körperschall

Bild 3.29. Dämpfung und Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Stabes mit zusätzlichen Feder-Masse-Systemen  $m'/\rho S = 0,1$

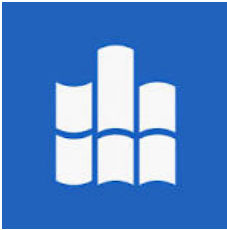


## 3.4.2 Platte – Entdröhnung Stab mit zusätzlichen gedämpften Feder-Masse-Systemen



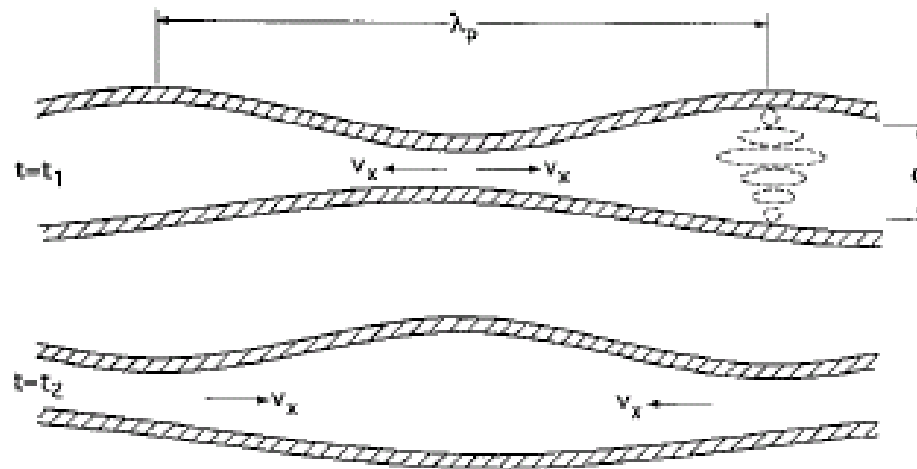
aus: Cremer: Körperschall

Bild 3.30. Verlustfaktor eines Stabes mit seitlich angebrachten Blechstreifen als Resonatoren



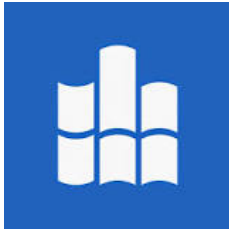
## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

1 mm Platte bedämpft durch Luftschicht (Dämpfung durch viskose Verluste infolge Flüssigkeits- und Gasströmung)



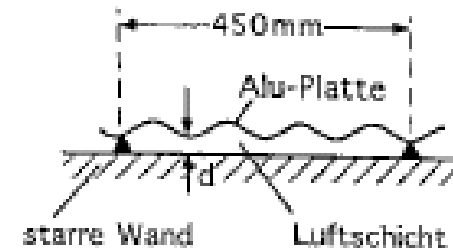
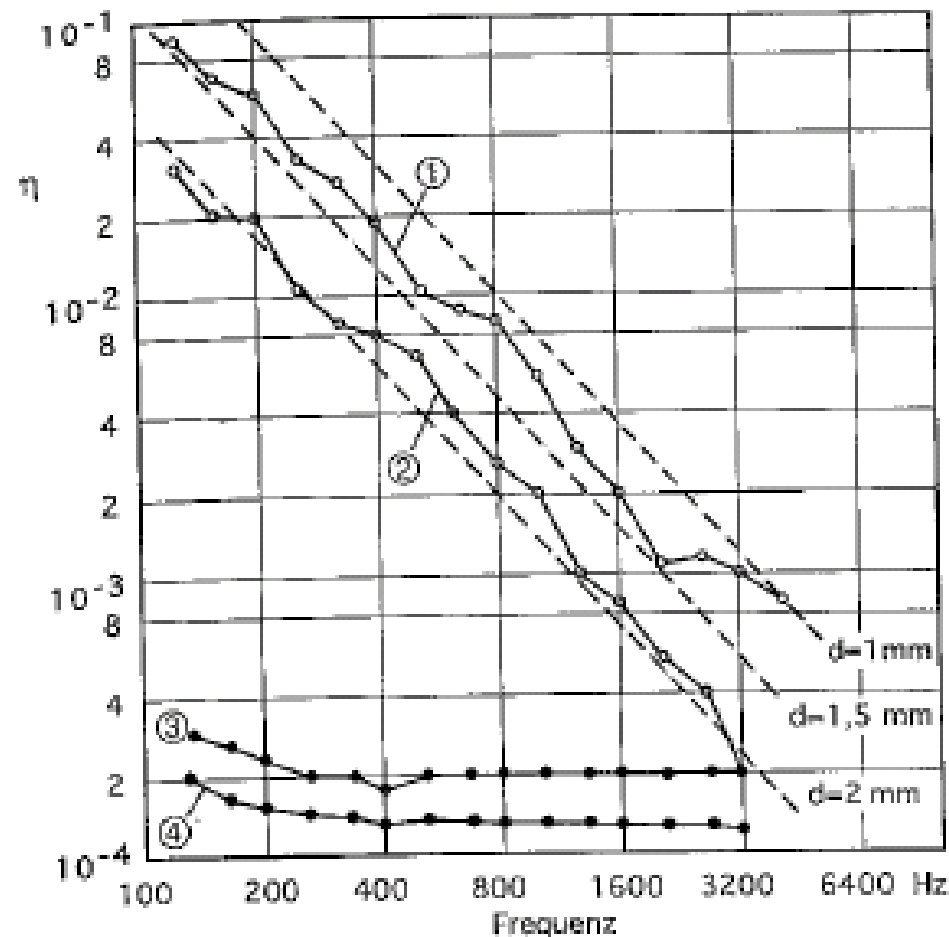
**Bild 3.33.** Bewegungsverlauf zu den Zeiten  $t_1$  und  $t_2$  in der Zwischenschicht einer Doppelplatte mit Bewegungsdifferenz in Normalenrichtung





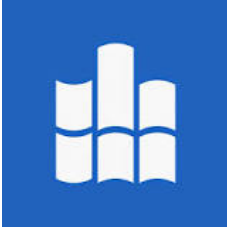
## 3.4.2 Platte – Entdröhnung

### 1 mm Platte bedämpft durch Luftschicht



- — ○ Meßwerte
- nach (3.130) gerechnet
- ① :  $d = 0,5 - 1,5$  mm
- ② :  $d = 1,5 - 2,5$  mm
- ③ : Messung im Vakuum,  $d \approx 1$  mm
- ④ : freie Platte,  $d \approx 200$  mm

Bild 3.34. Gemessene und berechnete Dämpfung einer 1 mm Alu-Platte bedämpft durch eine Luftschicht



## 3.4.2 Körperschalldämmung

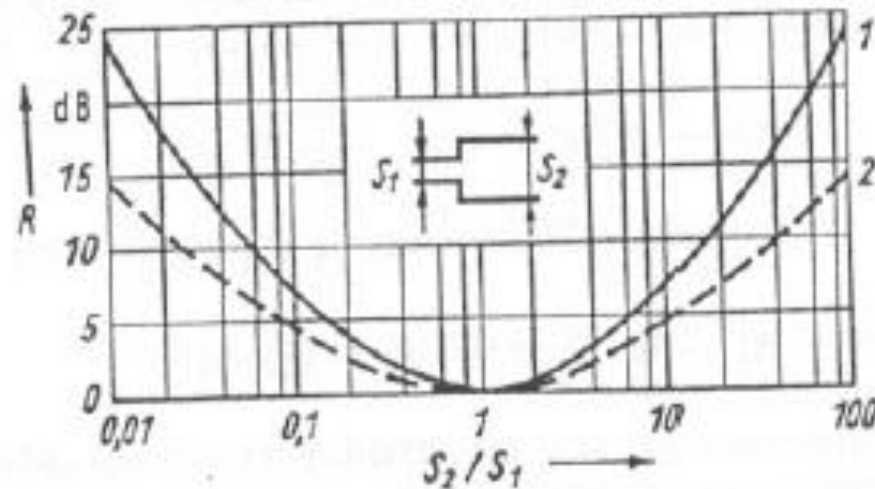
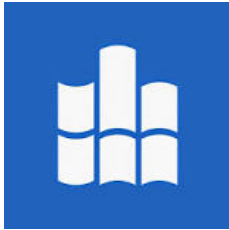


Bild 5.15  
Körperschalldämmmaß  $R = 10 \lg(1/\tau)$  dB  
für den Querschnittsprung  $S_2/S_1$  im sehr langen  
Stab [l.14]



## 3.4.2 Körperschalldämmung

aus: Cremer: Körperschall

Tabelle 22.4. Transmissionsgrade für Longitudinal- und Biegewellen

a Longitudinalwellen Querschnittsprung		$\tau = 4[\sigma^{1/2} \cdot \sigma^{-1/2}]^{-2}$
Materialwechsel		$\tau = 4 \left[ \left( \frac{E_1 \rho_1}{E_2 \rho_2} \right)^{1/2} + \left( \frac{E_1 \rho_1}{E_2 \rho_2} \right)^{-1/2} \right]^{-2}$
elastische Zwischenlage		$\tau = [1 + (f/f_0)^2]^{-1}$ ; mit $f_0 = \frac{1}{\pi} \frac{s}{S_1 \sqrt{E_1 \rho_1}}$
Sperrmasse		$\tau = [1 + (f/f_0)^2]^{-1}$ ; mit $f_0 = \frac{1}{\pi} \frac{S_1 \sqrt{E_1 \rho_1}}{m}$
b Biegewellen Querschnittsprung		$\tau = \left[ \frac{\sigma^{-5/4} \cdot \sigma^{-3/4} \cdot \sigma^{3/4} \cdot \sigma^{5/4}}{\frac{1}{2} \sigma^{-2} \cdot \sigma^{-1/2} \cdot 1 \cdot \sigma^{1/2} \cdot \frac{1}{2} \sigma^2} \right]^{-2}$
Materialwechsel		$\tau = \left[ \frac{2 \sqrt{\kappa \psi} (1 + \kappa)(1 + \psi)}{\kappa(1 + \psi)^2 + 2\psi(1 + \kappa^2)} \right]^{-2}$
Ecke		$\tau = 2[\sigma^{-5/4} \cdot \sigma^{5/4}]^{-2}$
Kreuzung		$\tau_{12} = \frac{1}{2} [\sigma^{-5/4} \cdot \sigma^{5/4}]^{-2}$ $\tau_{13} = \frac{1}{2} [1 + 2\sigma^{3/2} \cdot \sigma^5]^{-1}$
Verzweigung		$\tau_{12} = [\sqrt{2} \sigma^{-5/4} \cdot \sigma^{5/4} / \sqrt{2}]^{-2}$ $\tau_{13} = [2 + 2\sigma^{3/2} + \frac{1}{2} \sigma^3]^{-1}$
elastische Zwischenlage		$\tau = [1 + (f/f_0)^2]^{-1}$ mit $f_0 = \left( \frac{G_F^2}{1.8 \pi^2 \rho_1 \sqrt{E_1 \rho_1} h_1 / l_f^2} \right)^{1/3}$ $= \left( \frac{G_F^2}{2 \pi^2 \rho_1 \sqrt{E_1 \rho_1} K_1 / l_f^2} \right)^{1/3}$
Sperrmassen		$\tau = 1$ für $f < 0.5 f_0$ $\tau = [1 + (f/f_0)^2]^{-1}$ für $f > 2 f_0$ $f_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{K_1}{K^2} \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}$ ; $f_0 = \frac{2 Q_1 S_1^2 K_1 \sqrt{E_1 \rho_1}}{\pi m^2}$

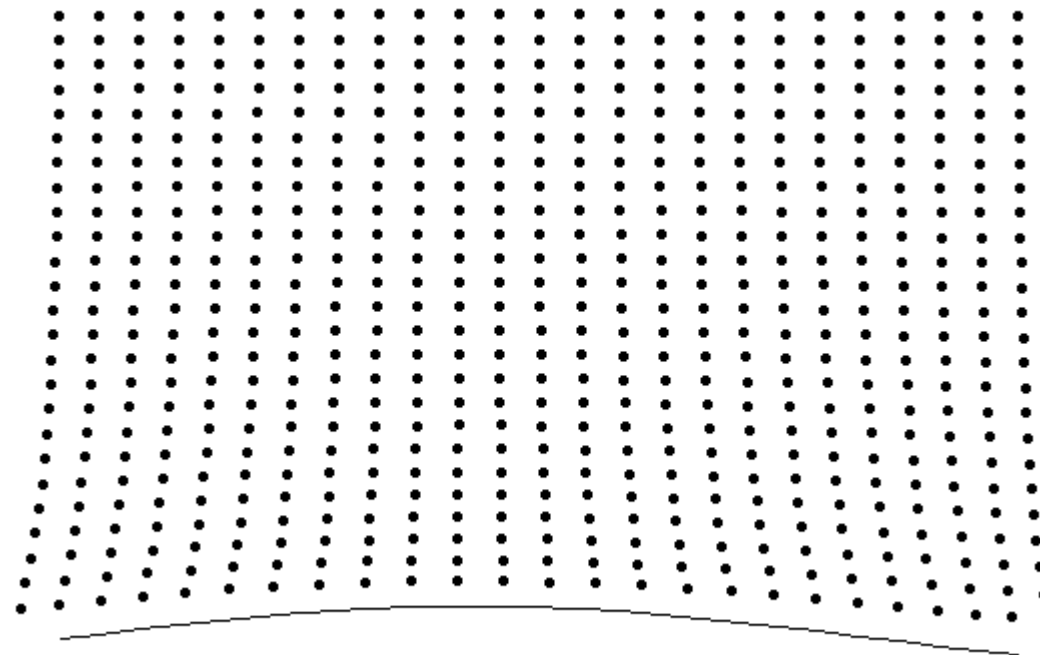
Bemerkung: Bei Platten  $\sigma = h_2/h_1$ ; bei Stäben  $\sigma = S_2/S_1$ ;  $E_1, E_2, \rho_1, \rho_2, h_1, h_2, S_1, S_2, K_1, K_2, c_1, c_2$  bedeuten E-Modul, Dichte, Dicke, Querschnittsfläche, Trägheitsradius, Gruppengeschwindigkeit zu beiden Seiten der Stoßstelle (bei Platten  $K_1 = h_1/\sqrt{12}$ ),  $s$  Steife der Zwischenschicht,  $m$  Masse der Sperrmasse;  $G_F$  Schubmodul der Zwischenschicht;  $K$  Trägheitsradius der Sperrmasse;

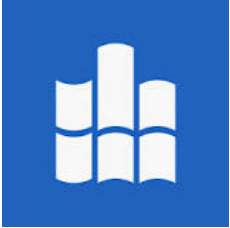
$$\kappa = \sqrt{\frac{\rho_2 E_1 K_1^2}{\rho_1 E_1 K_2^2}} \quad \psi = \frac{K_2 S_2}{K_1 S_1} \sqrt{\frac{E_2 \rho_2}{E_1 \rho_1}}$$



## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Simulation





## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Einfache Platte mit freien Biegewellen, Abstrahlgrad

Freie Biegewellen: das Körperschallfeld ist nicht von der örtlichen Verteilung von Quellen abhängig, sondern nur von der Beschaffenheit (Material, Geometrie) der Platten und Stäbe.

#### Abstrahlgrad $\sigma$

$$\sigma = \frac{P}{\rho c S \tilde{v}^2}$$

Verhältnis der tatsächlich abgestrahlten Schalleistung  $P$  zur abgestrahlten Schalleistung einer fiktiven Platte (Membran)

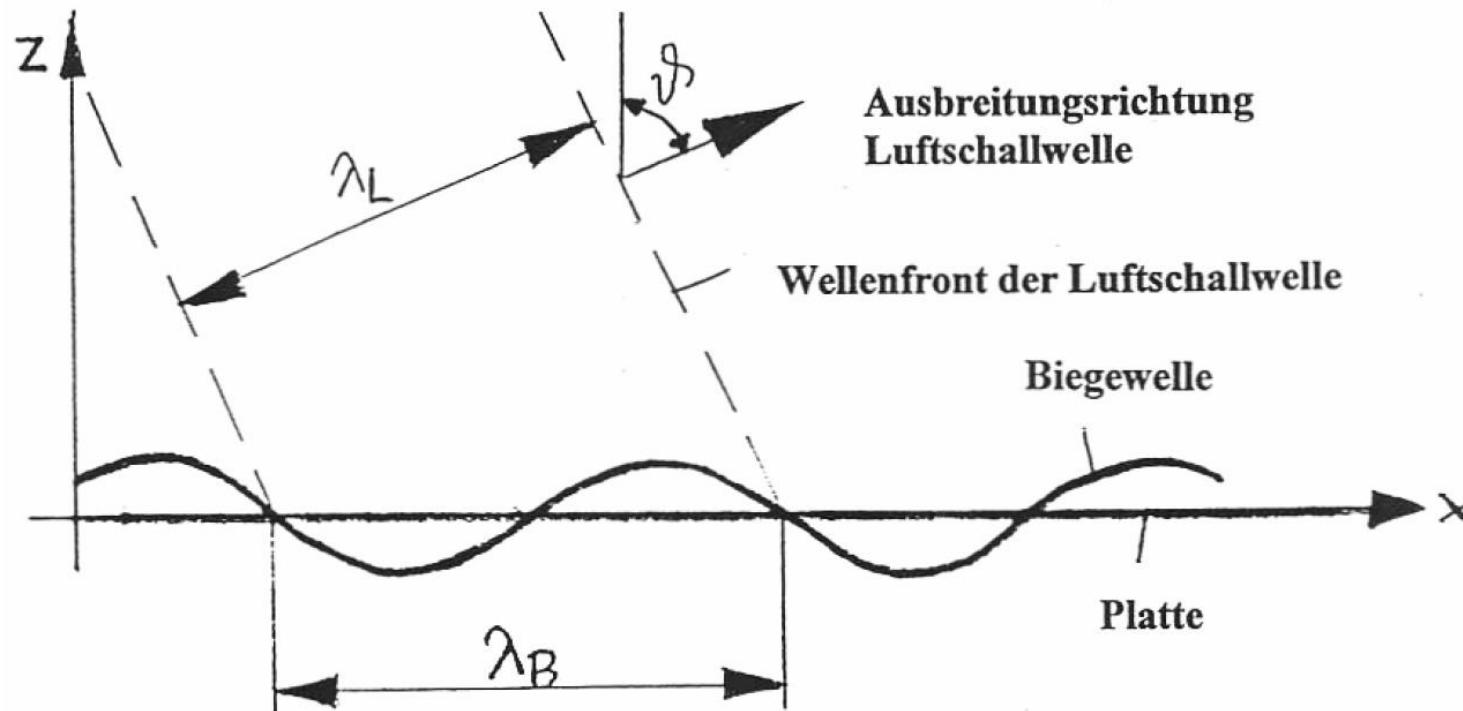
Bedingung:

- Bewegung kolbenförmig (gleichphasig) mit derselben Schnelle wie die tatsächliche Membran schwingt
- Abstrahlung in ein Rohr mit der Querschnittsfläche  $S$  (ebene Welle mit der spezifischen Strahlungsimpedanz)



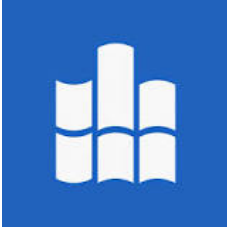
## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Schallabstrahlung der Platte, Grenzfrequenz der Platte



Voraussetzungen:

- Ebene, unendlich ausgedehnte Platte in der  $xy$ -Ebene
- keine Dämpfung
- in  $x$ -Richtung: Ausbreitung von (geraden) Biegewellen
- Schallabstrahlung in den  $xyz$ -Raum, Betrachtung des Luftschallfeldes in der  $zx$ -Ebene



## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Schallabstrahlung der Platte, Grenzfrequenz der Platte

**Kopplung beider Felder** durch die Randbedingung an der Platte ( $z = 0$ ):

$$\underline{v}_{z, \text{Platte}} = \underline{v}_{z, \text{Luftschall}} \quad \Rightarrow \quad \underline{v}_{zB} = \underline{v}_{zL} \Big|_{z=0}$$

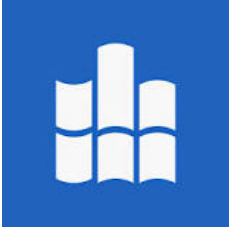
d. h.

$$\underline{v}_{zB} = \underline{v}_0 e^{-jk_B x} = \underline{v}_{zL} \Big|_{z=0} = \frac{k_z}{\omega \rho} \underline{p}_0 e^{-jk_x x}$$

daraus folgt:

1.  $\boxed{k_B = k_x} \quad \Rightarrow \quad \text{Anpassung des Wellenmusters in der Plattenebene}$

2.  $\underline{p}_0 = \frac{\omega \rho}{k_z} \underline{v}_0$



## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Schallabstrahlung der Platte, Grenzfrequenz der Platte

Mit Einsetzen dieses Lösungsansatzes in die Wellengleichung für das Luftschallfeld erhält man für den Schalldruck

$$k_x^2 + k_z^2 = k^2 \quad \text{bzw.} \quad k_B^2 + k_z^2 = k^2$$

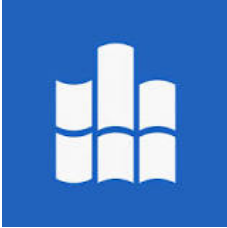
d. h. mit der Biegewellenzahl  $k_B$  liegt (neben der Luftschallwellenzahl  $k_x$ ) auch die Luftschallwellenzahl  $k_z$  in z-Richtung fest:

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_B^2}$$

$$\underline{p}(x, z) = \frac{\underline{v}_0 \rho c}{\sqrt{1 - \left(\frac{k_B}{k}\right)^2}} e^{-jk_B x} e^{-jk \sqrt{1 - \left(\frac{k_B}{k}\right)^2} z}$$

Schalldruckverteilung im Luftschallfeld, angeregt durch die schwingende Platte





## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Schallabstrahlung der Platte, Grenzfrequenz der Platte

Grenzfall:  $\Rightarrow k_{B,gr}^2 = k_{gr}^2$

daraus folgt, mit der Beziehung für die Biegewellenzahl  $k_B^2 = \omega \sqrt{\frac{m''}{B'}}$

$$\omega_{gr} \sqrt{\frac{m''}{B'}} = \frac{\omega_{gr}^2}{c_0^2}$$

und damit eine **Grenzfrequenz**  $\omega_{gr} = 2\pi f_{gr}$

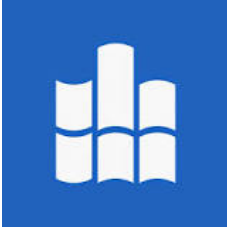
$$f_{gr} = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{m''}{B'}}$$

**Grenzfrequenz der Platte**

mit:

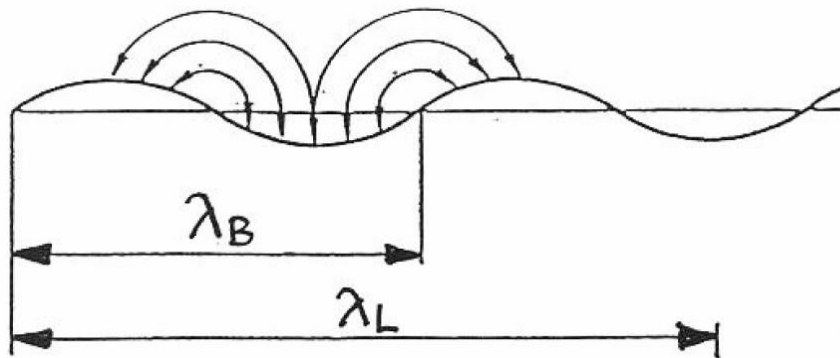
$$m'' = \rho h$$

$$B' = \frac{Eh^3}{12} \quad (\mu \ll 1)$$



## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Schallabstrahlung der Platte, Grenzfrequenz der Platte



Akustischer Kurzschluss

$$\lambda_L > \lambda_B$$

(nach: KOLLMANN)

#### 1. Bereich:

$$f < f_{gr} \Rightarrow k_B > k \Rightarrow \lambda_B < \lambda_L$$

$$\Rightarrow \underline{p} \sim e^{-jk \sqrt{1 - \left(\frac{k_B}{k}\right)^2} z} = e^{-k \sqrt{\left(\frac{k_B}{k}\right)^2 - 1} z}$$

- Biegewellenlänge der Platte ist kleiner als die Wellenlänge des anliegenden Luftschallfeldes
- Ausbildung eines "akustischen Kurzschlusses"
- intensives Nahfeld, exponentielles Abklingen des Schalldruckes mit der Entfernung  $z$  von der Platte, "Pseudoschallfeld" im Plattennahbereich



## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Schallabstrahlung der Platte, Grenzfrequenz der Platte

#### 2. Bereich:

$$f > f_{gr} \Rightarrow k_B < k \Rightarrow \lambda_B > \lambda_L$$

$$\Rightarrow \underline{p} \sim e^{-jk \sqrt{1 - \left(\frac{k_B}{k}\right)^2} z}$$

- Biegewellenlänge der Platte ist größer als die Wellenlänge des anliegenden Luftschallfeldes
- Schallabstrahlung unter dem Winkel  $\mathcal{G}$  zur Plattennormalen

$$\sin \mathcal{G} = \frac{\lambda_L}{\lambda_B} \quad \text{bzw.} \quad \cos \mathcal{G} = \sqrt{1 - \left(\frac{k_B}{k}\right)^2},$$

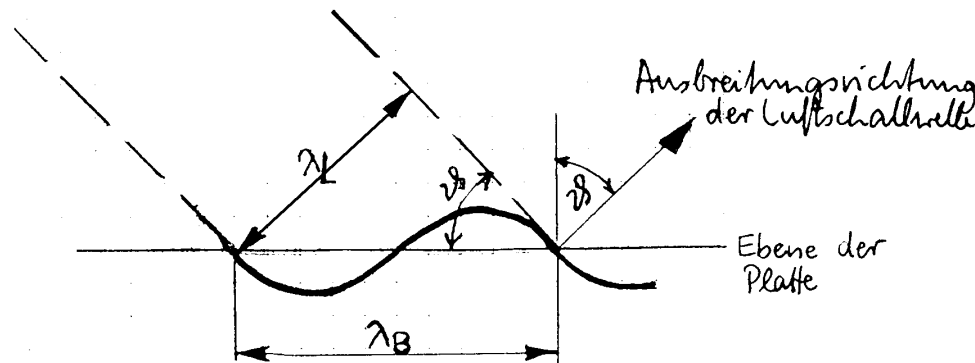
$$\text{d. h. jedem Verhältnis} \quad \sqrt{\frac{f_{gr}}{f}} = \frac{k_B}{k} = \frac{\lambda_L}{\lambda_B} = \sin \mathcal{G}$$

ist ein bestimmter Abstrahlwinkel zugeordnet:



## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Schallabstrahlung der Platte, Grenzfrequenz der Platte



nach Körtzsch

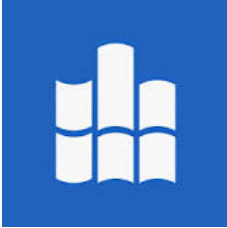
Es folgt:

- für  $\frac{k_B}{k}, \frac{\lambda_L}{\lambda_B}, \frac{f_{gr}}{f} \Rightarrow 1, \quad \text{d. h. } \vartheta \Rightarrow 90^\circ$

$\Rightarrow$  nahezu plattenparallele Schallabstrahlung  
(für Frequenzen oberhalb, aber nahezu bei der Grenzfrequenz)

- für  $\frac{k_B}{k}, \frac{\lambda_L}{\lambda_B}, \frac{f_{gr}}{f} \ll 1, \quad \text{d. h. } \vartheta \Rightarrow 0^\circ$

$\Rightarrow$  nahezu plattennormale Schallabstrahlung  
(für Frequenzen weit oberhalb der Grenzfrequenz)



## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Schallabstrahlung der Platte, Grenzfrequenz der Platte

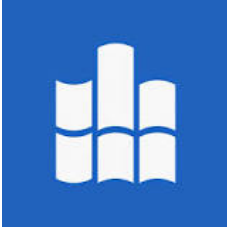
Abgestrahlte Schalleistung:

$$P = \frac{\rho c}{\cos \vartheta} \tilde{v}_0^2 S$$

Abstrahlgrad:

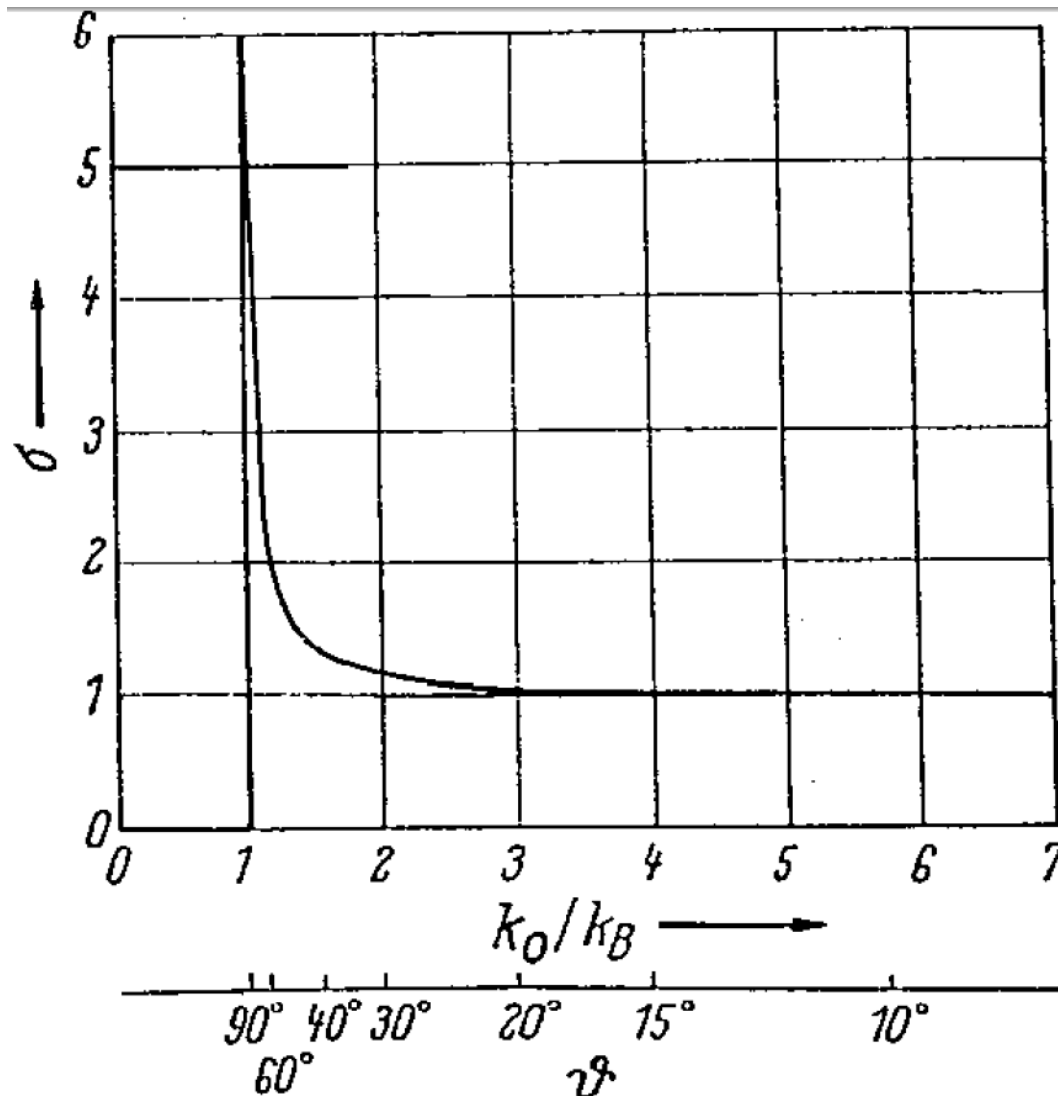
$$\sigma = \frac{P}{\rho c S \tilde{v}^2} = \frac{1}{\cos \vartheta}$$

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{k_B}{k}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_L}{\lambda_B}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_{gr}^2}{f^2}}} = \frac{1}{\cos \vartheta}$$

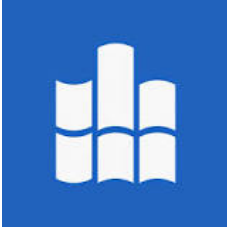


## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Schallabstrahlung der Platte, Grenzfrequenz der Platte



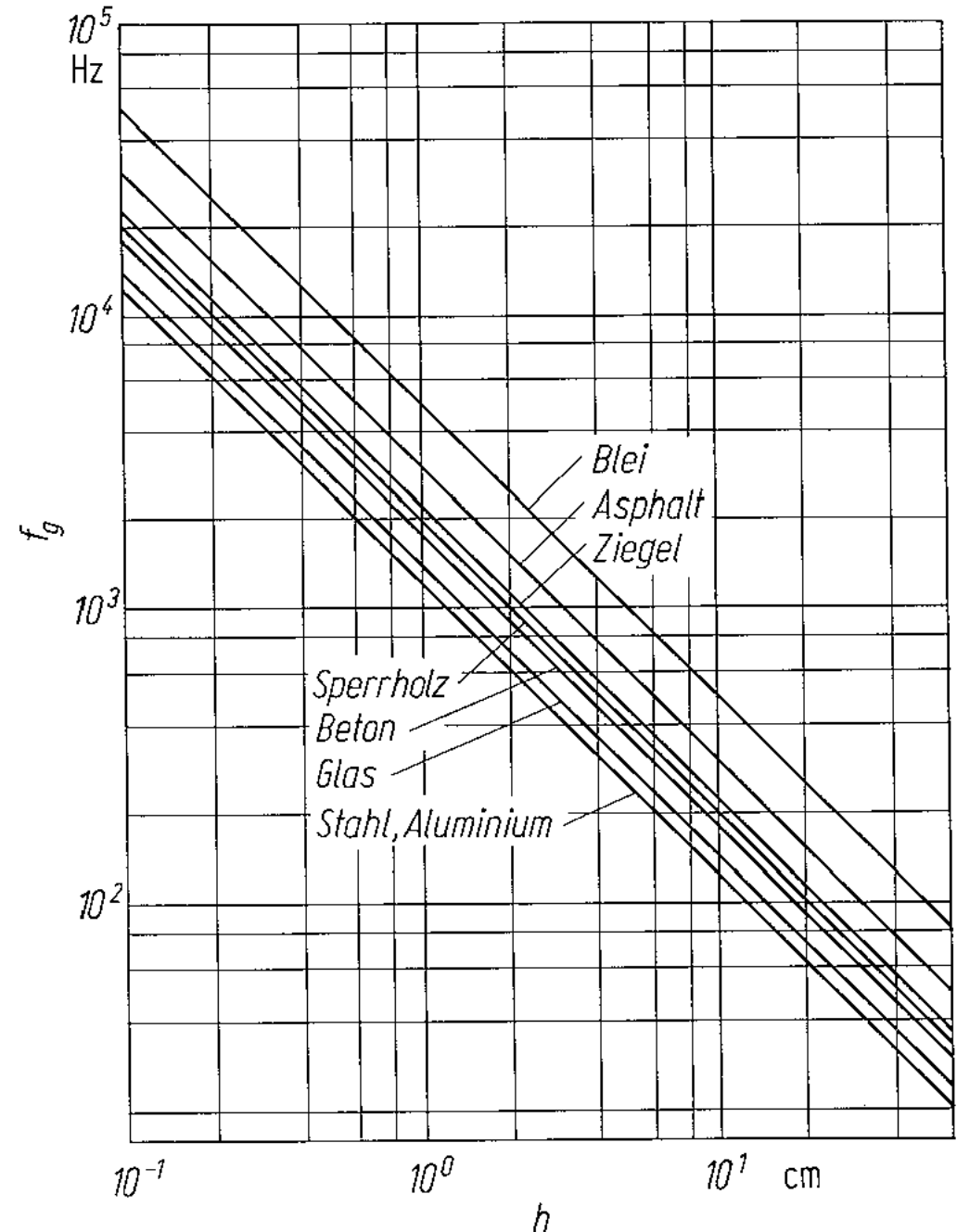
aus: Cremer: Körperschall

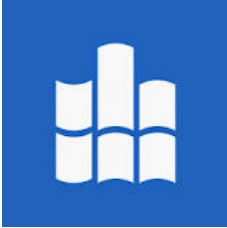


## 3.4.3 Platte – Abstrahlung

### Grenzfrequenz der Platte

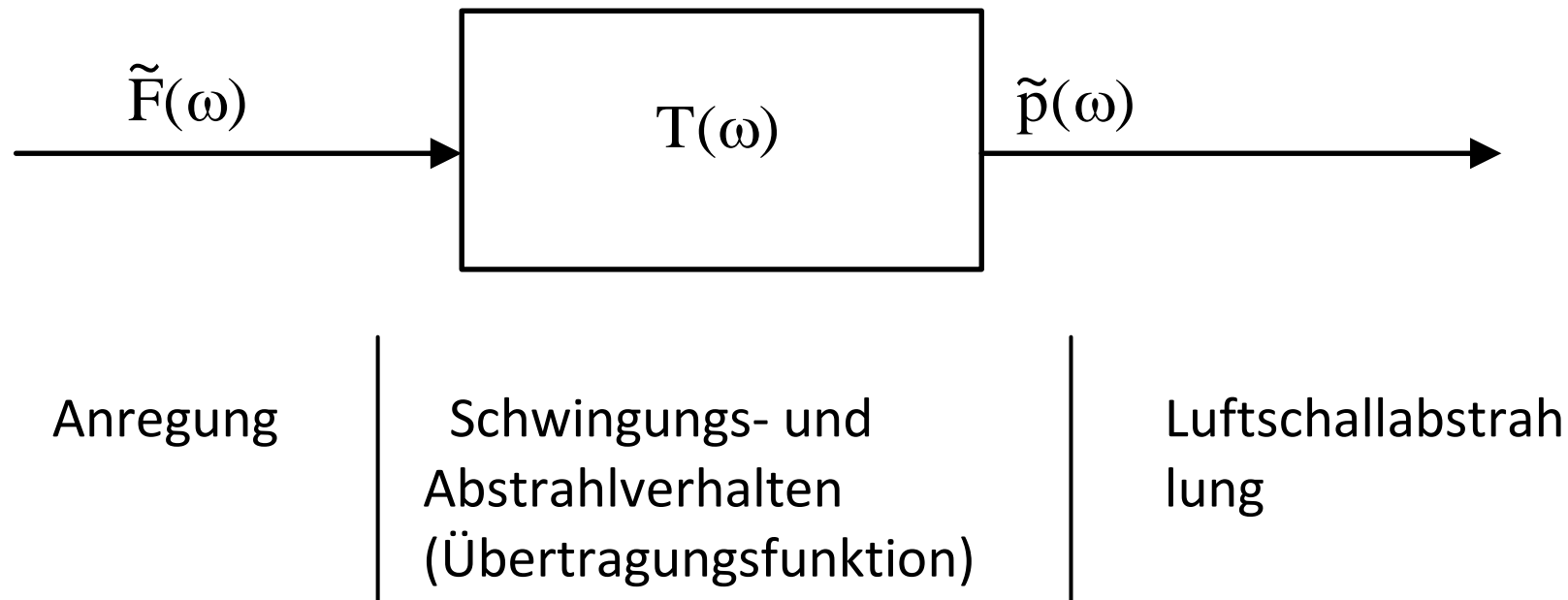
aus: Cremer: Körperschall



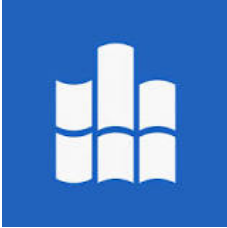


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Grundgesetz der mechanischen Geräuscentstehung:







## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Abstrahlgrad

$$\sigma = \frac{P}{\rho_0 c_0 S \overline{\tilde{v}^2}}$$

mit:

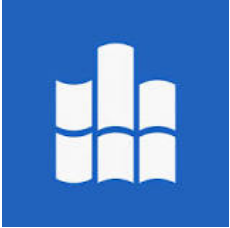
$P$  abgestrahlte Schalleistung

$\overline{\tilde{v}^2}$  über die Fläche  $S$  gemittelte Quadrate des Effektivwertes der Plattenschnelle

$S$  abstrahlende Oberfläche der Maschine

Daraus folgt:

$$P(\omega) = \rho_0 c_0 \sigma(\omega) S \overline{\tilde{v}^2}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Einführung der Übertragungsadmittanz

$$h_{\ddot{u}}^2(\omega, \vec{x}_0) = \frac{\overline{\tilde{v}^2(\omega)}}{\tilde{F}^2(\omega, \vec{x}_0)}$$



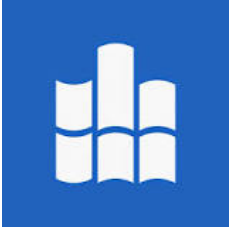
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Physikalische Interpretation:

- Erregerkraft  $\tilde{F}(\omega, \vec{x}_0)$  am Ort  $\vec{x}_0$  der strahlenden Oberfläche  $S$
- dadurch am Anregungsort die Strukturschnelle  $\tilde{v}(\vec{x}_0)$
- Darstellung Körperschallfeld als örtlicher Mittelwert der Effektivwertquadrate der Schnelle
- Verhältnis zwischen Mittelwert der Schnellequadrate  $\overline{\tilde{v}^2(\omega)}$  über die abstrahlende Oberfläche und dem Quadrat der Erregerkraft  $\tilde{F}^2$  ist die mittlere quadratische Übertragungsadmittanz

$$h_{\ddot{U}}^2(\omega) = \frac{\overline{\tilde{v}^2(\omega)}}{\tilde{F}^2} = \frac{\tilde{v}_e^2}{\tilde{F}^2} \frac{\overline{\tilde{v}^2(\omega)}}{\tilde{v}_e^2} = h_e^2 \frac{\overline{\tilde{v}^2(\omega)}}{\tilde{v}_e^2}$$

Eingangsadmittanz:  $\underline{h}_e \hat{=} \underline{H}_m$  und  $\underline{Z}_m = \frac{1}{\underline{H}_m}$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Übertragungsadmittanz  $\overline{\tilde{v}^2(\omega)} = \tilde{F}^2(\omega, \vec{x}_0) \cdot h_{\ddot{u}}^2(\omega, \vec{x}_0)$

in Gleichung für die Schalleistung,

$$P(\omega) = \rho_0 c_0 \sigma(\omega) S h_{\ddot{u}}^2(\omega) \tilde{F}^2(\omega)$$

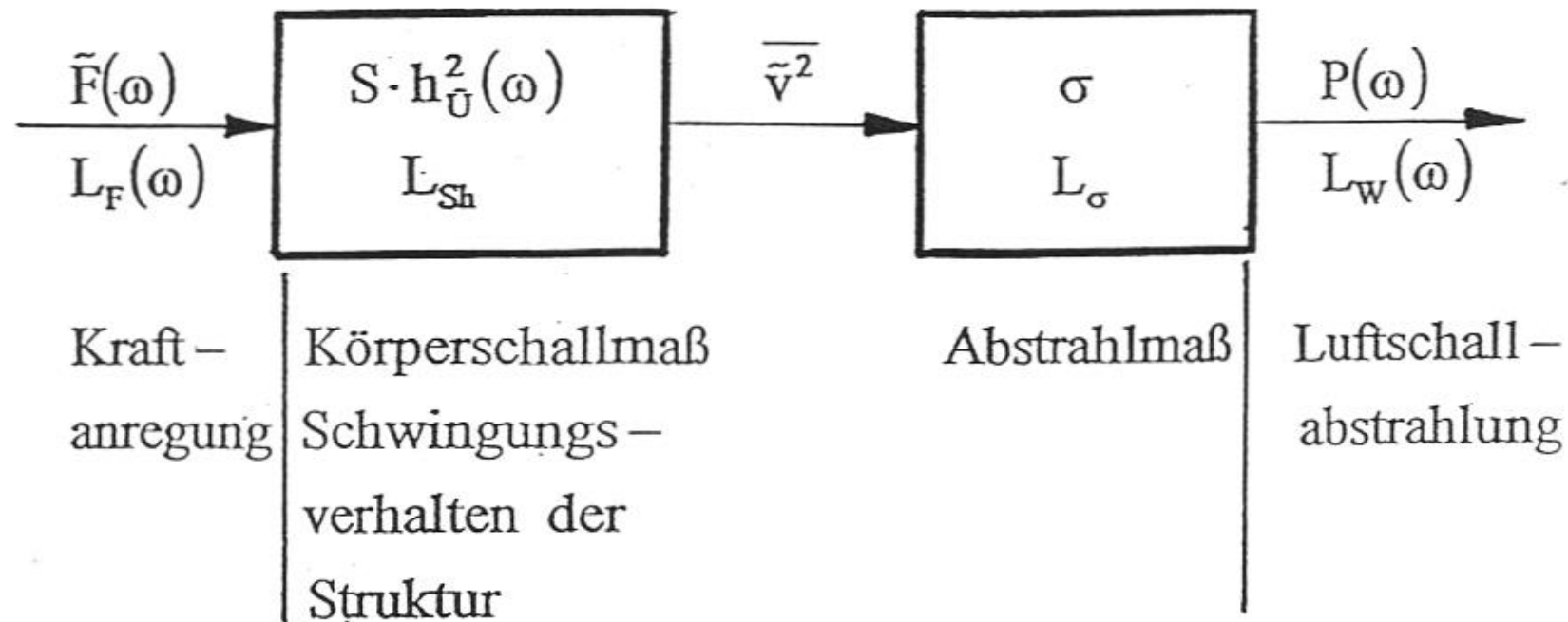
Maschinenakustische Grundgleichung

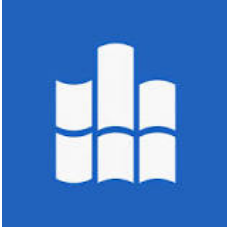
Bedeutung: Mit Hilfe der Größen „mittlere quadratische Übertragungsadmittanz“ und Abstrahlgrad“ kann aus dem bekannten Spektrum der Erregerkraft das Spektrum der abgestrahlten Schalleistung ermittelt werden.



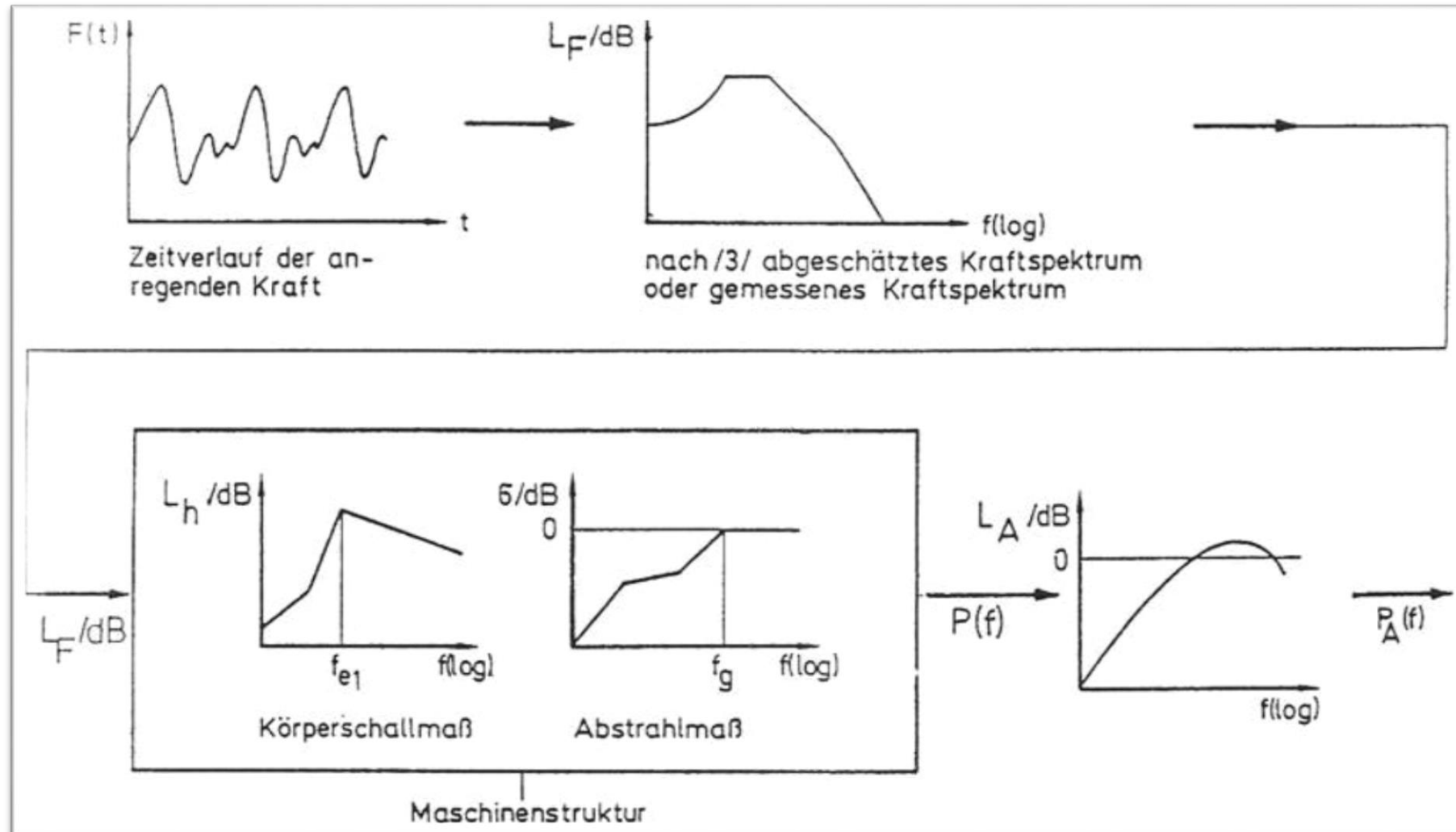
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

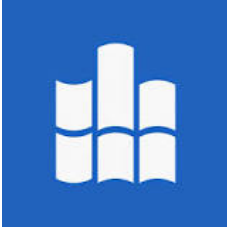
Maschinenakustische Grundgleichung:





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Pegeldarstellung der maschinenakustischen Grundgleichung:

$$P(\omega) = \rho_0 c_0 \sigma(\omega) \text{Sh}_{\ddot{U}}^2(\omega) \tilde{F}^2(\omega)$$

$$L_W(\omega) = L_F(\omega) + L_{\text{Sh}}(\omega) + L_{\sigma}(\omega)$$

mit:

$$L_W(\omega) = 10 \lg \frac{P(\omega)}{P_0} \text{ dB} \quad \text{Schalleistungspegel}$$

$$P_0 = 10^{-12} \text{ W}$$

$$L_F(\omega) = 20 \lg \frac{F(\omega)}{F_0} \text{ dB} \quad \text{Kraftpegel}$$

$$F_0 = 1 \text{ N}$$

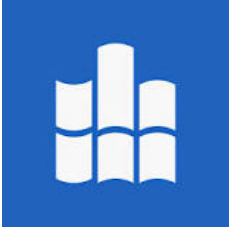
$$L_{\text{Sh}}(\omega) = 10 \lg \frac{\text{Sh}_{\ddot{U}}^2(\omega)}{S_0 h_{\ddot{U}0}^2} \text{ dB} \quad \text{Körperschallmaß}$$

$$S_0 = 1 \text{ m}^2$$

$$h_{\ddot{U}0}^2 = 25 \cdot 10^{-16} \left( \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{N}} \right)^2$$

$$L_{\sigma} = 10 \lg \sigma \text{ dB}$$

Abstrahlmaß



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Weitere Größen der Maschinenakustik:

Körperschallmaß + Abstrahlmaß = Übertragungsmaß

$$L_{Sh} + L_{\sigma} = L_{TPF}$$

Leistungsübertragungsfunktion:

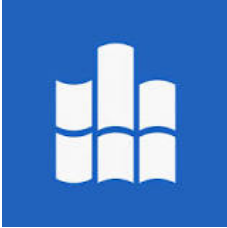
$$T_{PF} = \frac{P}{\tilde{F}^2} = \rho_0 c_0 \sigma S h \ddot{U}$$

In Pegeldarstellung:

$$L_{TPF} = L_W - L_F = L_{Sh} + L_{\sigma}$$

mit:  $L_{TPF} = 10 \lg \frac{T_{PF}}{T_{PF0}} \text{ dB}$  Übertragungsmaß  $T_{PF0} = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{N}^2} = 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{N}}$





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

oder:

→ **kraftbezogener Schalleistungspegel**

$$L_{PF} = L_{TPF} = L_W - L_F = L_{Sh} + L_{\sigma}$$

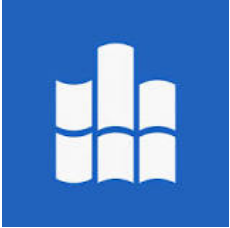
strukturabhängige Größen:

- Körperschallmaß  $L_{Sh}$
- Abstrahlmaß  $L_{\sigma}$

(Übertragungsmaß  $L_{TPF}$  bzw. der kraftbezogene Schalleistungspegel  $L_{PF}$ )

betriebsabhängige Größe:

- Kraftpegel  $L_F$  keine Strukturgröße



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Modellvorstellung: maschinenakustische Grundgleichung (nach KOLLMANN)

Vereinfachungen

- Anregung durch nur eine Erregerkraft, jedoch Maschinenstrukturen von mehreren Kräften erregt
- Körperschallschnelle durch flächenhafte Mittelung der Schnellequadrate über die Oberfläche beschrieben, jedoch Verteilung der Körperschallschnelle auf der schallabstrahlenden Oberfläche der Maschinenstruktur sehr komplex
- Abstrahlgrad: Theorie des Kugelstrahlers nullter Ordnung, jedoch exakte Berechnung des Abstrahlgrades einer realen Maschinenstruktur außerordentlich kompliziert



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel

aus der maschinenakustischen Grundgleichung

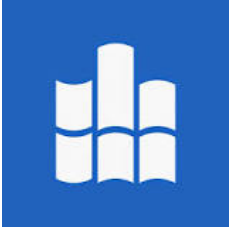
$$P(\omega) = \rho_0 c \sigma(\omega) \text{Sh}_{\ddot{u}}^2(\omega) \tilde{F}^2(\omega)$$

#### Kraftterm

$$\tilde{F}^2(\omega) \Rightarrow L_F(\omega) = 10 \lg \left( \frac{\tilde{F}(\omega)}{F_0} \right)^2 \text{ dB}$$

mit:  $\tilde{F}^2(\omega)$  Erregerkraftspektrum

$L_F(\omega)$  Kraftpegel



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel

#### Maschinenbau:

Betrachtung der Zeitfunktion sowie der Grundfrequenz und ihrer Harmonischen (z. B. bis zur 3. Ordnung)

Beispiel: Drehzahl  $n = 3000 \text{ min}^{-1}$

Grundfrequenz  $f = n/60$

$f_1 = 50 \text{ Hz}$

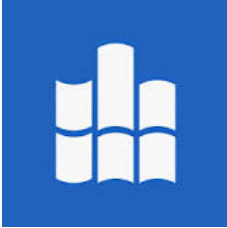
$f_2 = 100 \text{ Hz}$

$n$  in  $\text{min}^{-1}$ ,  $f$  in Hz

$f_3 = 150 \text{ Hz}$

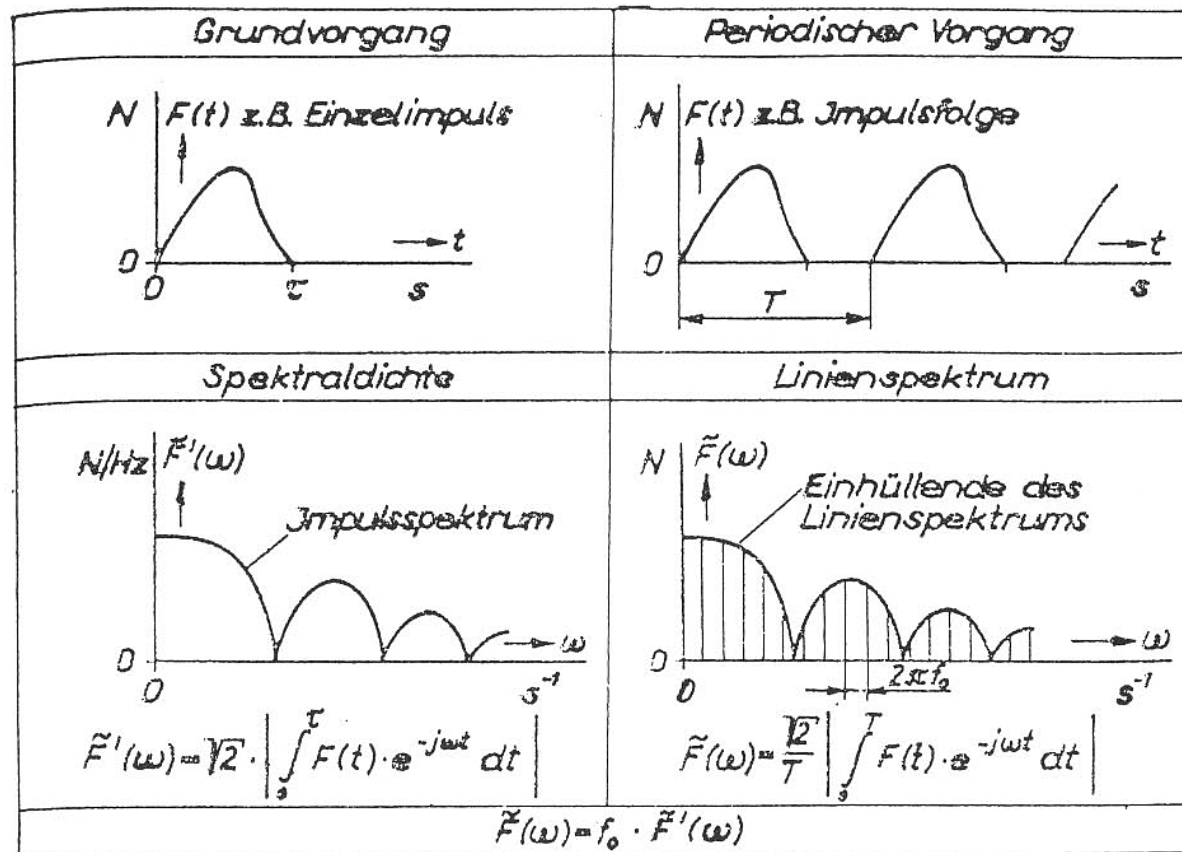
#### Maschinenakustik:

für Körperschallprobleme Betrachtung des Frequenzspektrums der Anregungskraft von Interesse, d .h. bis ca. (3...5) kHz.

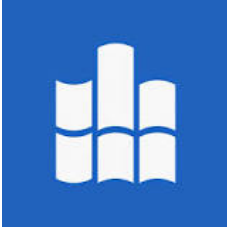


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel – periodischer/ impulsförmiger Zeitverlauf

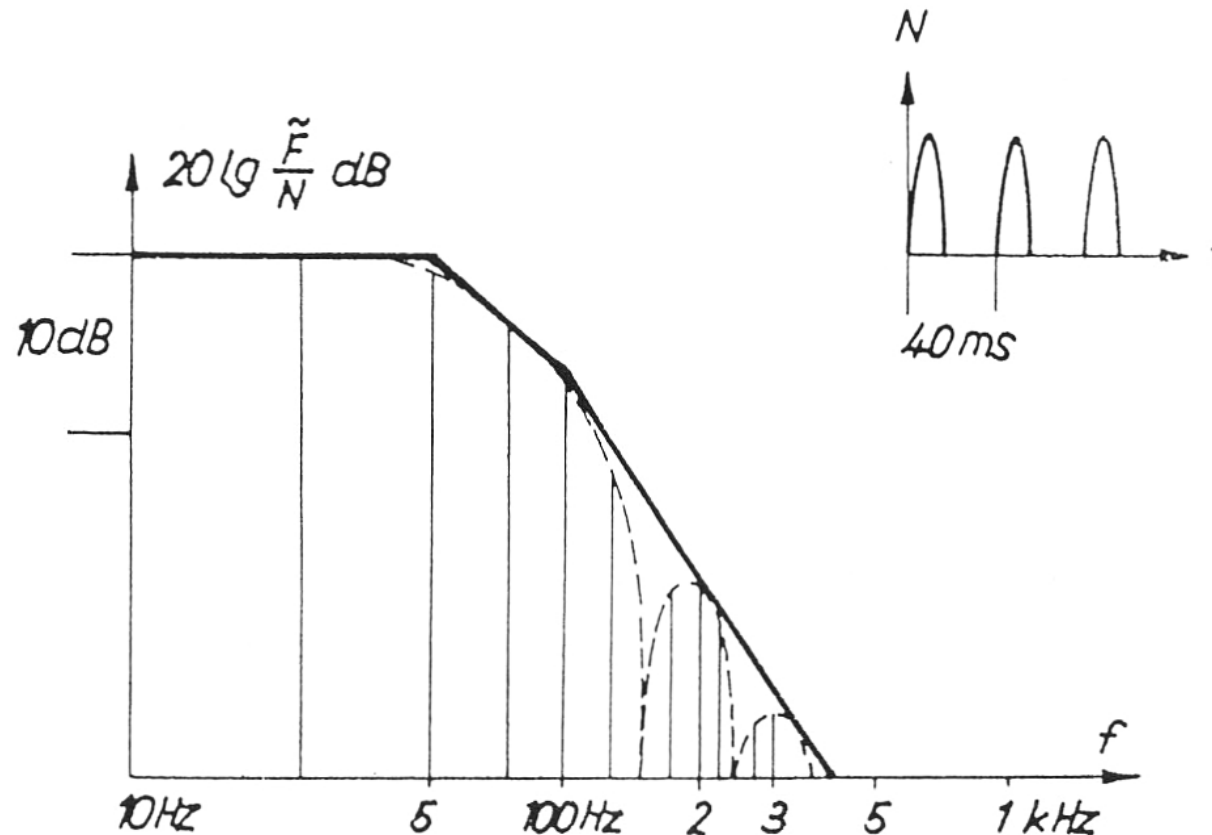


Impulsspektrum des Einzelimpulses und Linien-Spektrum der Impulsfolge

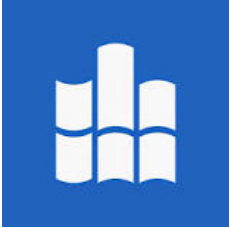


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel – periodischer Zeitverlauf



**Linienspektrum für periodische Stöße von 10ms Dauer**



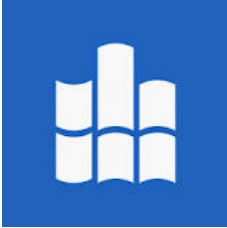
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel – periodischer Zeitverlauf

Periodendauer ist z. B. durch die Drehzahl eines Maschinenteils gegeben:

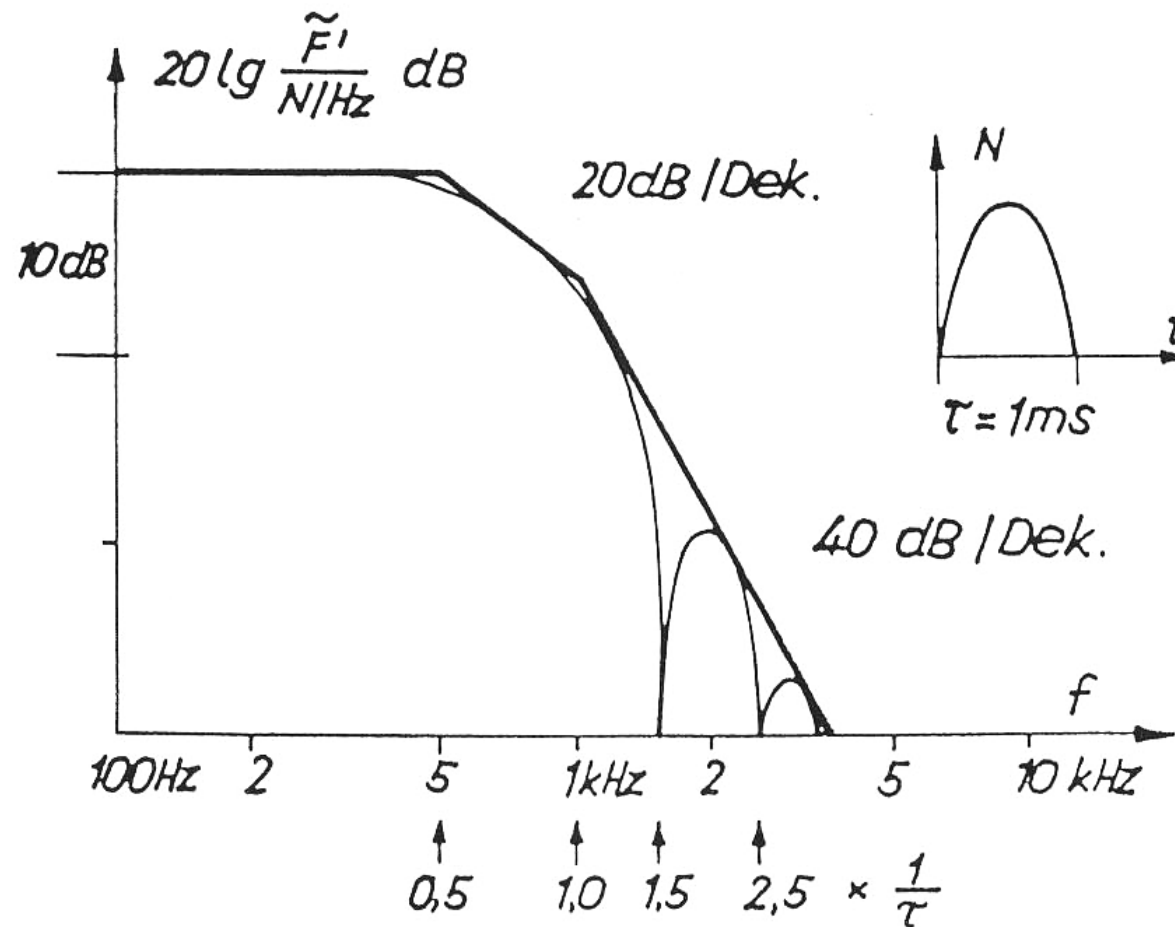
$n = 1500 \text{ min}^{-1} \rightarrow N = n/60 = f_0 = 25 \text{ Hz}$ ; das bedeutet mit  $f_1 = 25 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 50 \text{ Hz}$ ,  
 $f_3 = 75 \text{ Hz}$  usw. ein dichtes Linienspektrum im akustischen Frequenzbereich

Wichtig: Zahl der Spektrallinien je Filterbandbreite (Terz, Oktave) wächst linear mit der Filtermittenfrequenz (da:  $\Delta f \sim f_m$ ). Der Abstand der Spektrallinien auf der logarithmierten Frequenzachse (Abszisse) nimmt mit wachsender Frequenz ab.



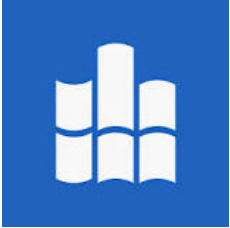
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel – impulsförmiger Zeitverlauf



Fourierspektrum für einen einmaligen Stoß (Stoßdauer 1ms)





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel – impulsförmiger Zeitverlauf

**Merkmale** (siehe Föllner, Schirmer, u. a.):

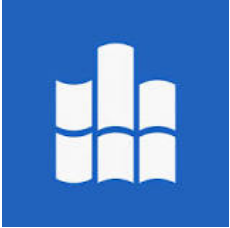
breitbandiges, kontinuierliches Spektrum

Kraftspektrum (Spektraldichtefunktion):  $\tilde{F}'$  in N/Hz

damit: Kraft in einem Frequenzband:  $\tilde{F} = \tilde{F}' \cdot \Delta f$

Spektraldichtefunktion  $\tilde{F}'$  eines Impulses mit der Dauer  $\tau$  :

Nullstellenfolge im Abstand  $f = 1/\tau$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel – impulsförmiger Zeitverlauf

#### Für Probleme der Maschinenakustik:

Verwendung einer Abschätzkurve:

Teile:

1. horizontale Gerade bis etwa  $f$  bei  $\tau = (0,5...1)$
2. abfallende Geradenstücken mit zunehmender Steilheit, beginnend mit -20 dB/Frequenzdekade, dann -40 dB/Frequenzdekade (dabei: auch  $\tilde{F}'$  im logarithmischen Maßstab)

Stoßvorgänge Metall auf Metall:

Impulsdauer in der Größenordnung von  $100 \mu s$

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{10^2 \mu s} = \frac{1}{10^2 \cdot 10^{-6} s} = 10 kHz$$

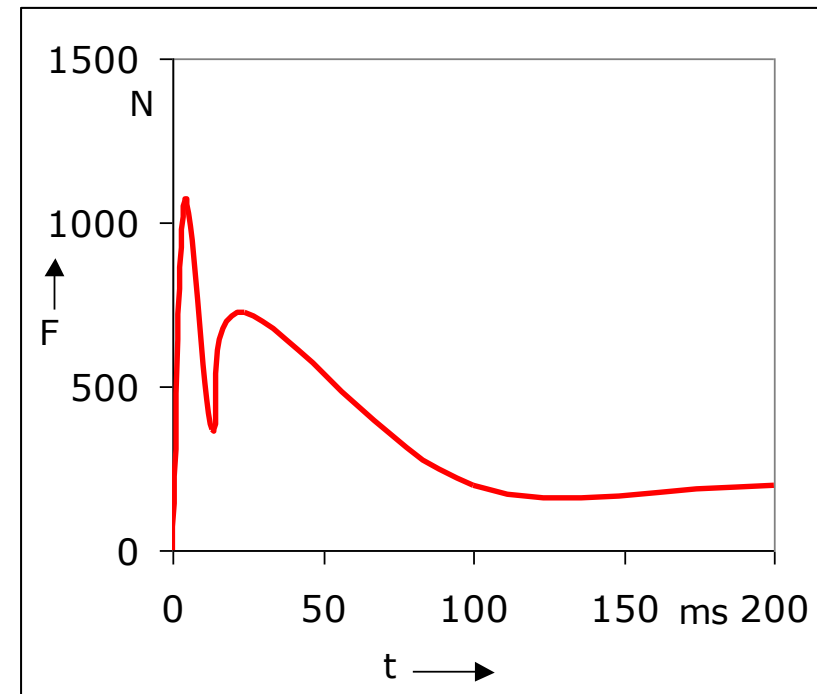
20 dB/Abfall beginnt erst bei etwa (5...10) kHz,

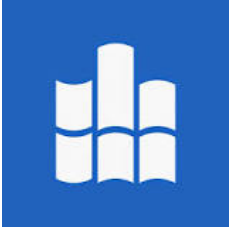
d. h. volles Kraftdichtespektrum bis zu diesem Frequenzbereich !



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel – impulsförmiger Zeitverlauf





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel – stochastischer Zeitverlauf

kontinuierliches Spektrum, spektrale Leistungsdichte

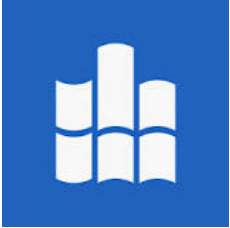
$$S = \frac{d\tilde{F}^2}{df}$$

Kraft in einem Frequenzband

$$\tilde{F}_{\Delta f} \approx \sqrt{S \cdot \Delta f}$$

gesamte Kraft

$$\tilde{F}_{\Delta f}^2 = \int_{f_u}^{f_0} S df \quad \Rightarrow \quad \tilde{F}^2 = \int_0^{\infty} S df$$



## Beispiele für stochastische Erregerkräfte in der Praxis

### 1. Abrollen oder Gleiten zweier Festkörperoberflächen aufeinander

→ durch Rauigkeit der Grenzflächen bedingte Wechselkräfte stochastischen Charakters

z.B. Zahnflanken bei Zahnrädern, Kugeln, Rollen, Nadeln in Wälzlagern, Gleitlager, Räder von Schienenfahrzeugen, Zerspanungsmaschinen (Fräs-, Bohr-, Schleifvorgang)

### 2. Anregung von Strukturen durch instationäre Strömungen

→ Körperschallanregung der Struktur und Schallabstrahlung "nach innen"

z.B. bei Umströmung von PKW-Karosserien, Flugzeugrümpfen und Schiffskörpern

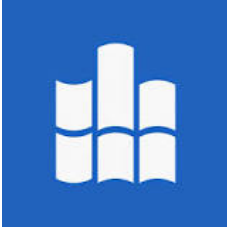


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel – stochastischer Zeitverlauf

Beispiel Rad-Schiene-Rollkontakt (Prüfbericht der Deutsche Bahn AG) Oberflächenunebenheiten bei Rad (links) und Schiene (rechts)





## **Erregerkräfte, Nachbemerungen**

### Weitere Mechanismen der Anregung:

Selbsterregung, Rückkopplung

z.B. Quietschen von Bremsen, Kreischen von Rädern in Kurven, Rattererscheinungen (siehe Rattermarken) bei Metallbearbeitungsvorgängen (Hobeln, Drehen)

→ kein lineares System: Rückwirkung des Übertragungssystems auf Anregungssignal,

→ Übertragungsfunktion abhängig von Amplitude des Eingangssignals

### Abhängigkeit der Geräuscherzeugung von der Anregung:

- Hohe Oberflächenrauigkeit bei Reibungsvorgängen → verstärkte Anregung

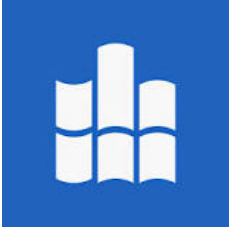
- Unstetigkeitsstellen an den Kontaktflächen (Schiene, Rad, Lager) → Stoßanregung  
z.B. Stoßstellen an Schienen, Formfehler bei Wellen, Beschädigungen, Verschmutzungen

- Unzureichende Fertigungsgenauigkeit → Abweichungen von der exakten Geometrie  
→ Verstärkte Anregung  
z.B. Unrundheiten von Lagern und Wellen, unebene Schienen, nichtparallele Gleitflächen

- Spiel bei Lagern, Laufschiene, Zahnrädern → verstärkte Anregung

- Verkanten der von Gleit- und Wälzlagern bei Montage → Zwängungen  
→ starker Verschleiß, starke Anregung

- Verschleiß infolge mangelhafter bzw. falscher Schmierung  
→ Deformation der Kontaktflächen → starke Anregung



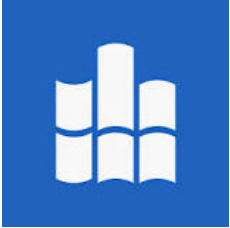
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel

Im Maschinenbau: praktische Anregungsmechanismen

- Stoß-, Schlaganregung:  
kurzzeitige Krafteinwirkung, Spektrum des Impulskraftverlaufes  
z.B. Schmieden, Stanzen, Hämmern, Nieten
- periodische Anregung:  
Maschinen mit rotierenden Bauteilen, mit oszillierenden Bewegungen,  
diskretes Spektrum  
z.B. Pumpen, Motoren, Getriebe, Lager, Transformatoren (magnetostruktive Kräfte)



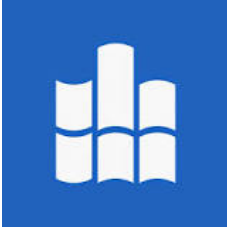


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel

Im Maschinenbau: praktische Anregungsmechanismen

- stochastische Anregung:  
z.B. beim Abrollen oder Gleiten zweier Festkörperoberflächen aufeinander, durch Rauigkeit der Grenzflächen bedingte Wechselkräfte stochastischen Charakters, breitbandiges Schallenergiespektrum  
z.B. Zahnflanken bei Zahnrädern, Kugeln, Rollen, Nadeln in Wälzlagern, Gleitlager, Räder von Schienenfahrzeugen, Zerspanungsmaschinen (Fräs-, Bohr-, Schleifvorgang),  
Stochastische Anregung auch durch instationäre Strömungen: z.B. bei Umströmung von PKW-Karosserien, Flugzeugrümpfen und Schiffskörpern, dadurch Körperschallanregung der Struktur und Schallabstrahlung "nach innen"
- Sonderformen der Anregung:  
Selbsterregungsvorgänge, Rückkopplungsvorgänge  
z.B. Quietschen von Bremsen, Kreischen von Rädern in Kurven, Rattererscheinungen (siehe Rattermarken) bei Metallbearbeitungsvorgängen (Hobeln, Drehen)



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel

#### Kraftanregung:

z. B. Anregung des Motorblocks durch die Wechseldrücke im Zylinderinneren.

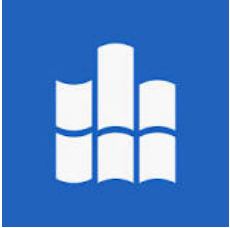
Die von der Quelle ausgehende Kraft ist bei Einwirkung der Quelle auf eine Struktur mit unendlich großer Impedanz die gleiche wie bei Einwirkung der Quelle auf das gegebene Bauteil.

#### Geschwindigkeits-(Schnelle-)anregung:

z. B. Anregung eines dünnen Verkleidungsbleches durch den massiven Motorblock

Die Schnelle am Quellenausgang ist bei abgetrenntem Bauteil die gleiche wie bei angekoppeltem, anzuregendem Strukturelement.

Oder: Das Schwingungsverhalten der Erregerquelle wird durch die angekoppelte Maschinenstruktur nicht beeinflusst.



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Erregerkräfte, Kraftpegel

Kraft- und Geschwindigkeitsanregung können durch das Verhältnis der Erregerimpedanz  $Z_{m,err}$  am Kopplungspunkt zur Eingangsimpedanz  $Z_{m,e}$  der Struktur charakterisiert werden:

Für Kraftanregung:

$$Z_{m,err} \ll Z_{m,e}$$

Für Geschwindigkeitsanregung:

$$Z_{m,err} \gg Z_{m,e}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Körperschallübertragungsfunktion / Körperschallmaß

$$L_{Sh} = 10 \lg \frac{S h_{\ddot{U}}^2(\omega)}{S_0 h_{\ddot{U}0}^2} \text{ dB}$$

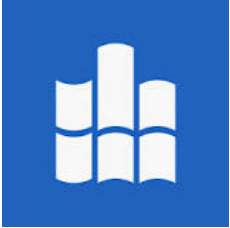
mit :  $S_0 = 1 \text{ m}^2$

**Körperschallmaß**

$$h_{\ddot{U}0}^2 = 25 \cdot 10^{-16} \left( \frac{\text{m}}{\text{s N}} \right)^2$$

mittlere quadratische Übertragungsadmittanz

$$h_{\ddot{U}}^2(\omega, \vec{x}_0) = \frac{\overline{\tilde{v}^2(\omega)}}{\tilde{F}^2(\omega, \vec{x}_0)} = \frac{\tilde{v}_e^2 \overline{\tilde{v}^2}}{\tilde{F}^2 \tilde{v}_e^2} = h_e^2 \frac{\overline{\tilde{v}^2}}{\tilde{v}_e^2}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Körperschallübertragungsfunktion / Körperschallmaß

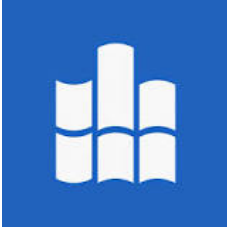
Die Berechnung von  $h_{ij}^2$  bzw.  $L_{sh}$  ist in geschlossener Form für beliebig gestaltete Körper nicht möglich.

Geschlossene Lösungen sind für folgende einfache Bauteile bekannt:

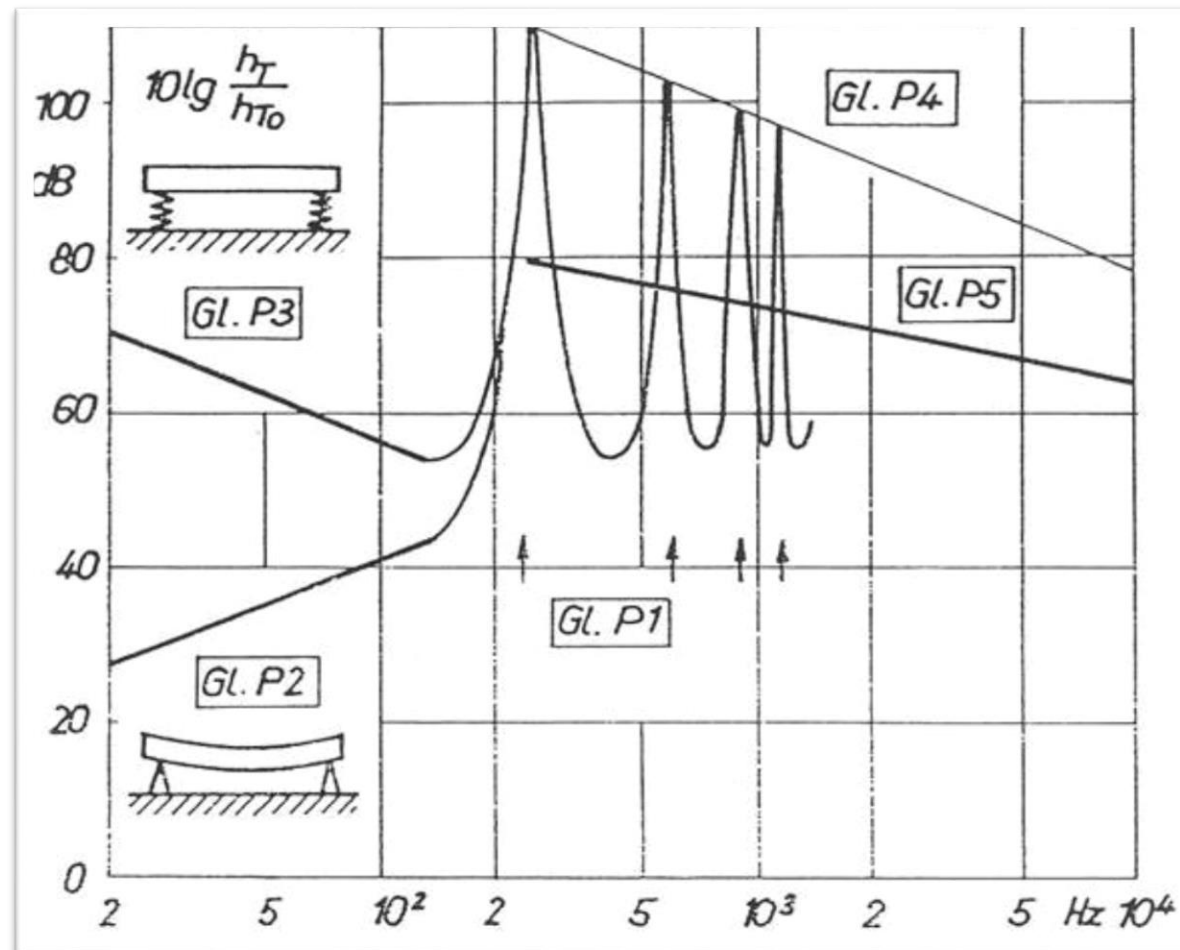
- Rechteckplatte, an den Rändern gestützt (gelenkig gelagert)
- Kreisplatte, an den Rändern eingespannt

Daher:

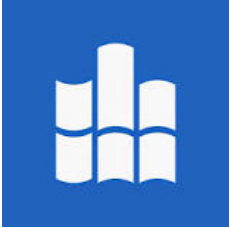
In der Ingenieurpraxis: Verwendung von Abschätzverfahren



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Körperschallübertragungsfunktion / Körperschallmaß



Übertragungsdmittanz für eine Stahlplatte:  $500 \times 500 \times 25 \text{ mm}^3$ ,  $\eta = 10^{-3}$ ,  $m \approx 50 \text{ kg}$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Körperschallübertragungsfunktion / Körperschallmaß

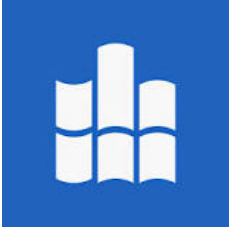
Gleichung P 1:

Berechnung der niedrigsten Eigenfrequenzen der Platte

$$f_n = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B'}{m''} \left[ \left( \frac{n_a}{a} \right)^2 + \left( \frac{n_b}{b} \right)^2 \right]} \quad \text{mit : } n_a, n_b = 1, 2, 3, \dots$$

$$f_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B'}{m''} \left[ \left( \frac{1}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{b} \right)^2 \right]}$$

$$\text{mit : } B' = \frac{EI}{1 - \mu^2} \quad I = \frac{h^3}{12} \quad m'' = \rho h$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Körperschallübertragungsfunktion / Körperschallmaß

### Gleichung P 2: Feder

$F = k x$  mit:  $k$  Steifigkeit der Platte

$$F = k \int v dt = k \underline{v} \frac{1}{j\omega}$$

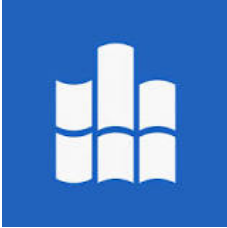
$$\underline{h} = \frac{\underline{v}}{\underline{F}} = j \frac{\omega}{k} \rightarrow |\underline{h}| = \frac{\omega}{k}$$

$$L_{sh} = 10 \lg \frac{h_{\ddot{U}}^2}{h_{\ddot{U}0}^2} dB = 10 \lg \frac{\omega^2}{k^2 h_{\ddot{U}0}^2} dB$$

sog. hohe Abstimmung (steifebestimmtes System), quasistatisches Verhalten,  
gilt für  $f < 1/2 f_1$

$$\text{mit: } f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Körperschallübertragungsfunktion / Körperschallmaß

### Gleichung P 3: Masse

$$\underline{F} = m a = m \frac{dv}{dt} = m j \omega \underline{v}$$

$$\underline{h} = \frac{\underline{v}}{\underline{F}} = \frac{1}{j \omega m} \rightarrow |\underline{h}| = \frac{1}{\omega m}$$

$$L_h = 10 \lg \frac{h_{\ddot{u}}^2}{h_{\ddot{u}0}^2} \text{ dB} = 10 \lg \frac{1}{\omega^2 m^2 h_{\ddot{u}0}^2} \text{ dB}$$

$$h_{\ddot{u}} = \frac{1}{\omega m}$$

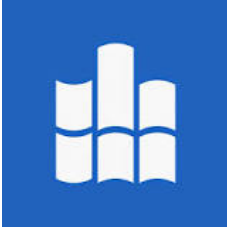
sog. tiefe Abstimmung (massebestimmtes System),

gilt für  $2 f_L < f < 1/2 f_1$

mit:

$$f_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_L}{m}}$$

Eigenfrequenz der Lagerung



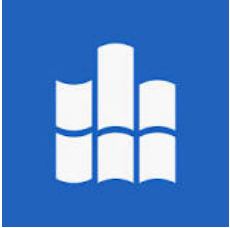
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Körperschallübertragungsfunktion / Körperschallmaß

Gleichung P 4: Übertragungsadmittanz bei den Eigenfrequenzen

$$L_{hn} = 10 \lg \frac{h_{\ddot{u}n}^2}{h_{\ddot{u}0}^2} \text{ dB} = 10 \lg \frac{1}{\eta^2 \omega_n^2 m^2 h_{\ddot{u}0}^2} \text{ dB}$$

$$h_{\ddot{u}n} = \frac{1}{\eta \omega_n m}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Körperschallübertragungsfunktion / Körperschallmaß

Gleichung P 5: Frequenzbereich  $f > f_1$

aus einer Leistungsbilanz folgt (entspricht einer Frequenzmittelung):

$$h_{\Delta f}^2 = \frac{1}{8\eta\omega S m'' \sqrt{m'' B'}}$$

Voraussetzung: mindestens 5 Eigenfrequenzen je Frequenzband erforderlich!



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Körperschallübertragungsfunktion / Körperschallmaß

Gleichung P 5: Frequenzbereich  $f > f_1$

Zahl der Eigenfrequenzen je Frequenzband  $\Delta\omega$ :

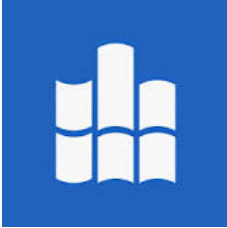
$$\frac{\Delta N}{\Delta\omega} = \frac{S}{4\pi} \sqrt{\frac{m''}{B'}}$$

somit Mittenfrequenz für Terzfilterbereiche, in denen mehr als 5 Eigenfrequenzen der Platte liegen,

$$f_m \geq 12,4 c_L \frac{h}{S} \quad \text{mit : } c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{longitudinale Wellengeschwindigkeit}$$

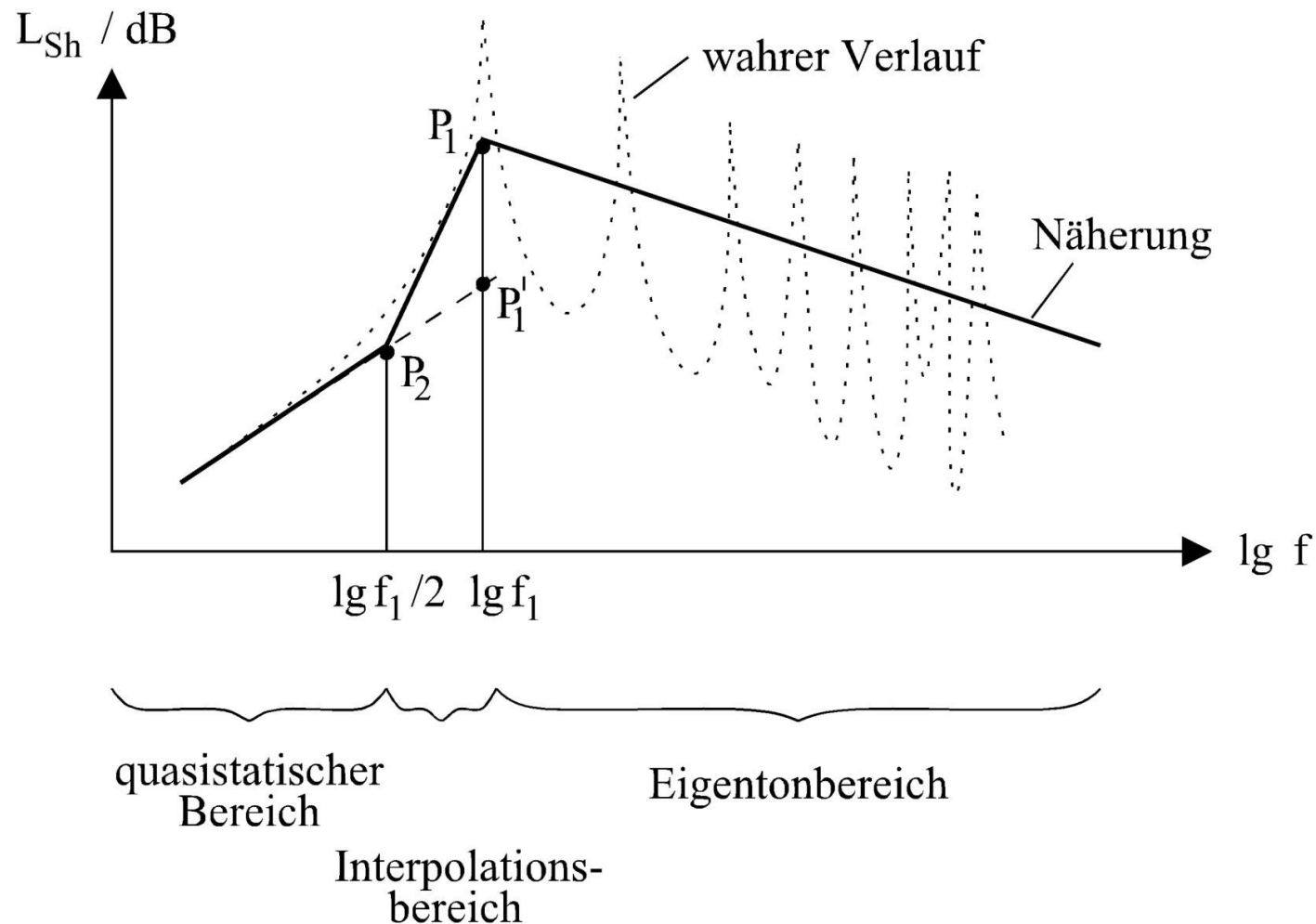
$$\text{für Stahl : } f_m \geq 62 \frac{h}{S} \quad \text{mit:}$$

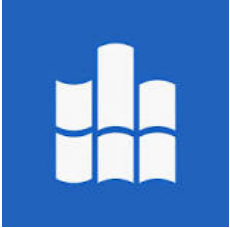
$f_m$	$h$	$S$
Hz	mm	$m^2$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Darstellung des Körperschallmaßes (grobe Näherung) nach KOLLMANN





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Darstellung des Körperschallmaßes (grobe Näherung) nach KOLLMANN

3 Bereiche:

### 1. Quasistatischer Bereich $f \leq f_1/2$

$$L_{Shq}(f) = 10 \lg \left[ \frac{f^2}{8\pi(1+\eta^2)f_1^3 m'' \sqrt{m'' B'} S_0 h_{ü0}^2} \right] dB \quad S_0 = 1 \text{ m}^2, h_{ü0}^2 = 25 \cdot 10^{-16} \text{ m}^2/\text{s}^2/\text{N}^2$$

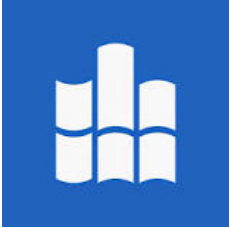
quasistatisch:

dynamische Kräfte haben nur untergeordneten Einfluss auf das Schwingungsverhalten der Platte,

steifebestimmtes System:

$$h = \frac{\bar{v}}{\bar{F}} = \frac{\omega}{\underbrace{k}} = \frac{2\pi f}{k} \Rightarrow h^2 \sim f^2$$

siehe vorheriger Abschnitt.  
Gleichung P2



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Darstellung des Körperschallmaßes (grobe Näherung) nach KOLLMANN

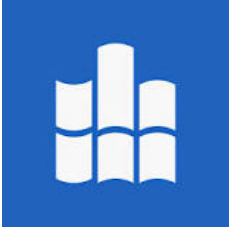
#### 2. Eigentonbereich $f \geq f_1$

$$L_{She}(f) = 10 \lg \left[ \frac{1}{16\pi\eta f m'' \sqrt{m'' B'} S_0 h_{\ddot{U}0}^2} \right] dB$$

Eigentonbereich:

für  $f \geq f_1$ , energetische Mittelung,

dieser Bereich enthält alle Eigenfrequenzen der Platte, (manche Autoren (siehe Literatur) integrieren nur über eine bestimmte Anzahl von Eigenfrequenzen)



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Darstellung des Körperschallmaßes (grobe Näherung) nach KOLLMANN

#### 3. Interpolationsbereich $f_1/2 \leq f \leq f_1$

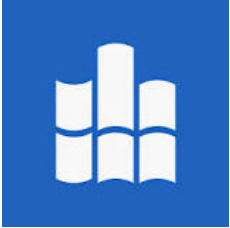
$$\Delta L_{Sh} = L_{She}|_{f=f_1} - L_{Shq}|_{f=f_1} = 10 \lg \frac{1+\eta^2}{2\eta} \text{ dB}$$

für kleine Verlustfaktoren  $\eta \ll 1$  gilt

$$\Delta L_{Sh} = -10 \lg 2\eta \text{ dB}$$

In diesem Bereich: lineare Interpolation des Körperschallmaßes zwischen  $f_1/2 \dots f_1$





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

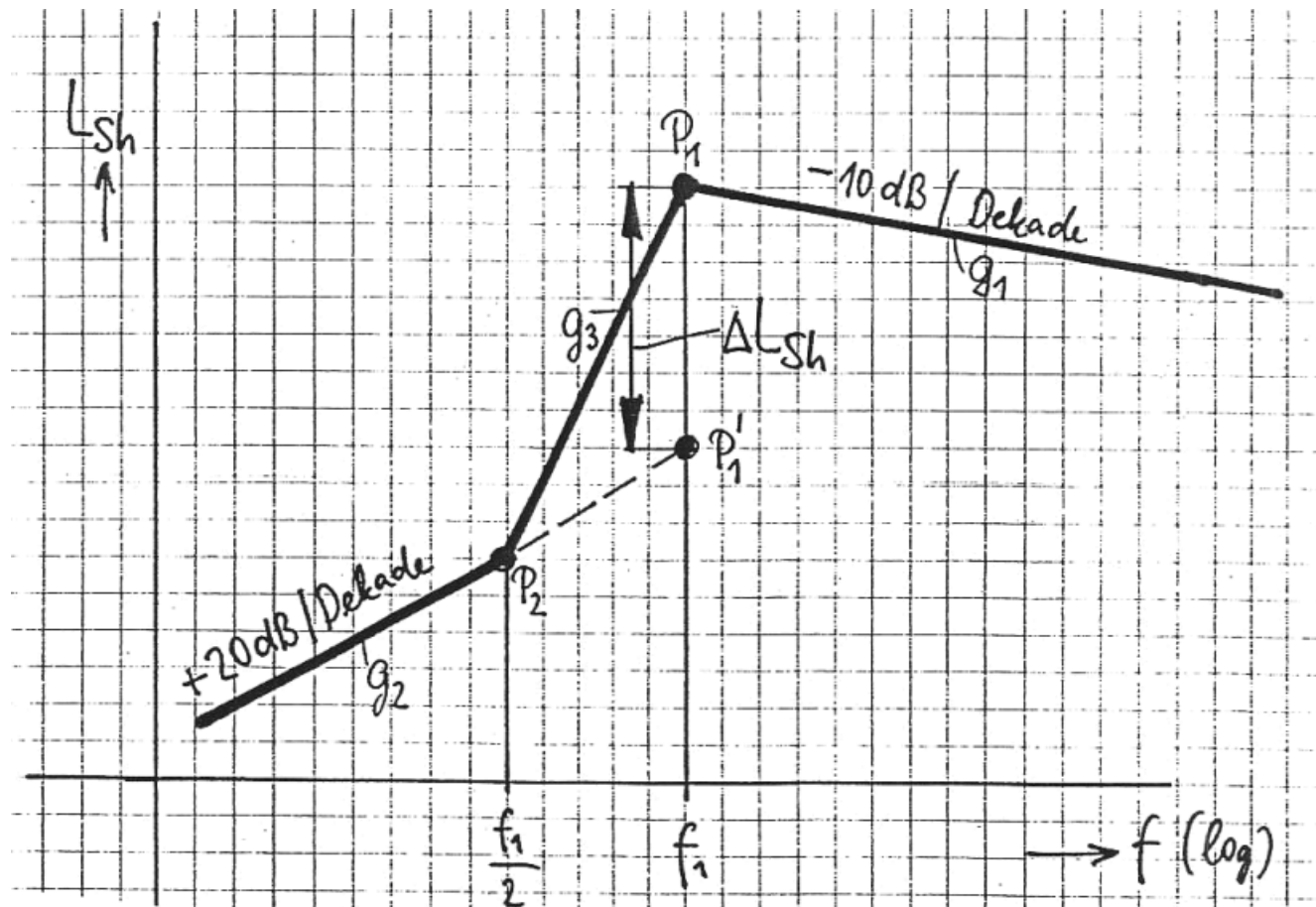
### Grafische Ermittlung des Körperschallmaßes (grobe Näherung) nach KOLLMANN

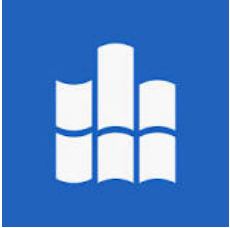
1. Schritt: 1. Eigenfrequenz  $f_1$  berechnen  
Körperschallmaß im Eigentonbereich für  $f = f_1$  berechnen  
→ Punkt  $P_1$  im Diagramm
2. Schritt: Von  $P_1$  aus: Gerade  $g_1$  mit  $-10$  dB/Dekade Abfall einzeichnen  
(entspricht der Gleichung für das Körperschallmaß im Eigentonbereich)
3. Schritt:  $\Delta L_{sh}$  von  $P_1$  aus auf der Geraden  $f = f_1$  nach unten abtragen  
→ Punkt  $P'_1$
4. Schritt: Von  $P'_1$  aus: Gerade  $g_2$  mit  $-20$  dB/Dekade Abfall einzeichnen,  
auf dieser Geraden bei  $f = f_1/2$  den Punkt  $P_2$  festlegen  
→ entspricht Körperschallmaß im quasistatischen Bereich für  $f \leq f_1/2$
5. Schritt: Gerade  $g_3$  zwischen  $P_2$  und  $P_1$  ergibt das Körperschallmaß im Interpolationsbereich



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Grafische Ermittlung des Körperschallmaßes (grobe Näherung) nach KOLLMANN





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Darstellung des Körperschallmaßes (grobe Näherung) nach KOLLMANN

#### Vergleich mit exakter Lösung:

- gute Übereinstimmung im quasistatischen Bereich
- durch Energetische Mittelung im Eigentonbereich gehen detaillierte Informationen über Eigenfrequenzen verloren
  - Maschine dürfte bei diesen Frequenzen nicht betrieben werden

#### Anwendung des Näherungsverfahrens:

- Entwurfsphase, Abschätzung des Verlaufs des Übertragungsmaßes
  - Schnelle Überprüfung der Auswirkung konstruktiver Änderungen möglich

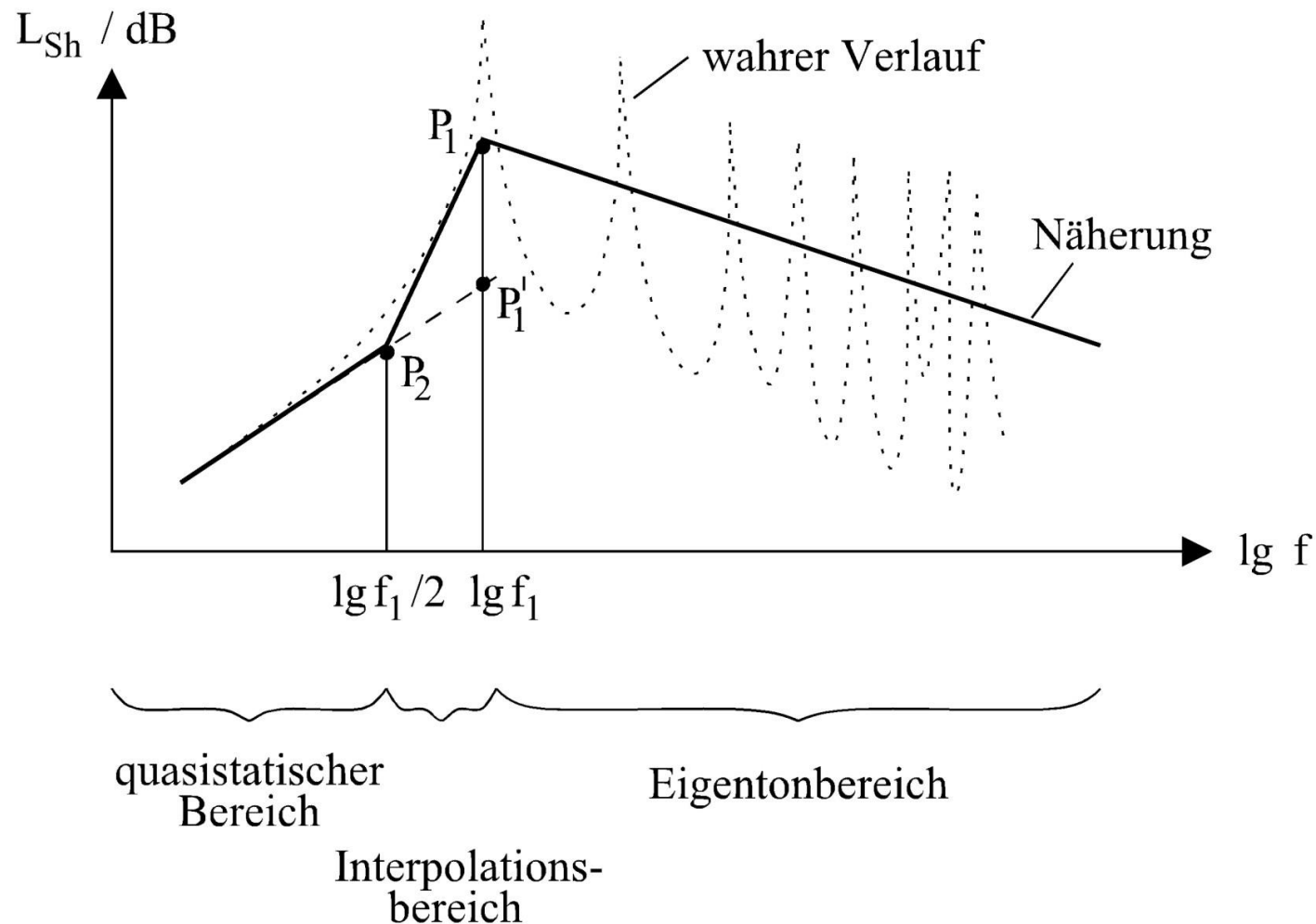
#### Näherungen:

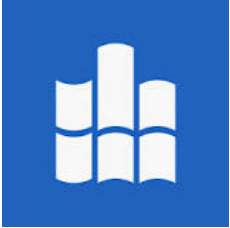
- Keine Berücksichtigung des Anregungsortes
- Einfluss der Randbedingungen nur bis zur 1.Eigenfrequenz berücksichtigt



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Darstellung des Körperschallmaßes (grobe Näherung) nach KOLLMANN



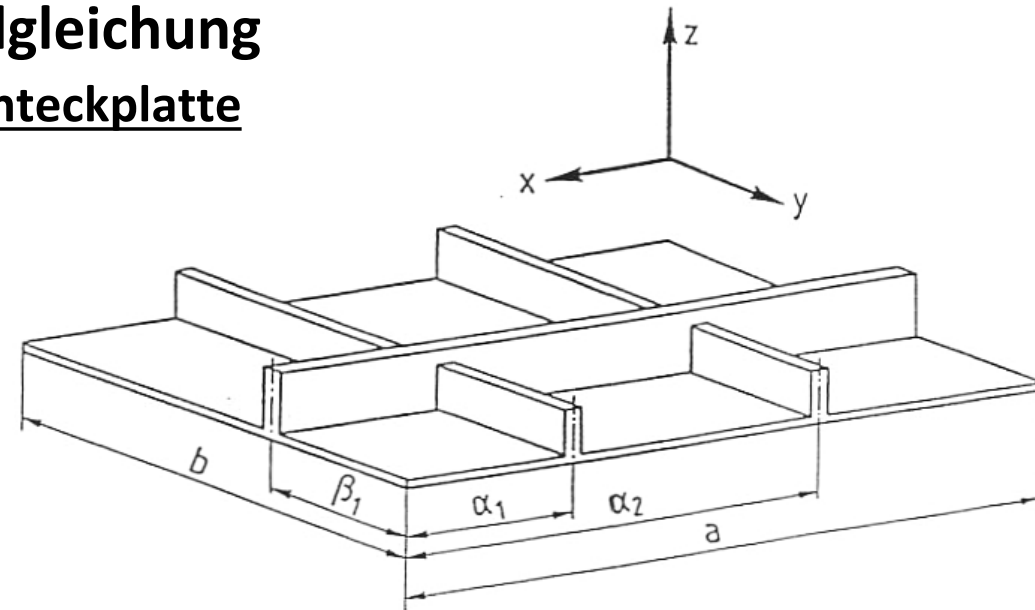


### 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

#### Darstellung des Körperschallmaßes Verrippte Rechteckplatte

Beeinflussung des Körperschallmaßes von Platten durch Anbringen von Rippen:

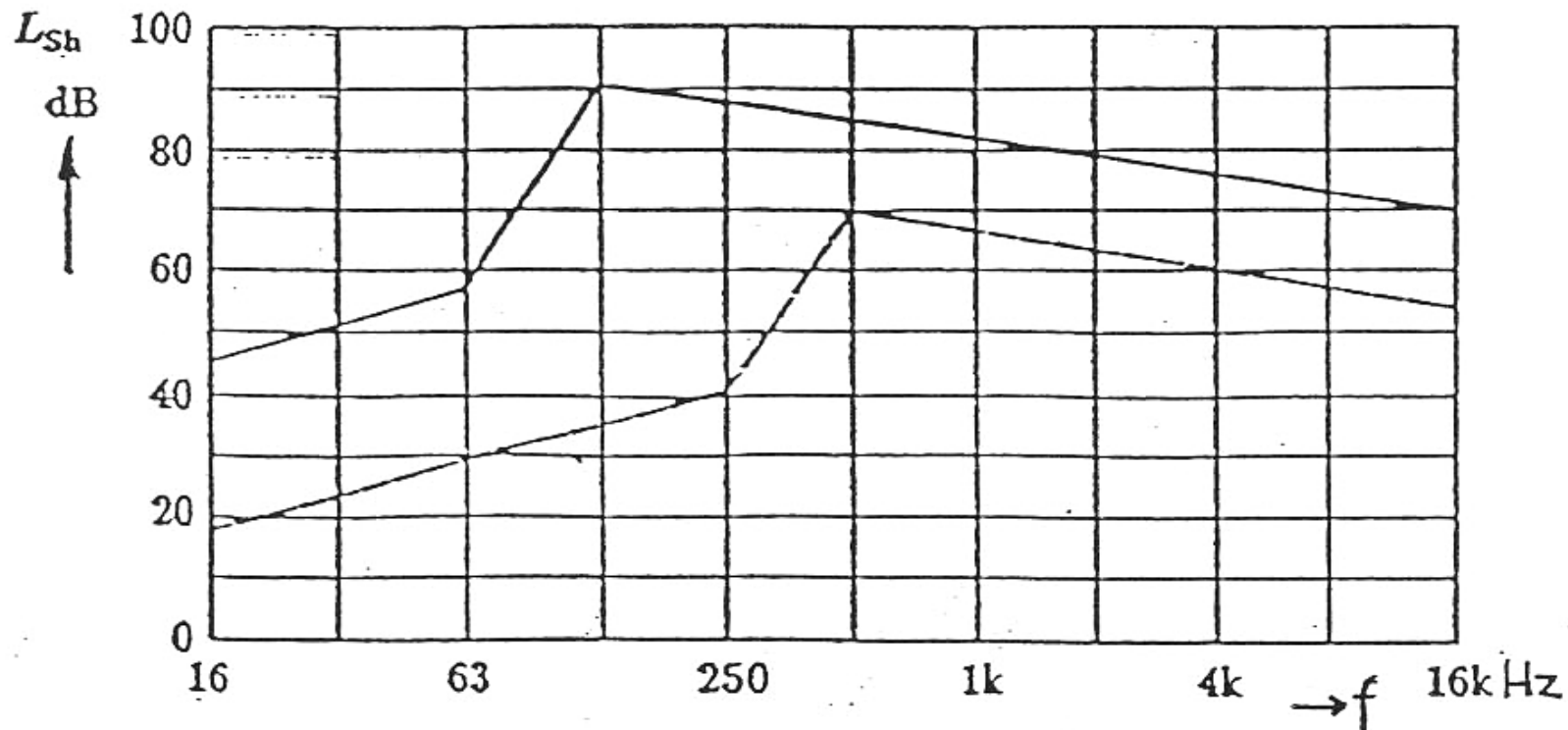
- Änderung der 1. Eigenfrequenz der verrippten Platte  
⇒ durch die Änderung von  $m''$  und  $B'$
- Änderung des Körperschallmaßes:  
⇒ durch die höhere Biegesteifigkeit und Massebelegung der Platte wird  $L_{sh}$  geringer
- 3 Anregungsfälle:
  - Krafteinleitung in einem Zwischenrippenbereich
  - Krafteinleitung auf einer Rippe
  - Krafteinleitung auf einem Rippenkreuz





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Darstellung des Körperschallmaßes Verrippte Rechteckplatte, Anregung außermittig im Zwischenrippenbereich

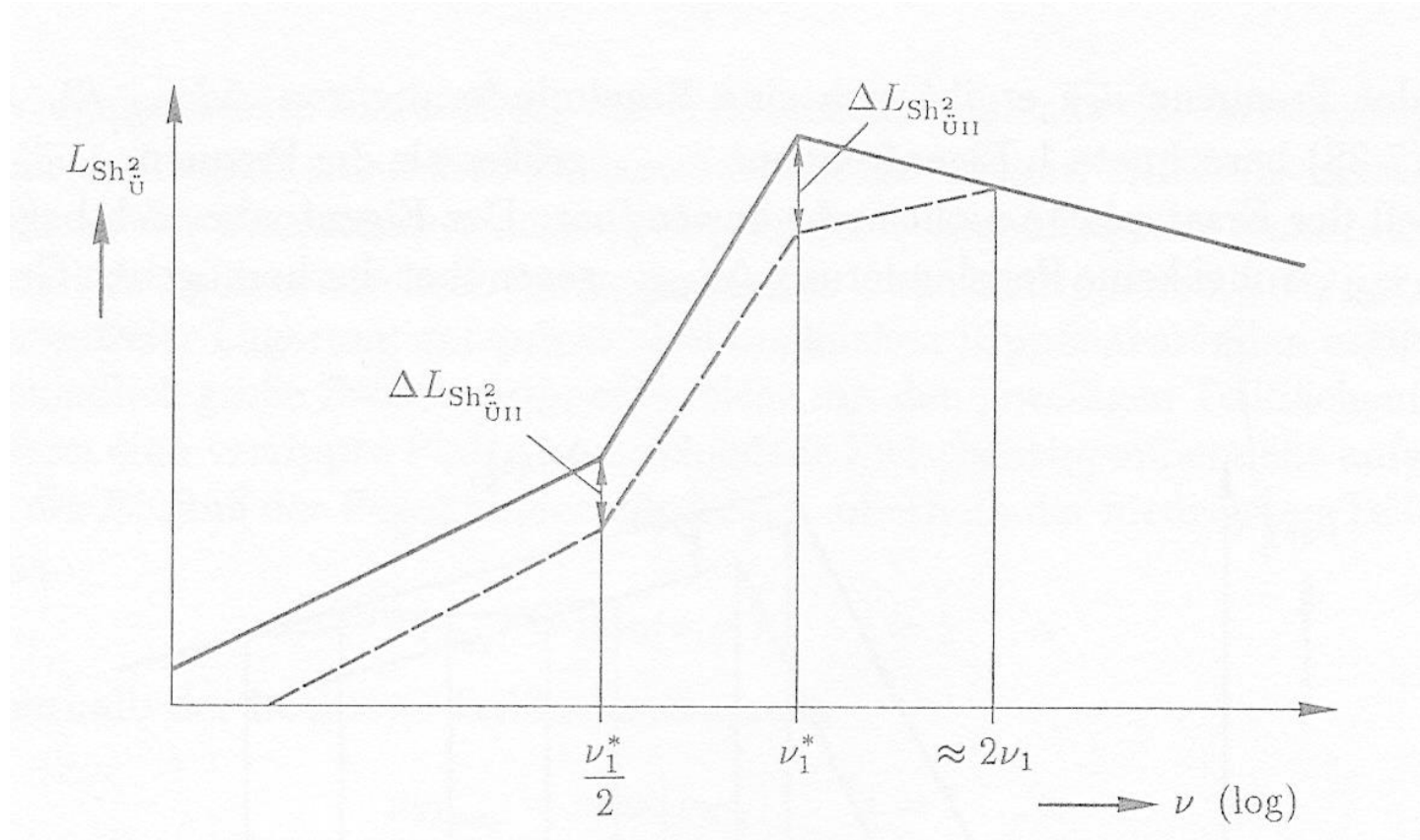


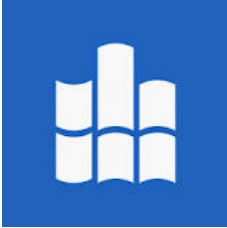
Körperschallmaß einer unripperten (————) und einer verrippten (-----)  
Rechteckplatte (nach KOLLMANN)



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

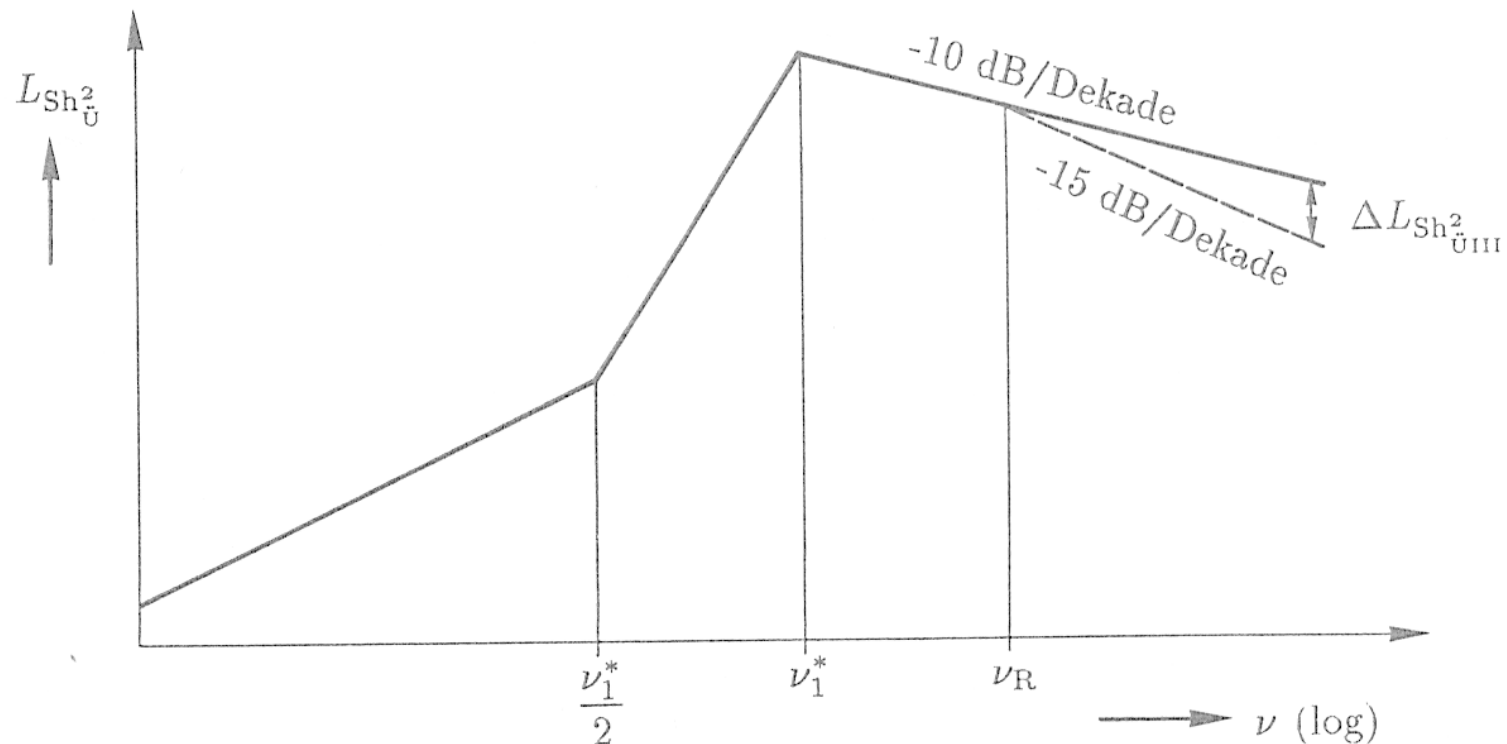
Darstellung des Körperschallmaßes Verrippte Rechteckplatte, Anregung außermittig im Zwischenrippenbereich



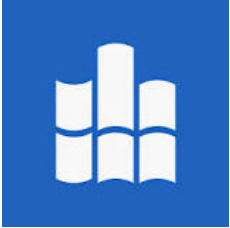


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Darstellung des Körperschallmaßes Verrippte Rechteckplatte, Anregung auf einer Rippe





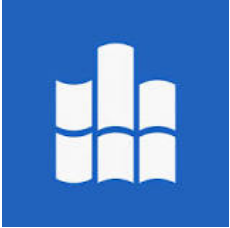


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Darstellung des Körperschallmaßes Verrippte Rechteckplatte

Ergebnisse:

- Kraftanregungspunkt im Zwischenrippenbereich (außermittige Anregung)
  - $L_{Sh}$ 
    - geringer im quasistatischen Bereich und im Interpolationsbereich,
    - nicht geringer im Eigenbereich, da dort die Anregung aller Eigenformen
- Anregung auf einer Rippe oder auf einem Rippenkreuz:
  - $L_{Sh}$ 
    - geringer im Eigenbereich, Abfall nunmehr mit -15 dB/Dekade (infolge der Addition der Impedanzen der unendlich ausgedehnten Platte und der Rippe)
    - keine Veränderung im quasistatischen Bereich Abhängigkeit von der statischen Durchbiegung, wird durch Erhöhung der Biegesteifigkeit berücksichtigt



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Rechteckplatte mit Zusatzmassen

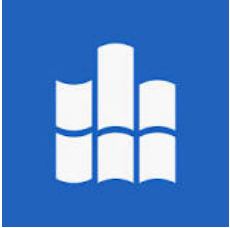
#### a) Platte mit punktförmiger Zusatzmasse am Krafteinleitungsort (nach STORM/KOLLMANN)

Wirkungsvolle Beeinflussungsmöglichkeit des Körperschallmaßes im Eigentonbereich:

- Eigenfrequenz  $f_1$  der Platte sinkt durch die Zusatzmasse auf die Frequenz

$$f_1^* = f_1 \sqrt{\frac{1}{1 + M/(m''S)}} \quad M \quad \text{punktförmige Zusatzmasse}$$

- im quasistatischen Bereich: keine Änderung des Körperschallmaßes der Platte



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Rechteckplatte mit Zusatzmassen

- im Eigentonbereich: Verringerung des Körperschallmaßes der Grundplatte für  $f > f_M$ :

$$\Delta L_{Sh} = 10 \lg \frac{P_{\text{Platte+Zusatzmasse}}}{P_{\text{Platte}}} \text{ dB} = 10 \lg \frac{Z_{\infty}^2}{Z_{\infty}^2 + (\omega M)^2} \text{ dB} = 10 \lg \frac{1}{1 + \left( \frac{\omega M}{Z_{\infty}} \right)^2} \text{ dB}$$

$$\Delta L_{Sh} = 10 \lg \frac{1}{1 + \left( \frac{f}{f_M} \right)^2} \text{ dB} \quad M \quad \text{punktförmige Zusatzmasse}$$

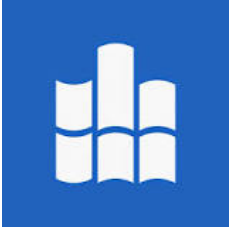
mit:  $f_M = \frac{4 \sqrt{m'' B'}}{\pi M}$  Massenwirkungsfrequenz

Bedeutung dieser Frequenz:

Eingangsimpedanz der unendlich ausgedehnten Platte ist gleich dem Betrag der Impedanz der Punktmasse, d. h.

$$Z_{Pl} = |j\omega M|$$

d. h. für  $f > f_M$ : -20 dB/Dekade



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Rechteckplatte mit Zusatzmassen

Praktischer Fall:

Vorgegeben:

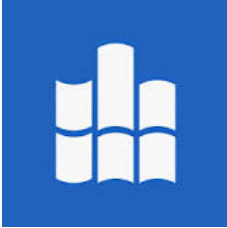
Frequenz

gewünschte Absenkung des Körperschallmaßes,

z.B.  $\Delta L_{\text{Sh}} = -10\text{dB}$

Gesucht:

erforderliche Zusatzmasse?



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Rechteckplatte mit Zusatzmassen

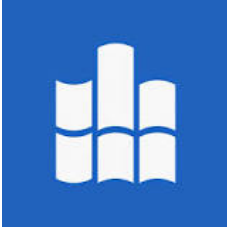
Aus

$$\Delta L_{\text{Sh}} = 10 \lg \frac{1}{1 + \left( \frac{f}{f_M} \right)^2} \text{ dB}$$

$$\frac{f}{f_M} = \sqrt{10^{\frac{\Delta L_{\text{Sh}}}{10 \text{ dB}}} - 1} = \frac{f}{\frac{4 \sqrt{m'' B'}}{\pi M}}$$

wird die Zusatzmasse  $M$  separiert :

$$M = \frac{4}{\pi f} \sqrt{m'' B' \left( 10^{\frac{\Delta L_{\text{Sh}}}{10 \text{ dB}}} - 1 \right)}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Rechteckplatte mit Zusatzmassen

z. B. für Stahl: 10 dB Absenkung des Körperschallmaßes

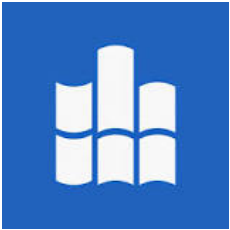
$$M = \frac{4}{\pi f} \sqrt{7850 \cdot h \cdot \frac{2,1 \cdot 10^{11} \cdot h^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)}} \cdot 9$$

$$M = \frac{h^2}{f} \cdot 4,7 \cdot 10^7$$

M in kg, h in m, f in Hz

$$M = \frac{h^2}{f} \cdot 47$$

M in kg, h in mm, f in Hz



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

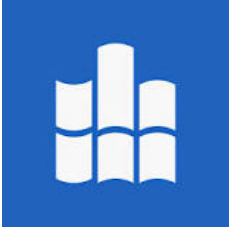
### Rechteckplatte mit statistisch verteilten Zusatzmassen

Wirkung:

- Eigenfrequenz wird vermindert, Eigenton-Frequenzbereich wird zu tieferen Frequenzen hin ausgedehnt
- Massenwirkungsfrequenzen wachsen an (hier gibt es 2 Frequenzen dieser Art, sie folgen für die 2 Bereiche: Verhältnis des mittleren Abstandes der Punktmassen zur Biegewellenlänge: entweder  $\ll$  bzw.  $\gg$  !)
- günstiger: viele kleine Punktmassen als wenige große (wirken breitbandiger)
- es gibt eine Mindestanzahl von Punktmassen, ab welcher die Verminderung des Körperschallmaßes einsetzt:

a/b	1	2	3	5
n	3	3	5	7

mit: a/b    Seitenverhältnis der Rechteckplatte  
n        Mindestanzahl der Massen



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Kasten - Maschinengehäuse

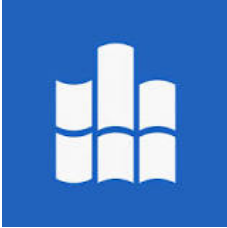
**Modell:** Quaderförmiger Kasten mit 6 rechteckigen Platten, längs ihrer Kanten stoffschlüssig verbunden.

Folgende Fälle können berücksichtigt werden:

Einzelne Platten des Kastens

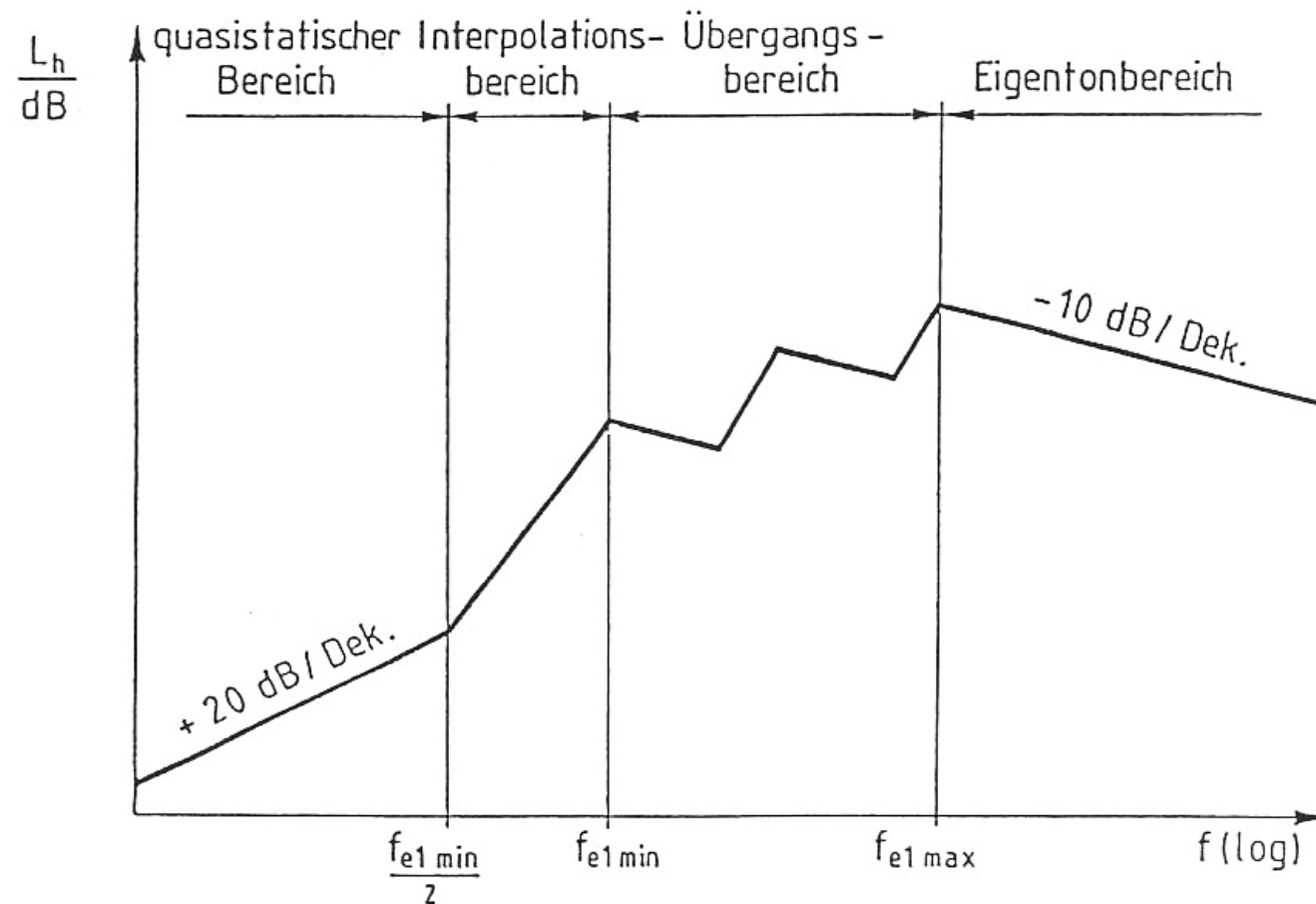
- mit unterschiedlicher Wandstärke
- mit Rippen
- mit verteilten Zusatzmassen

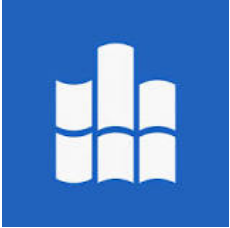




## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Kasten – Maschinengehäuse Abschätzverfahren

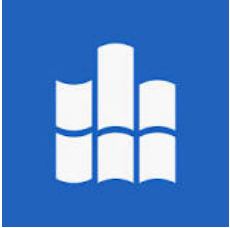




## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Kasten – Maschinengehäuse Abschätzverfahren

1. Schritt: Berechnung der tiefsten Eigenfrequenzen  $f_{1i}$  ( $i = 1 \dots n$ )  
für die  $n$  herausgeschnittenen Teilplatten des Kastens,  
 $f_{1\min}$  kleinste erste Eigenfrequenz  
 $f_{1\max}$  größte erste Eigenfrequenz



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Kasten – Maschinengehäuse Abschätzverfahren

2. Schritt:  $f \leq \frac{f_{1\min}}{2}$  quasistatischer Frequenzbereich

$$L_{Sh} = L_{Sh,j} + 10 \lg \sum_{i=1}^n \left( \frac{h_j}{h_i} \right)^2 \frac{S_i}{S_{ges}} \text{ dB}$$

mit:  $L_{Sh}$  Körperschallmaß des Kastens

$L_{Sh,j}$  Körperschallmaß der angeregten Teilplatte

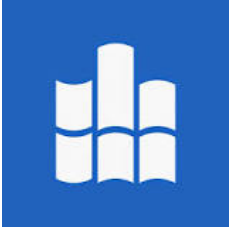
$$C = 10 \lg \sum_{i=1}^n \left( \frac{h_j}{h_i} \right)^2 \frac{S_i}{S_{ges}} \text{ dB}$$

Korrekturterm, abhängig von der Wandstärke und der Fläche der Teilplatten

mit:  $S_{ges}$  Gesamtfläche  
 $h$  Wandstärke

Interpretation:

**Je nach der Wahl der direkt angeregten Teilplatte hängt auch das Körperschallmaß des gesamten Kastens stark von der Eingangsimpedanz der unmittelbar angeregten Platte ab.**



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Kasten – Maschinengehäuse Abschätzverfahren

3. Schritt:

$$f_{1\min} \leq f \leq f_{1\max}$$

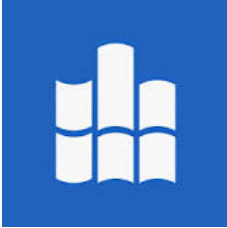
Übergangsbereich

$$L_{\text{Sh}} = 10 \lg \sum_{i=1}^n \left[ \frac{S_i}{S_{\text{ges}}} 10^{\frac{1}{10\text{dB}}(L_{\text{Sh},i} + L_{\text{kor},i})} \right] \text{dB}$$

$$\text{mit : } L_{\text{kor},i} = 10 \lg \left( \frac{f_{1i}^3}{f_{1\max} f_{1\text{err}}^2} \right) \text{dB}$$

Korrekturterm wird aus der Interpolation von Messergebnissen eingeführt,

mit:  $f_{1\text{err}}$  1. Eigenfrequenz der für sich betrachteten Platte, auf die die Erregerkraft einwirkt.



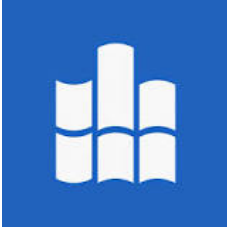
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Kasten – Maschinengehäuse Abschätzverfahren

Zum Korrekturterm 
$$C = 10 \lg \sum_{i=1}^n \left( \frac{h_j}{h_i} \right)^2 \frac{S_i}{S_{\text{ges}}} \text{ dB}$$

$C > 1$  bei Anregung auf einer dickwandigen Teilplatte

$C < 1$  bei Lage des Anregungsortes auf einer dünnwandigen Teilplatte



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

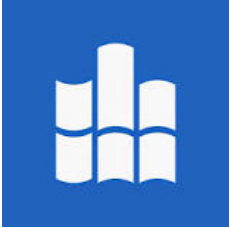
### Kasten – Maschinengehäuse Abschätzverfahren

4. Schritt:  $f \geq f_{1\max}$

$L_{Sh}$  wie im quasistatischen Bereich, siehe oben: 2. Schritt  
(Zusammensetzungsvorschrift)

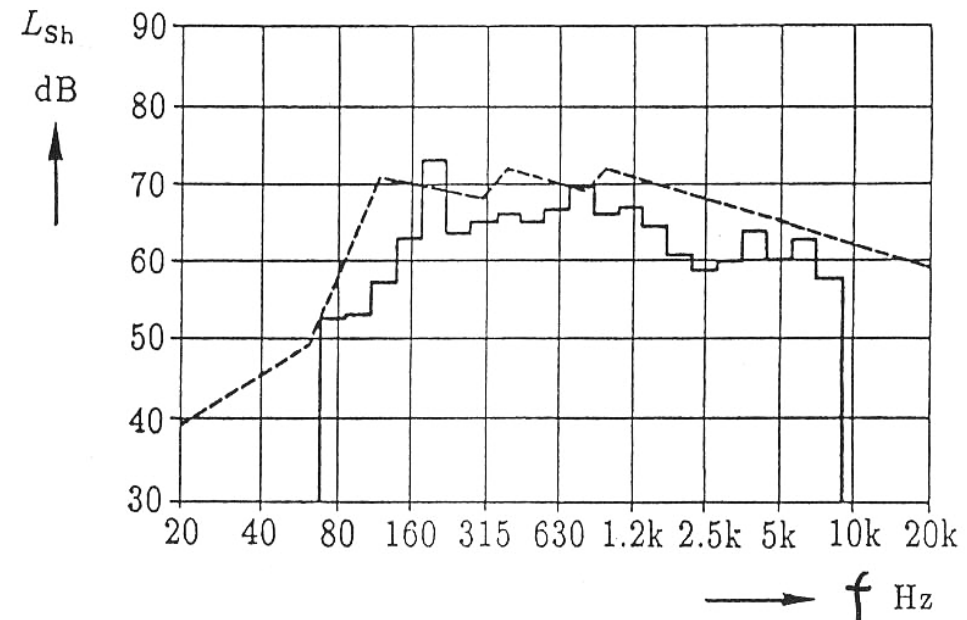
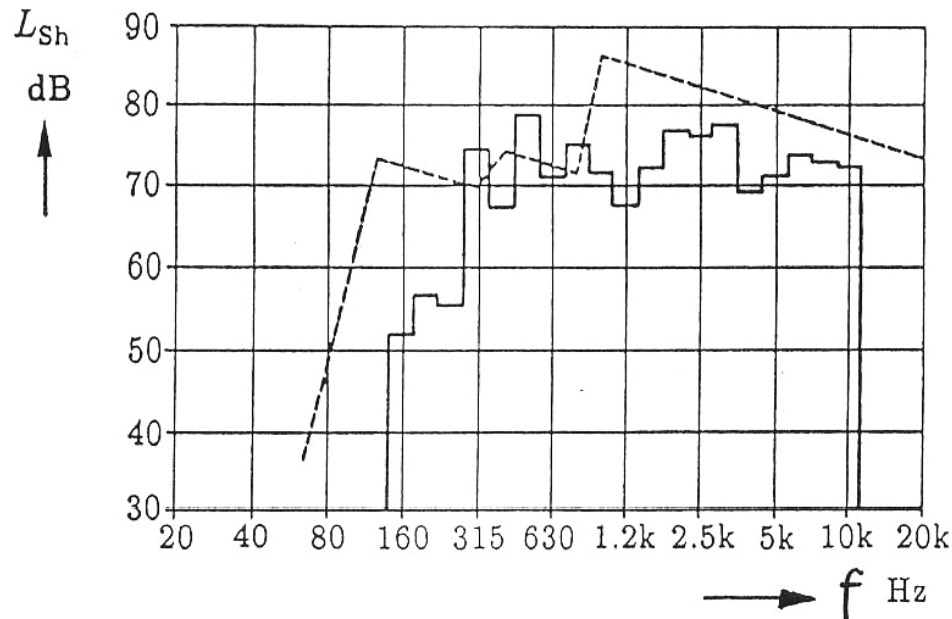
5. Schritt:  $\frac{f_{1\min}}{2} \leq f \leq f_{1\min}$  Interpolationsbereich

Körperschallmaß wird linear interpoliert (in doppellogarithmischer Darstellung!)



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Kasten – Maschinengehäuse Abschätzverfahren



#### Vergleich des gemessenen (—) mit dem abgeschätzten (-----) Körperschallmaß für einen Stahlkasten

- links: Anregung auf einer der beiden kleinsten Platten
- rechts: Anregung auf einer der beiden größten Platten

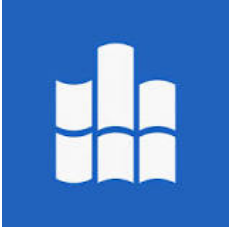
Abmessungen:  $465 \times 295 \times 222 \text{ mm}^3$

Kleinste Platten:  $295 \times 222 \text{ mm}^2$ , Dicke 12 mm

Mittlere Platten:  $465 \times 222 \text{ mm}^2$ , Dicke 6 mm

Größte Platten:  $465 \times 295 \text{ mm}^2$ , Dicke 3mm

Material:  $E = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $\rho = 7850 \text{ kg m}^3$ ,  $\mu = 10^{-3}$



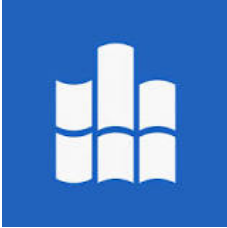
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Weitere Anwendungen

Weitere Anwendungen dieses Verfahrens auf:

- Kasten mit Zwischenwänden, da das Verfahren von der Anzahl der Teilplatten unabhängig ist
- andere Formen prismatischer Körper, die aus Teilplatten zusammengesetzt sind (wenn nur die Körperschallmaße für die Teilplatten mit dem Abschätzverfahren für Platten ermittelt werden können)
- Kreiszyylinder, beidseitig mit Kreisplatten geschlossen

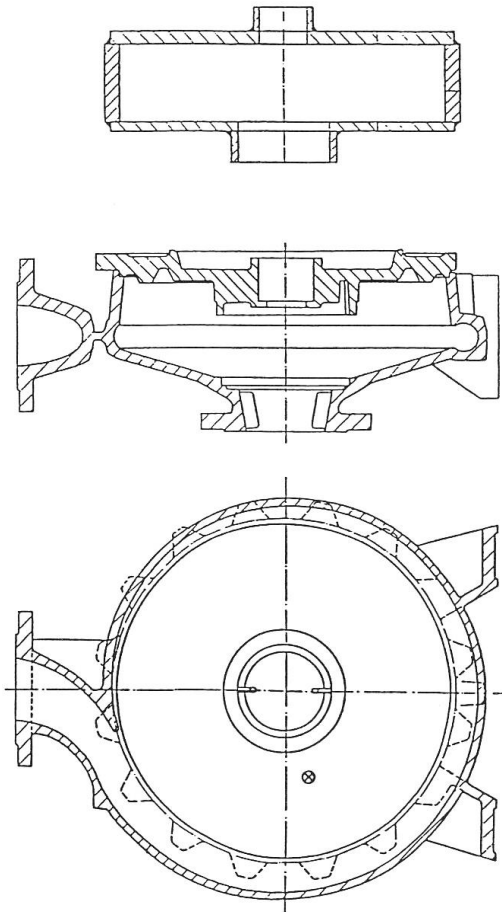




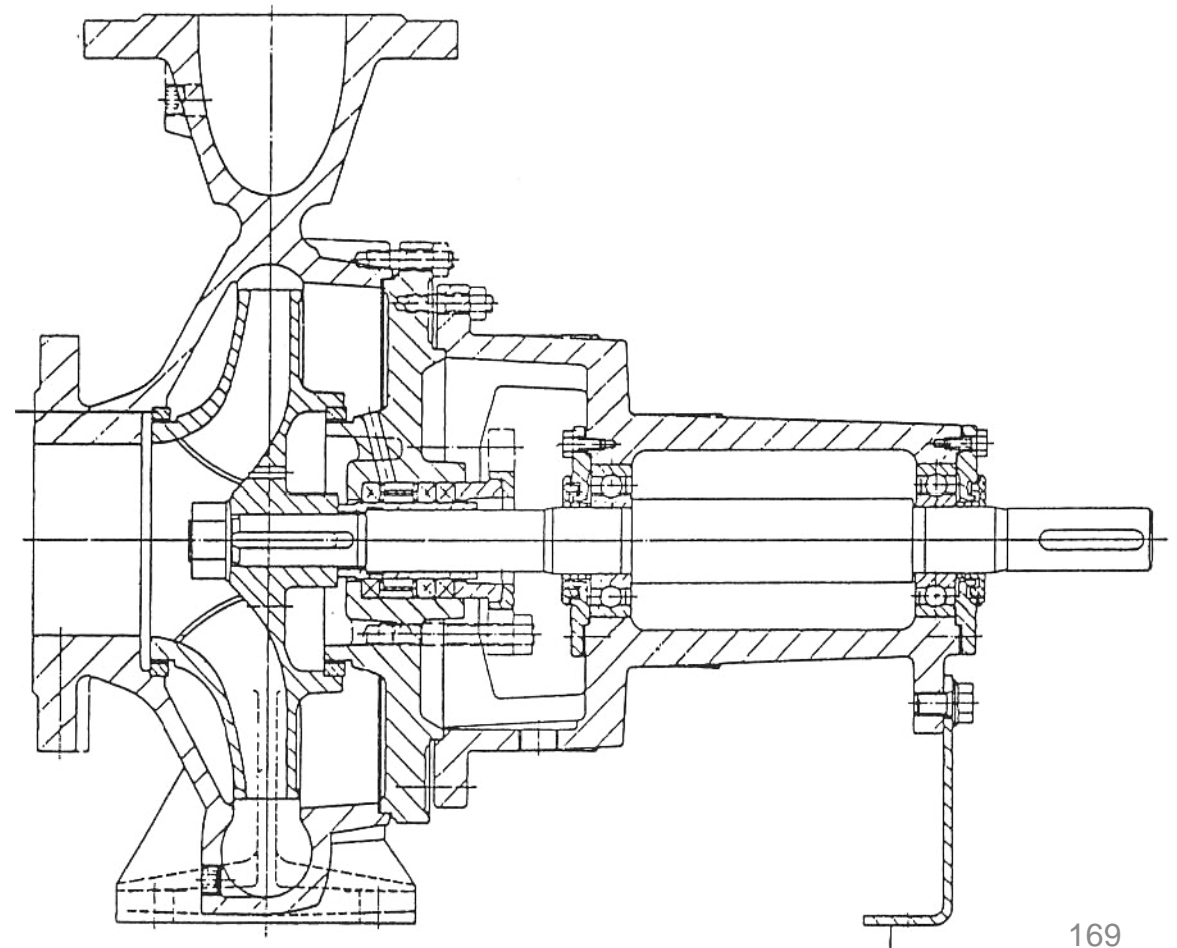
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

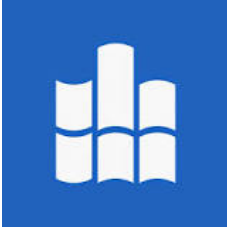
### Weitere Anwendungen

#### Kreiselpumpe



- 1) Eintrittseite (Spiralgehäuse)
- 2) Stopfbuchsbohrung (Druckdeckel)



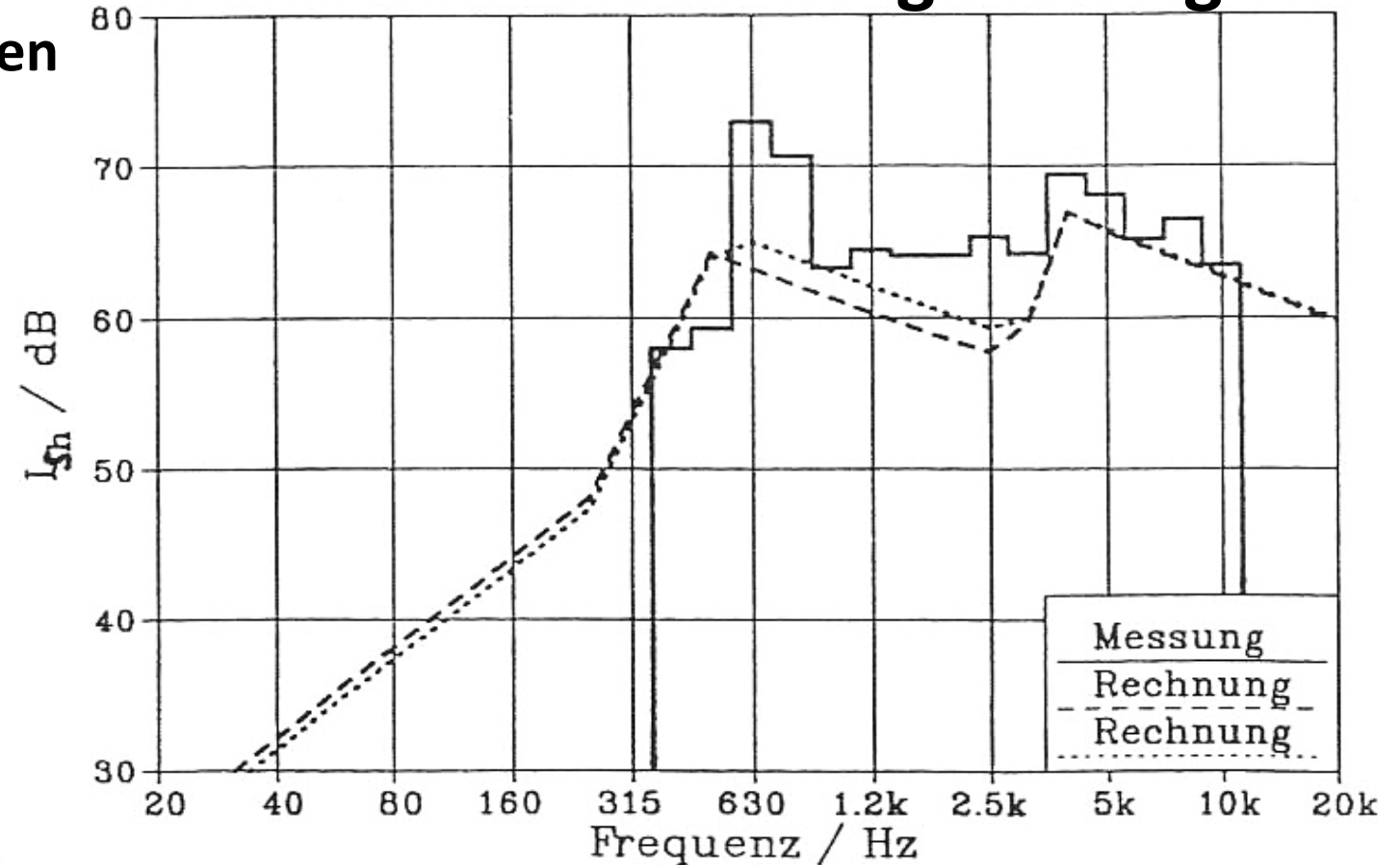


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Weitere Anwendungen

#### Kreiselpumpe

(nach Bock)



Gemessenes und berechnetes Körperschallmaß des Pumpengehäuses bei Anregung auf der Eintrittsseite unter Annahme einer momentenfreien Lagerung (---) aller Teilflächen bzw. einer festen Einspannung (···) der beiden Kreisringplatten.

Werkstoff:  $E = 1.25 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $\rho = 7250 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = 0.26$ ,  $\eta = 2.5 \cdot 10^{-3}$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad

$$\sigma = \frac{P}{\rho_0 c S \tilde{v}^2}$$

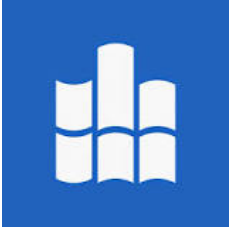
in der maschinenakustischen Grundgleichung

$$P(\omega) = \rho_0 c_0 \sigma(\omega) S h_{\ddot{u}}^2(\omega) \tilde{F}^2(\omega)$$

Der typische Frequenzgang des Abstrahlgrades bzw. –maßes ist:

- für hohe Frequenzen  $\sigma = 1$   $10 \lg \sigma \text{ dB} = 0 \text{ dB}$
- zu tiefen Frequenzen hin  
starker Abfall von  $\sigma$   
(bis  $\omega^{-4}$ )  $\sigma < 1$   $10 \lg \sigma \text{ dB} < 0 \text{ dB}$

Physikalisch kann dieser starke Abfall des Abstrahlgrades zu tiefen Frequenzen hin als Folge des sog. "hydrodynamischen Kurzschlusses" erklärt werden, d. h. Fluidtransport im Nahfeldbereich, Hin- und Herbewegung von Fluidmasse, Blindleistung, keine Fernfeldwirkung dieses Bewegungsanteils.



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

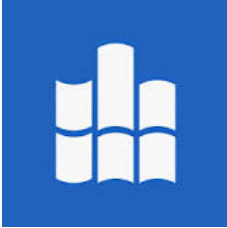
### Abstrahlgrad, Monopol

Atmende Kugel: pulsierende Kugeloberfläche,  
anschaulich: konphas sich vergrößernder bzw. verkleinernder kugel-  
förmiger Ballon

$$\text{abgestrahlte Schalleistung: } P = \tilde{q}^2 Z_{a,r}^\perp = \tilde{v}_R^2 S^2 Z_{a,r}^\perp = \tilde{v}_R^2 S \rho c \frac{(kR)^2}{1 + (kR)^2}$$

$$\text{Abstrahlgrad: } \sigma_M = \frac{(kR)^2}{1 + (kR)^2}$$

$$\text{Abstrahlmaß: } L_\sigma = 10 \lg \sigma_M \text{ dB}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

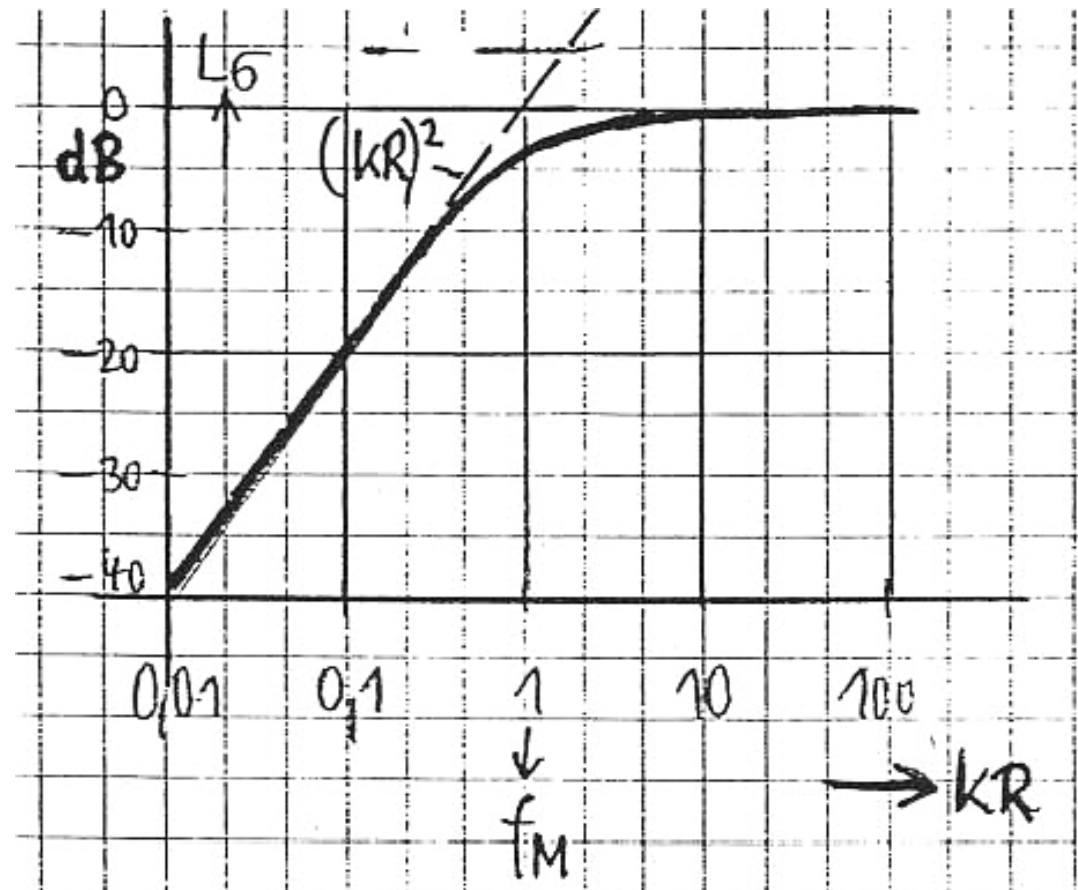
### Abstrahlgrad, Monopol

#### 2 Bereiche:

1. Tiefe Frequenzen:  $kR \ll 1$  →  $\sigma_M \approx (kR)^2$  d. h.  $\sigma_M \sim f^2$   
 $L_\sigma = 10 \lg \sigma_M \text{ dB}$  → + 20 dB je Frequenzdekade
2. Hohe Frequenzen:  $kR \gg 1$  →  $\sigma_M \approx 1, L_\sigma \approx 0$

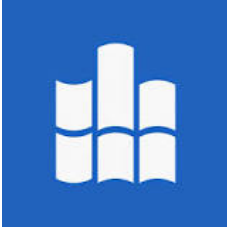


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Abstrahlgrad, Monopol



**Darstellung des Abstrahlgrades mit Hilfe der Kugelstrahler-Eckfrequenz (Monopol):**  
Betrachtung des Bereiches niedriger Frequenzen (beim Kugelstrahler nullter Ordnung):

$$\sigma_M = (kR)^2$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad, Dipol

Schwingende, starre Kugel, Wechselkraft

$$\text{abgestrahlte Schallleistung: } P = \int_S I dS = \frac{k^4}{12\pi} \rho c \tilde{D}^2 = \tilde{v}_0^2 S \rho c \frac{1}{3} \frac{(kR)^4}{[4 + (kR)^4]}$$

(mit Dipolmoment der schwingenden, starren Kugel)

$$\text{Abstrahlgrad: } \sigma_D = \frac{(kR)^4}{3 [4 + (kR)^4]} = \frac{He^4}{3 [4 + He^4]}$$

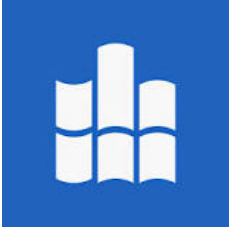
$$\text{für } kR \ll 1 \Rightarrow \sigma_D \approx \frac{1}{12} (kR)^4 = \frac{1}{12} He^4$$

$$\text{d.h. } \Rightarrow \sigma_D \sim f^4$$

$$L_\sigma = 10 \lg \sigma_D \text{ dB} \Rightarrow +40 \text{ dB je Frequenzdekade}$$

**Kugelstrahler-Eckfrequenz (Dipol):**

$$\sigma_D = \frac{1}{12} (kR)^4 = \left( \frac{f}{f_D} \right)^4 \leq 1 \quad \text{für } f \leq f_D$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad, Kreiskolbenmembran

Starrer, kreisförmiger Kolben, in einer unendlich großen Wand angeordnet, alle Kolbenelemente schwingen konphas

Abstrahlgrad:

Kolbenelemente schwingen konphas

Abstrahlgrad:

$$\sigma_{KM} = 1 - \frac{J_1(2kR)}{kR}$$

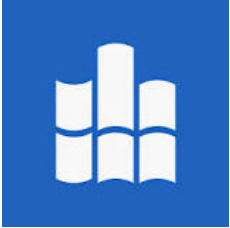
mit:  $J_1$  BESSEL-Funktion 1. Ordnung

Näherungen für:

$$kR \ll 1 \quad \rightarrow \quad \sigma_{KM} \approx \frac{1}{2}(kR)^2$$

$$kR \gg 1 \quad \rightarrow \quad \sigma_{KM} \approx 1$$





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Abstrahlgrad, Kreiskolbenmembran

Vergleich des Abstrahlverhaltens der Kolbenmembran mit dem Kugelstrahler nullter Ordnung:

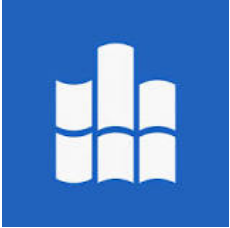
$$kR \ll 1 \quad \rightarrow \quad \sigma_{\text{KM}} \approx \frac{1}{2} (kR)^2 \quad \sigma_M \approx (kR)^2$$

$$kR \gg 1 \quad \rightarrow \quad \sigma_{\text{KM}} \approx 1 \quad \sigma_M \approx 1$$

Das bedeutet, dass beide Strahler das gleiche Abstrahlverhalten in den aufgeführten Grenzbereichen für  $kR$  zeigen, wenn für ihre Abmessungen gilt:

$$\frac{1}{2} R_{\text{KM}}^2 = R_M^2 \quad \Rightarrow \quad R_{\text{KM}} = \sqrt{2} R_M$$

Damit Ersatz Kolbenmembran durch akustisch äquivalenten Kugelstrahler



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad, Rechteckplatte

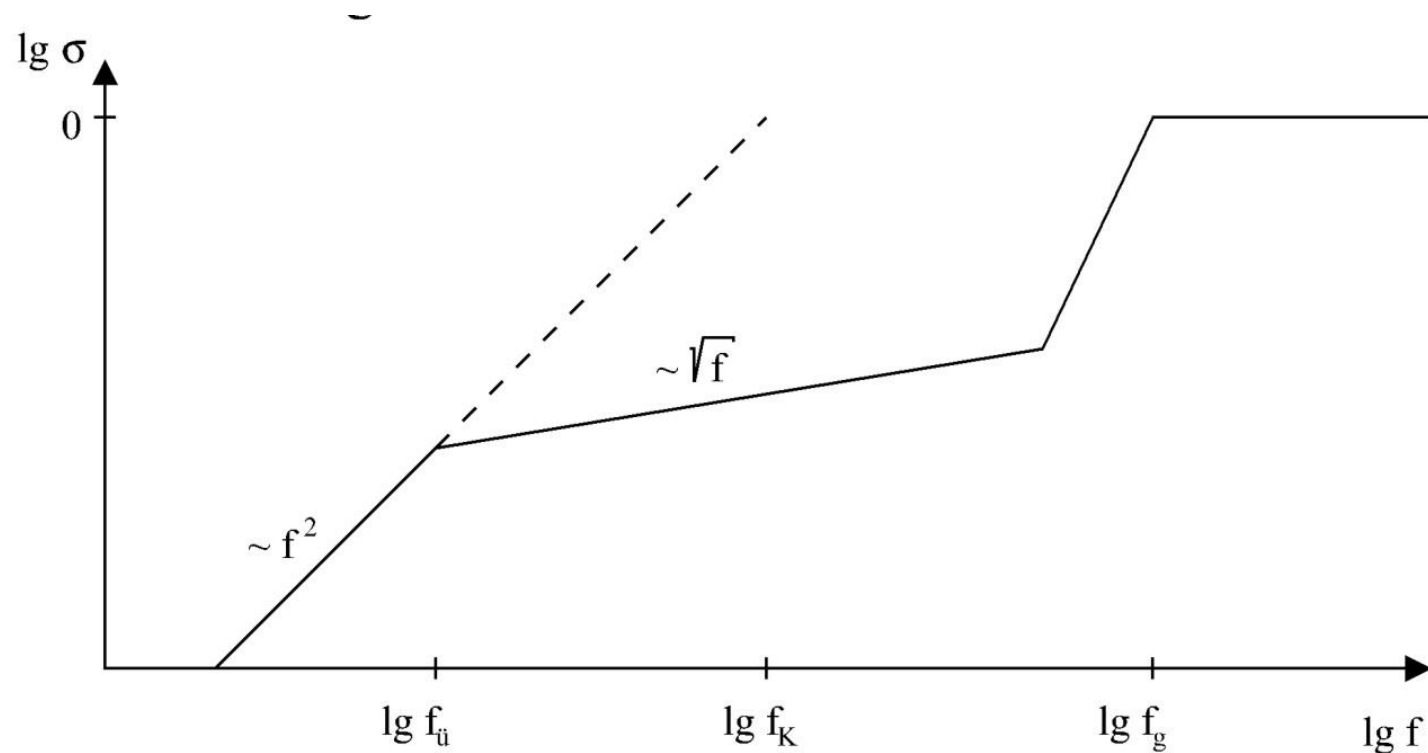
Für  $\lambda_B < \lambda_L$  ( $f \ll f_{gr}$ ) ist das Abstrahlverhalten der Platte durch den sog. akustischen Kurzschluss gekennzeichnet

Grenzfrequenz:

$$f_{gr} = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{m''}{B'}} = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{B'}} \quad \text{mit : } B' = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Abstrahlgrad, Rechteckplatte, 3 Bereiche



Kolbenstrahler



akustischer Kurzschluß  
(Voraussetzung:  $f > f_1$ )



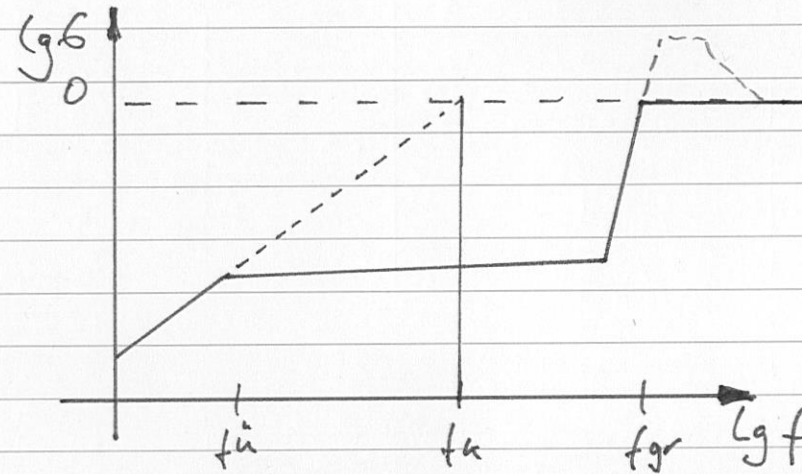
Koinzidenz



konphas schwingende  
große Fläche



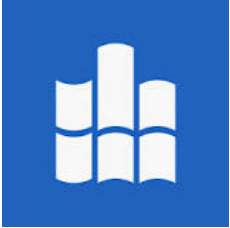
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Abstrahlgrad, Rechteckplatte, 3 Bereiche



$f_u$  Übergang Kugelstrahler-zum  
Kurzschlussbereich

$f_k$  Eckfrequenz des äqu. Kolbenstrahlers

$f_{gr}$  Grenzfrequenz der Platte



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad, Rechteckplatte,

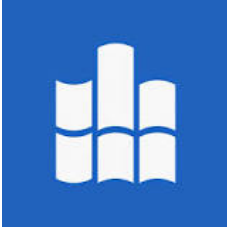
#### 1. Bereich

1. Bereich: **Kugel- oder Kolbenstrahlerbereich**  $f < \min \{ f_{\text{ü}}, f_{\text{k}} \}$

tiefe Frequenzen, Platte verhält sich wie ein äquivalenter Kugelstrahler mit  $S = ab$ ,  
beidseitige Abstrahlung

$$f_{\text{k}} = \frac{c}{2\sqrt{S}} = \frac{c}{2\sqrt{ab}}$$

Eckfrequenz des äquivalenten Kolbenstrahlers



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad, Rechteckplatte,

#### 1. Bereich

- $f < f_1$ :  $f_1$  1. Eigenfrequenz der Platte  $f_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B'}{m''}} \left[ \left( \frac{1}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{b} \right)^2 \right]$

Abstrahlgrad:

$$\sigma_k \approx \left( \frac{f}{f_k} \right)^2 = \frac{4S}{c^2} f^2$$

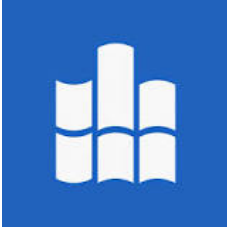
- $f < \min \{ f_{\ddot{u}}, f_k \}$ ,  $f_1 \leq f_{\ddot{u}}$   $f_{\ddot{u}}$  Übergangsfrequenz vom Kugelstrahlerbereich zum

Kurzschlussbereich  $f_{\ddot{u}} = \left( \frac{c}{\pi} \right)^2 \left( \frac{U}{4S^2} \right)^{2/3} \frac{1}{f_{gr}}$

Abstrahlgrad:

$$\sigma_k = \frac{\left( \frac{f}{f_k} \right)^2}{1 + \left( \frac{f}{f_k} \right)^2}$$

Kugelstrahler- bzw. Kolbenstrahlerbereich



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad, Rechteckplatte,

### 2. Bereich

2. Bereich: **Kurzschlussbereich**  $f_{\ddot{u}} < f < f_{gr}$

- für  $f_{gr} > f_k$ , d. h. akustischer Kurzschluss tritt auf!  $f_1 < f_{\ddot{u}}$

Abstrahlgrad:

$$\sigma = \frac{\lambda_{gr}^2}{S} g_1(\alpha) + \frac{U\lambda_{gr}}{S} g_2(\alpha)$$

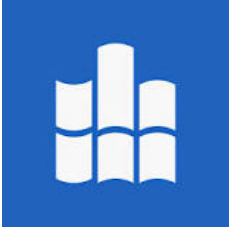
mit:

$$g_1(\alpha) = \begin{cases} \frac{8}{\pi^4} \frac{1-2\alpha^2}{\alpha\sqrt{1-\alpha^2}} & \text{für } f \leq f_{gr}/2 \\ 0 & \text{für } f > f_{gr}/2 \end{cases} \quad \left| \quad g_2(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{(1-\alpha^2) \cdot \ln \frac{1+\alpha}{1-\alpha} + 2\alpha}{(1-\alpha^2)^{3/2}}$$

$$U = 2(a + b)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{f}{f_{gr}}}$$

$$\lambda_{gr} = \frac{2\pi}{c} \sqrt{\frac{B'}{m''}}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Abstrahlgrad, Rechteckplatte,

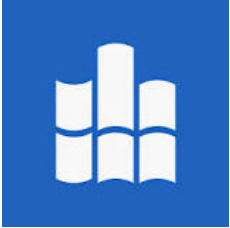
2. Bereich

- $f \approx f_{\text{gr}}$  : in der Nähe der Grenzfrequenz gilt:

Abstrahlgrad:

$$\sigma = \sqrt{\frac{a}{\lambda_{\text{gr}}}} + \sqrt{\frac{b}{\lambda_{\text{gr}}}}$$





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Abstrahlgrad, Rechteckplatte,

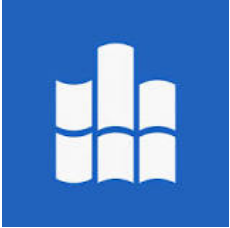
3. Bereich

3. Bereich: **Bereich voller Abstrahlung**

$f \geq f_{gr}$ , wenn  $f_k < f_{gr}$

Abstrahlgrad

$$\sigma = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_{gr}}{f}}} \\ 0,45 \sqrt{U \frac{f_{gr}}{c_0}} \end{array} \right.$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad, Rechteckplatte

### Einfluss der Randbedingungen (nach KOLLMANN):

Die angegebenen Beziehungen für den Abstrahlgrad gelten nur bei frei aufliegenden Rechteckplatten.

Experimentelle Untersuchungen: Abstrahlmaß von Platten mit zwei eingespannten und zwei freien Rändern um 3 dB über Abstrahlmaß von Platten mit zwei frei gestützten und zwei freien Rändern

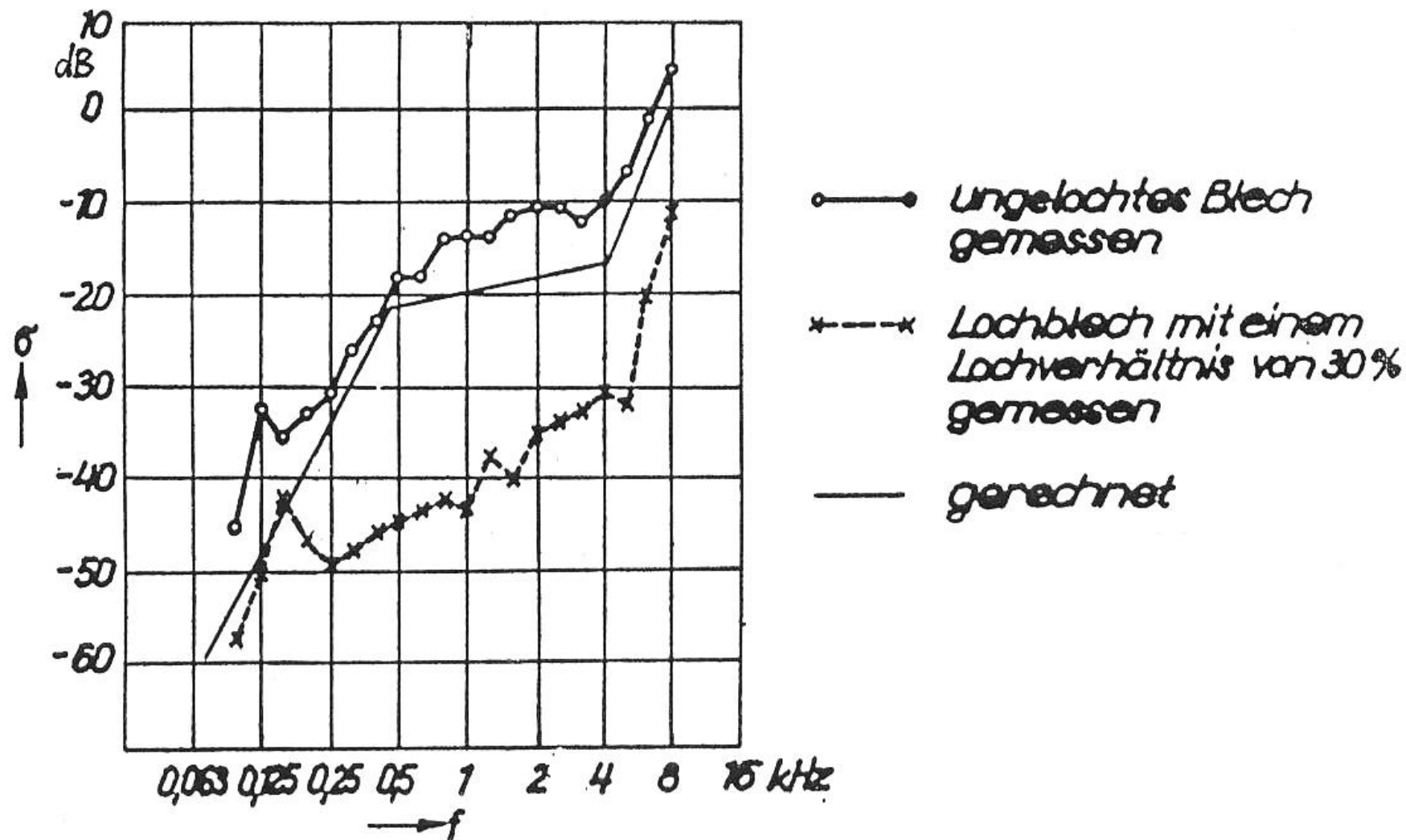
#### Praxis:

- Einspannbedingungen meist nicht genau erfassbar
- Gleichungen für den Abstrahlgrad für alle praktisch vorkommenden Fälle verwendet;
- die Abweichungen infolge der Einspannbedingungen liegen dann bei etwa  $\pm 1$  dB.



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

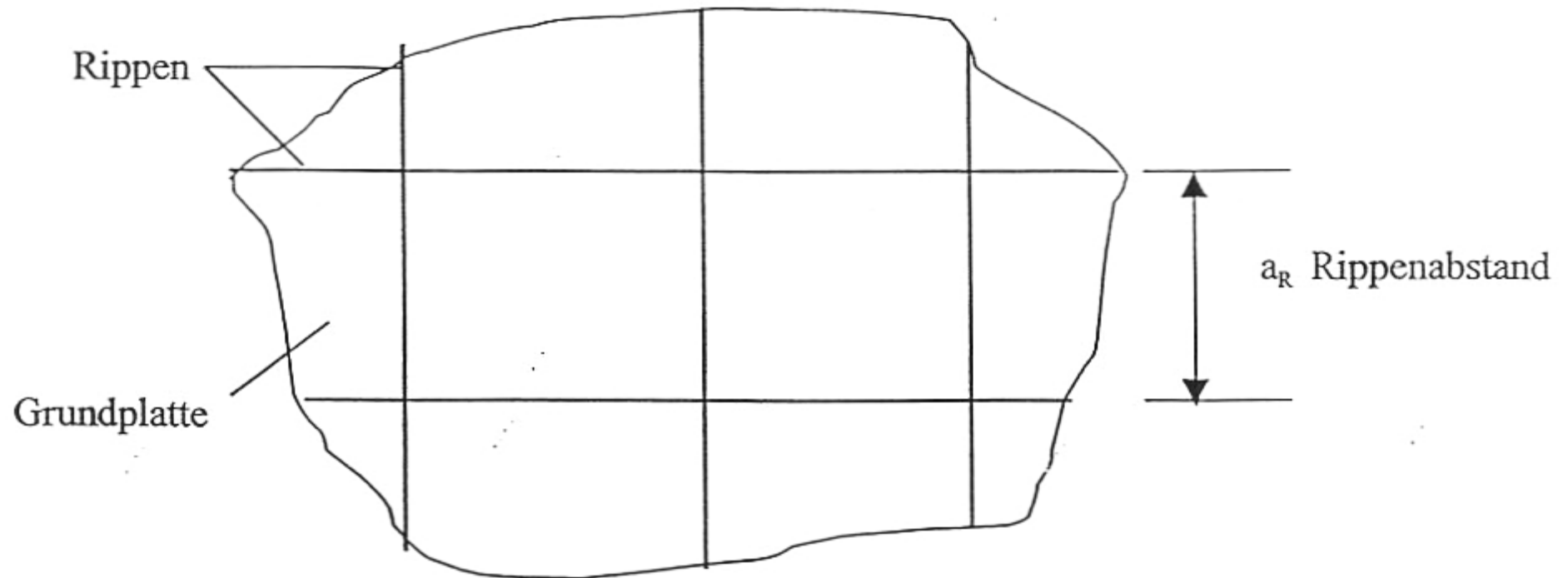
### Abstrahlgrad, Rechteckplatte, Einfluss der Lochung





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad, Verrippte Rechteckplatte



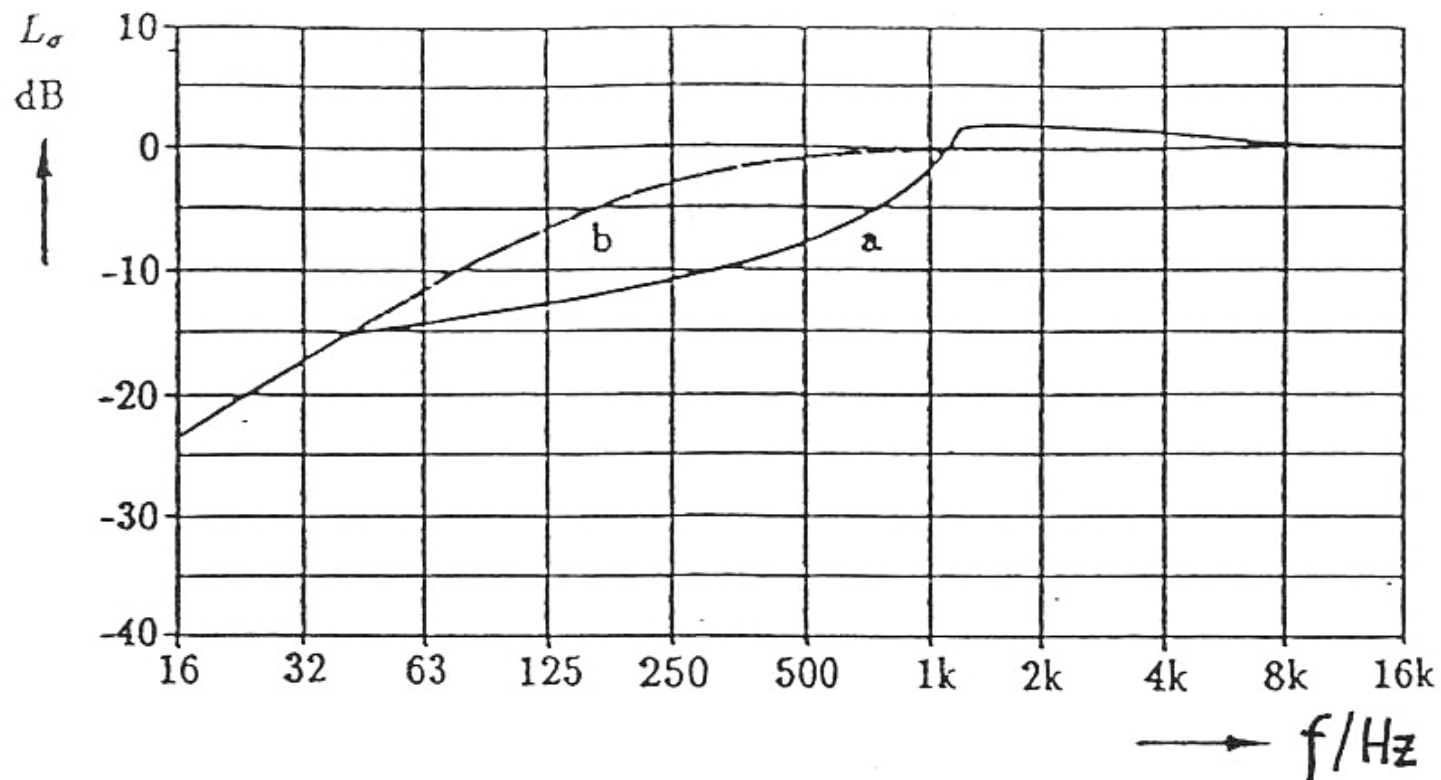
Kennzeichen:

- Rippen parallel zu den Kanten der Grundplatte
- mittlerer, lichter Abstand der Rippen:  $a_R$

Effekt der **akustische Kopplung** bzw. **Entkopplung**



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Abstrahlgrad, Verrippte Rechteckplatte (Theorie Kollmann)



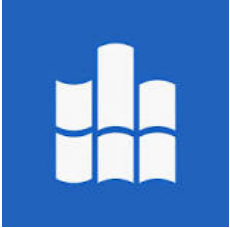
Vergleich des Abstrahlmaßes für zwei Stahlplatten:

—————  
- - - - -

a) Grundplatte

b) verrippte Platte

(nach MÜLLER, aus: KOLLMANN)



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Abstrahlgrad, Rechteckkanal (nach HECKL/MÜLLER)

$$\text{Bedingungen: } 0,5 \leq \frac{U \cdot f}{c_0} \leq 40$$

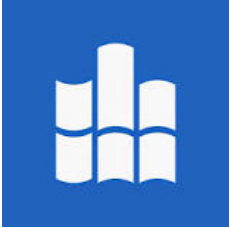
mit:  $U$  Kanalumfang,  
 $c_0$  Schallgeschwindigkeit in Luft

Kanal ist gasgefüllt, Wandung: Stahl, ohne Entdröhnung, Luftschallanregung

$$f \leq \frac{1}{8} f_{\text{gr}} \quad L_{\sigma} = 10 \lg \left( \frac{f}{f_{\text{gr}}} \right) \text{ dB}$$

$$\frac{1}{8} f_{\text{gr}} < f < 0,8 f_{\text{gr}} \quad L_{\sigma} = -9 \text{ dB}$$

$$f \geq f_{\text{gr}} \quad L_{\sigma} = 0 \text{ dB}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad realer Maschinenstrukturen

Grobe Einordnung realer Maschinenstrukturen in zwei Bereiche:

- a) Kugelstrahlertyp nullter Ordnung
- b) Kastenstrahlertyp

#### a) **Kugelstrahlertyp**

Im tieffrequenten Bereich ( $f < f_1$ ) schwingt die gesamte Oberfläche gleichphasig:

→ atmender Körper

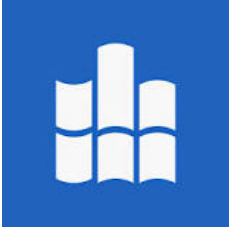
In der Praxis trifft das für kleine, dickwandige Körper ohne ausgeprägte Teilflächen zu.  
Keine Bildung des akustischen Kurzschlusses:

$$f_{gr} \leq f_M \quad (f_M \text{ Eckfrequenz})$$

Damit ist die für die Kurzschlussbildung notwendige Voraussetzung  $\lambda_B < \lambda_L$  nicht erfüllt.  
Das gilt zum Beispiel für das Gehäuse einer Kreiselpumpe.

$$f \ll f_M : \quad \sigma_M \approx \left( \frac{f}{f_M} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad +20\text{dB/Dekade}$$

$$f \gg f_M : \quad \sigma_M \approx 1$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad realer Maschinenstrukturen

#### b) Kastenstrahlertyp

Maschinengehäuse mit klar unterscheidbaren und selbständig schwingungsfähigen Teilflächen

Gegenüber Kugelstrahlertyp:

vollständig anderes Abstrahlverhalten im tieffrequenten Bereich:

→ beim Kastenstrahlertyp:

Teilflächen sind als Einzelstrahler aufzufassen, bei denen im tieffrequenten Bereich Korrelationen zwischen den Körperschallschwingungen der Teilflächen bestehen:

- akustische Ausgleichsvorgänge ähnlich einem akustischen Kurzschluss
- geringere Schallabstrahlung gegenüber dem flächengleichen Kugelstrahler

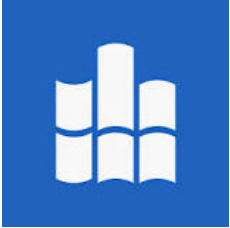
Im Zweifelsfall:

Wenn die Zuordnung zu diesen beiden Strahlertypen schwierig ist, dann:

→ Behandlung nach dem Kugelstrahlertyp,

d. h. sichere Seite (denn: bei gleicher Oberfläche ist  $\sigma$  immer größer als beim Kastenstrahlertyp)





## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad realer Maschinenstrukturen

Annahmen:

- Die Anregung von Biegewellen erfolgt normal zur Oberfläche.
- Es existiert nur eine Anregungsstelle mit einer Punktkraft.

schon bei einfachsten Maschinenstrukturen nicht erfüllt (Betriebskräfte wirken in drei Raumrichtungen; geschlossener Kraftfluss im Gehäuse, d. h. es müssen mehrere Krafteinleitungsstellen existieren).

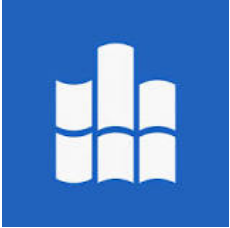
Vergleiche zwischen Rechnung und Messung zeigen jedoch:

⇒ Verwendung des idealen Plattenmodells ist zulässig!

Ursachen dafür:

Im stationären Schwingungszustand herrschen Biegewellen vor.

Meist ist nur eine Anregungsstelle dominierend, so dass das Körperschallverhalten insgesamt durch diese bestimmt wird.

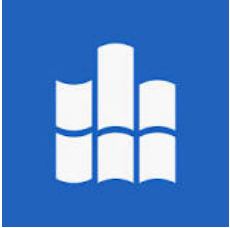


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Abstrahlgrad realer Maschinenstrukturen

Weitere Schwierigkeiten:

- Ermittlung der 1. Eigenfrequenz der Struktur:  
muss meist experimentell am gefertigten Maschinengehäuse bestimmt werden.
- Dämpfungsverhalten:  
stark abhängig von den endgültigen Einbau- und Betriebsbedingungen,  
Strukturdämpfung ist sehr häufig frequenzabhängig,  
reine Werkstoffdämpfung ist nicht ausschlaggebend, sondern die Strukturdämpfung insgesamt,  
zuverlässige Werte zu den Dämpfungsparametern sind nur durch experimentelle Untersuchungen zu erhalten.



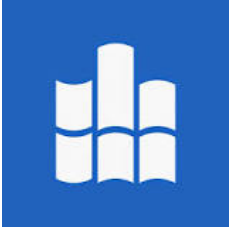
## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

Ermittlung des A-bewerteten Gesamtschalleistungspegels bei periodischer Kraftanregung

$$L_{WA}(\omega) = L_F(\omega) + L_{Sh}(\omega) + L_{\sigma}(\omega) + \Delta L_A(\omega)$$

mit:  $L_{WA}(\omega)$ : A-bewertetes Schalleistungspegelspektrum

$\Delta L_A(\omega)$ : A-Bewertung



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Ermittlung des A-bewerteten Gesamtschalleistungspegels bei periodischer Kraftanregung

#### Rechenweg:

- Anregungsfrequenzen

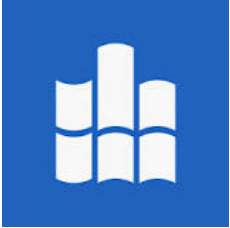
$$f_i = i n/60$$

n	f <sub>i</sub>
min-1	Hz

mit: n Drehzahl

- Ermittlung der Kraftpegel  $L_F$  bei den Anregungsfrequenzen  $f_i$   
→  $L_{Fi}$
- Ermittlung des Körperschallmaßes  $L_{Shi}$ , des Abstrahlmaßes  $L_{\sigma}$  bei den Frequenzen  $f_i$   
→  $L_{Shi}, L_{\sigma i}$
- Berechnung des A-bewerteten Schalleistungsspektrums ( $\Delta L_A(\omega)$ ) bei den einzelnen Frequenzen  $f_i$

$$L_{WAi} = L_{Fi} + L_{Shi} + L_{\sigma i} + \Delta L_{Ai}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Ermittlung des A-bewerteten Gesamtschalleistungspegels bei periodischer Kraftanregung

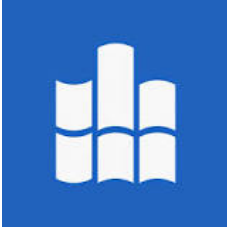
- bei dicht liegenden Anregungsfrequenzen:  
Zusammenfassung der  $L_{WAi}$  in Frequenzbändern, z. B. in Terz- oder Oktavbandbreiten:

$$\Delta f_{\text{terz}} = 0,232 f_m \quad \text{bzw.} \quad \Delta f_{\text{okt}} = 0,707 f_m$$

$$L_{WA,\Delta f} = \sum_{f_i \text{ in } \Delta f} L_{WAi}$$

- Ermittlung der Gesamtschalleistung:  
→ Leistungs- bzw. Energieaddition

$$L_{WA} = 10 \lg \left[ \sum_{\Delta f} 10^{\frac{L_{WA,\Delta f}}{10 \text{dB}}} \right] \text{dB(A)}$$



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

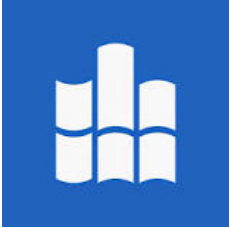
### Konstruktive Geräuschminderung (Kollman)

Ausgangspunkt: Maschinenakustische Grundgleichung

$$L_W(\omega) = L_F(\omega) + L_{Sh}(\omega) + L_\sigma(\omega)$$

d. h. es gibt grundsätzlich drei Ansätze für Maßnahmen der Geräuschminderung:

- 1. Erregerkräfte vermindern**  
→ Reduzierung des Kraftpegels  $L_F$   
d. h. der Erregerkräfte  $F$
- 2. Körperschall auf den abstrahlenden Oberflächen der Maschinenstruktur vermindern**  
→ Reduzierung des Körperschallmaßes  $L_{Sh}$ ,  
d. h. der Übertragungsadmittanz  $h_{\ddot{u}}$  der Maschinenstruktur
- 3. Schallabstrahlung vermindern**  
→ Reduzierung des Abstrahlmaßes  $L_\sigma$ ,  
d. h. des Abstrahlgrades  $\sigma$  der Maschinenstruktur



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Konstruktive Geräuschminderung (Kollman)

#### 1. Merksatz:

Konstruktive Maßnahmen der Geräuschminderung müssen immer hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf alle drei Mechanismen betrachtet werden, d. h.

- auf die Erregerkräfte,
- auf das Körperschallmaß und
- auf den Abstrahlgrad.

Häufig kann die Wirkung von konstruktiven Maßnahmen zur Reduzierung der Erregerkräfte getrennt von den beiden anderen Einflüssen (Übertragungsadmittanz, Abstrahlgrad) untersucht werden.

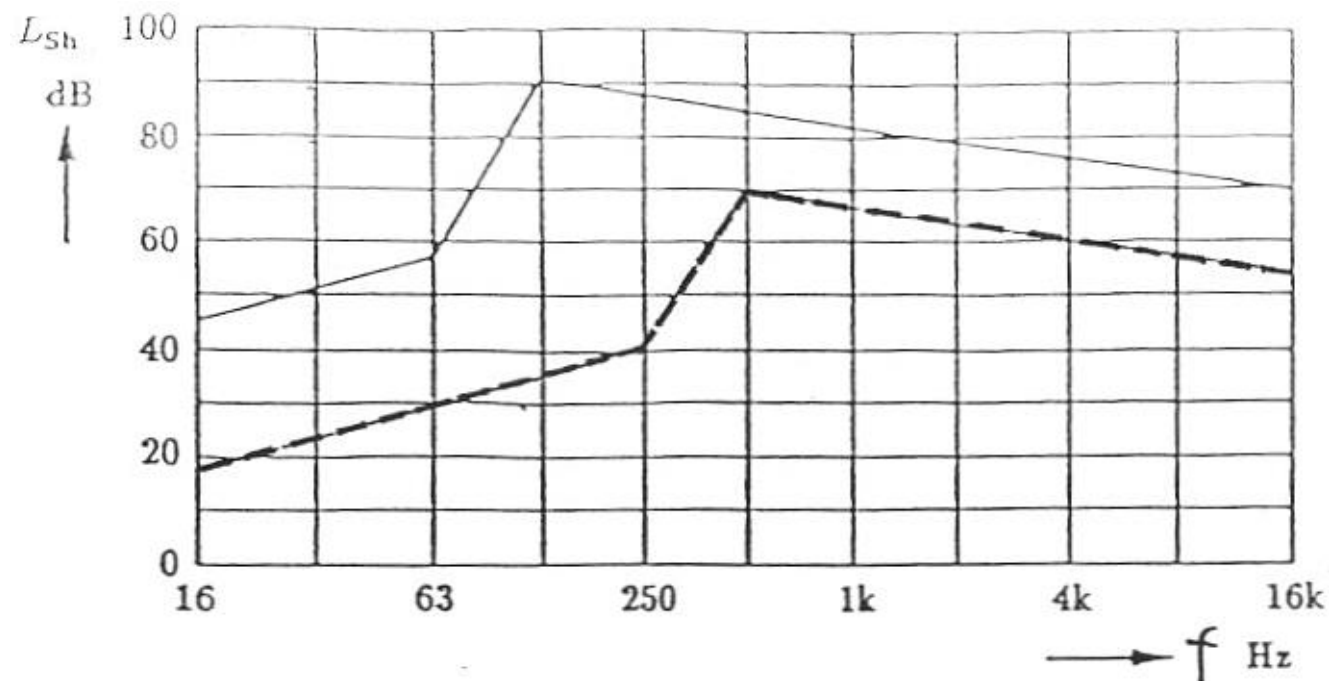
Dagegen beeinflussen konstruktive Maßnahmen zur Reduzierung des Körperschallmaßes bzw. des Abstrahlmaßes meistens auch die jeweils andere strukturelle Kenngröße.



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Konstruktive Geräuschminderung (Kollman) Beispiel Verrippte Platte

#### Körperschallmaß



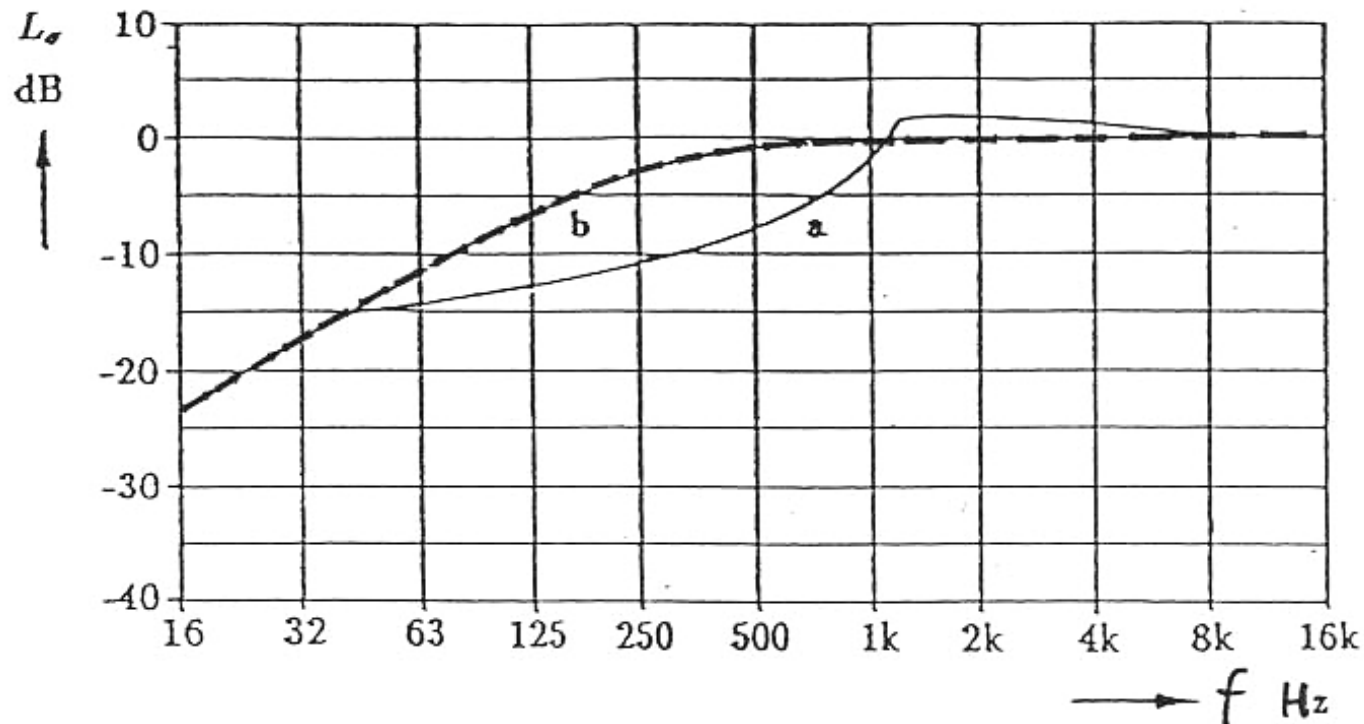
Körperschallmaß einer unverrippten (—) und einer verrippten (---) Rechteckplatte



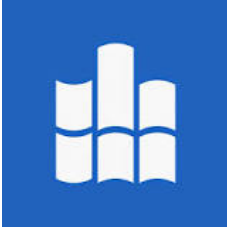


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Konstruktive Geräuschminderung (Kollman) Beispiel Verrippte Platte

### Abstrahlmaß

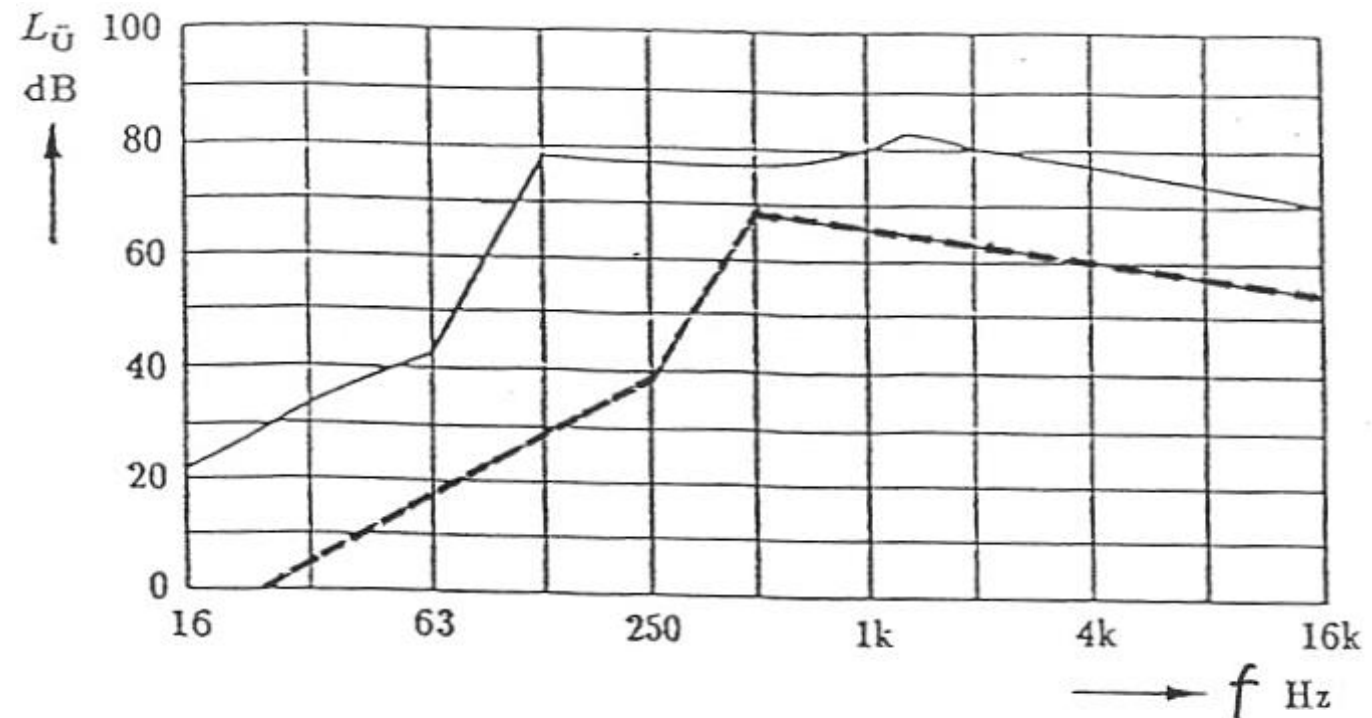


Vergleich des Abstrahlmaßes für zwei Stahlplatten (nach Müller und Mitarbeitern)  
Grundplatte (—) Verrippte Platte (- - - -)



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung Konstruktive Geräuschminderung (Kollman) Beispiel Verrippte Platte

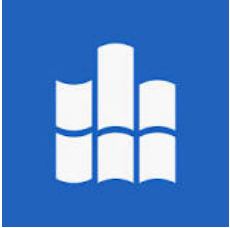
Übertragungsmaß



Übertragungsmaß der unverrippen und verrippen Rechteckplatte

Schlussfolgerung:

Trotz der Vergrößerung des Abstrahlmaßes ist das Verrippen der Platte eine sinnvolle konstruktive Geräuschminderungsmaßnahme, weil im Übertragungsmaß der verrippen Platte der erhöhte Abstrahlgrad durch die deutlich verminderte Übertragungsadmittanz durch die Verrippung mehr als kompensiert wird.



## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Konstruktive Geräuschminderung (Kollman)

#### 2. Merksatz:

Maßnahmen zur Verminderung der abgestrahlten Schalleistung besitzen dann die größte Wirksamkeit, wenn sie zur

- Minderung des Luftschalls im Frequenzbereich der maximalen Komponenten des Schallleistungsspektrums beitragen,
- Minderung des Körperschalls im Frequenzbereich der maximalen Komponenten des Körperschallspektrums beitragen.

#### 3. Merksatz:

- Besteht eine Maschine aus mehreren Einzelschallquellen, so müssen Maßnahmen zur Geräuschminderung stets zuerst an derjenigen Schallquelle realisiert werden, welche den größten Einzelpegel der Schalleistung aufweist.

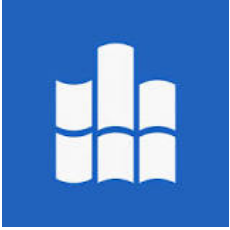


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Konstruktive Geräuschminderung

#### Beeinflussung der Erregerkräfte

- Vermeidung plötzlicher Übergänge im zeitlichen Verlauf der Betriebskräfte, impulsartige Vorgänge zeitlich strecken, stoßartige Kräfte vermeiden:  
z. B. bei Nockentrieben Kurven mit stetigem Verlauf der Krümmung, Zahnflankenkorrekturen in Getrieben (z. B. Kopfrücknahme), Verminderung der Druckpulsationen bei Hydraulikpumpen durch Ausgleichsschlitze
- Kleine Restunwuchten, insbesondere bei hochtourig laufenden Maschinen
- Vermeidung des Spieles zwischen bewegten Teilen,  
z. B. durch Vorspannung bewegter Teile
- Geringe Aufprallgeschwindigkeiten zwischen Festkörpern  
z.B. Anordnung elastischer Zwischenglieder, Vergrößerung der Nachgiebigkeiten der bewegten Teile
- Verringerung der Erregerkräfte durch das "Prinzip der Schrägung"  
z.B. Schrägverzahnungen, Drallmesserwellen, ziehender Schnitt durch Abschrägen der Messerkanten

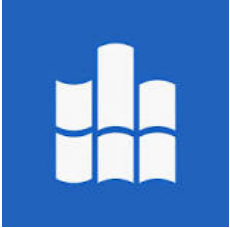


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Konstruktive Geräuschminderung

#### Beeinflussung des Körperschallmaßes

- Übertragung der Kräfte auf möglichst kompakten, geradwandigen Strukturen; die Kräfte sollten nicht „spazierengeführt“ werden.
- Prinzip der Funktionstrennung:  
Kraftführende Strukturen (steife, im Inneren der Maschinen liegende Bauteile) sind von den schallabstrahlenden, äußeren Maschinenteilen zu trennen, d.h. körperschallmäßige Entkopplung  
z. B. konstruktive Lösung oder dämmende Zwischenlagen mit großer Nachgiebigkeit
- Große Impedanzen an den Einleitungsstellen der Kräfte in die schallabstrahlenden Flächen,  
z. B. Rippen bis an die Krafteinleitungsstellen heranführen, Zusatzmassen an den Krafteinleitungsstellen, kräftige Flansche bei geteilten Strukturen
- Hohe Dämpfung in der Struktur, insbesondere durch Fugendämpfung

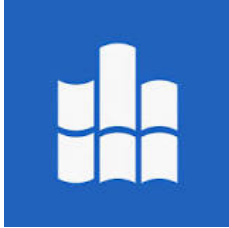


## 3.4.4 Platte – Maschinenakustische Grundgleichung

### Konstruktive Geräuschminderung

#### Beeinflussung des Abstrahlgrades

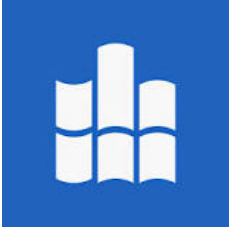
- Kompakte Maschinenkonstruktion:  
Verhalten wie Kugelstrahler: hohe Kugelstrahler-Eckfrequenz, niedriger Abstrahlgrad im tieffrequenten Bereich
- Bei Platten: Hohe Biegewellen-Grenzfrequenz durch Vergrößerung der Massebelegung bei möglichst konstanter Biegesteifigkeit; Abhängigkeit dieser Maßnahme von der Lage des dominierenden Frequenzbereiches zur Grenzfrequenz
- Geringe Wandstärke bei plattenförmigen Wänden, aber evtl. ungünstige Auswirkungen auf das Körperschallmaß



## 3.5 Halbraum

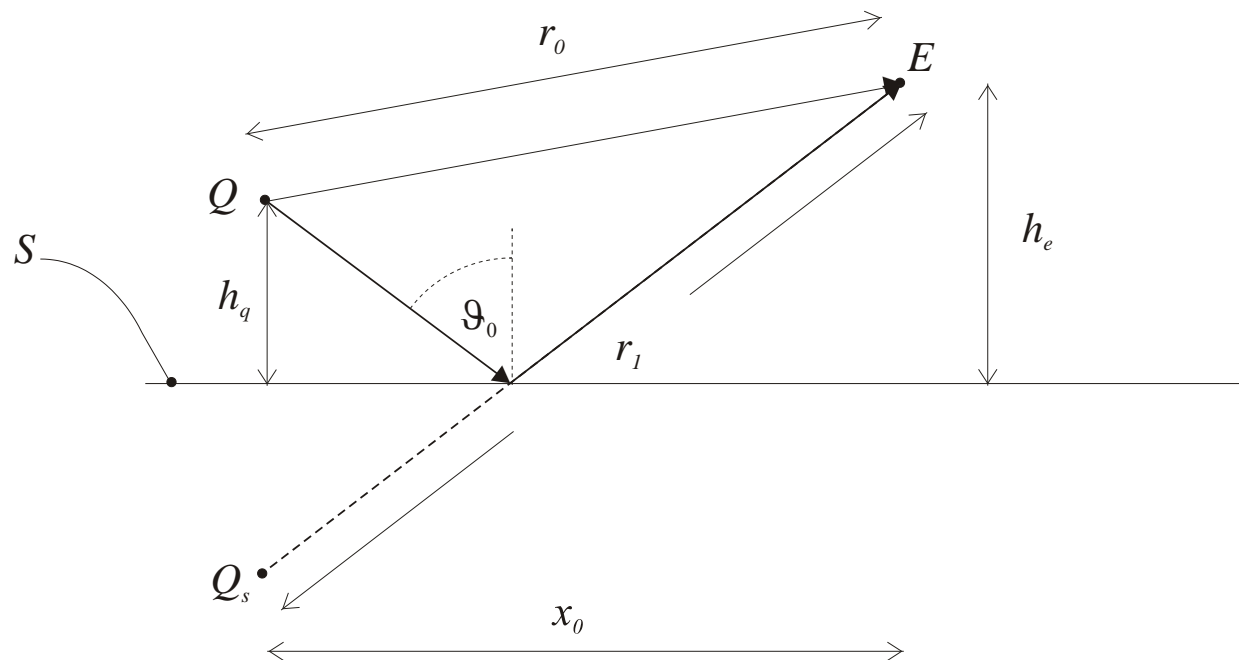
### 3.5.1 Luftschallfeld - tieffrequenter Lärm

### 3.5.2 Boden – Ausbreitung von Erschütterungen



## 3.5.1 Halbraum- Luftschallfeld - tieffrequenter Lärm

### Spiegelquellen-Modell



Geometrie zum  
Spiegelquellenmodell,

Schallquelle  $Q$

Empfänger  $E$

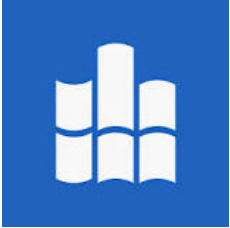
Spiegelschallquelle  $Q_s$

Begrenzungsfläche  $S$

#### Problem:

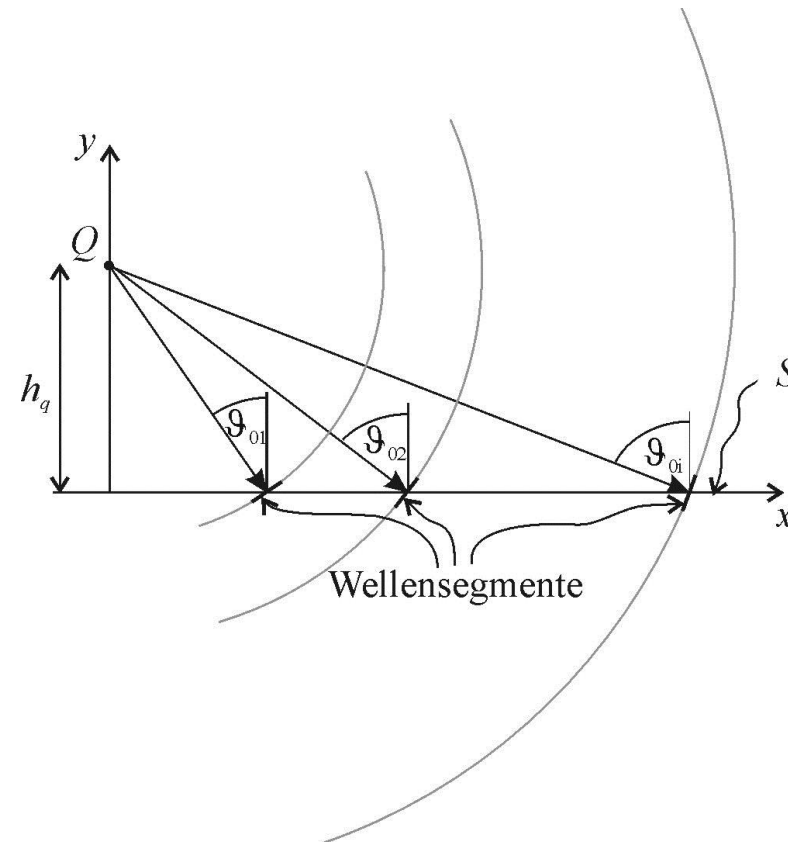
- Reflexionsfaktor  $\underline{R}_p$  der Fläche  $S$  ist nur für den Schalleinfall Ebener Wellen definiert
- die beim Spiegelquellenmodell verwendeten Schallquellen  $Q$  sind Punktstrahler
- bei der Schallausbreitung tieffrequenten Lärms und geringen Abständen der Quellen  $Q$  zur Fläche  $S$  können die eintreffenden Kugelwellen der Punktstrahler  $Q$  nicht näherungsweise als Ebene Wellen aufgefasst werden



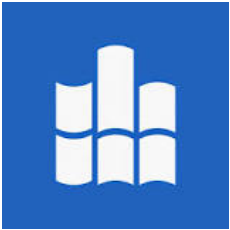


## 3.5.1 Halbraum- Luftschallfeld - tieffrequenter Lärm

### Kugelwellen

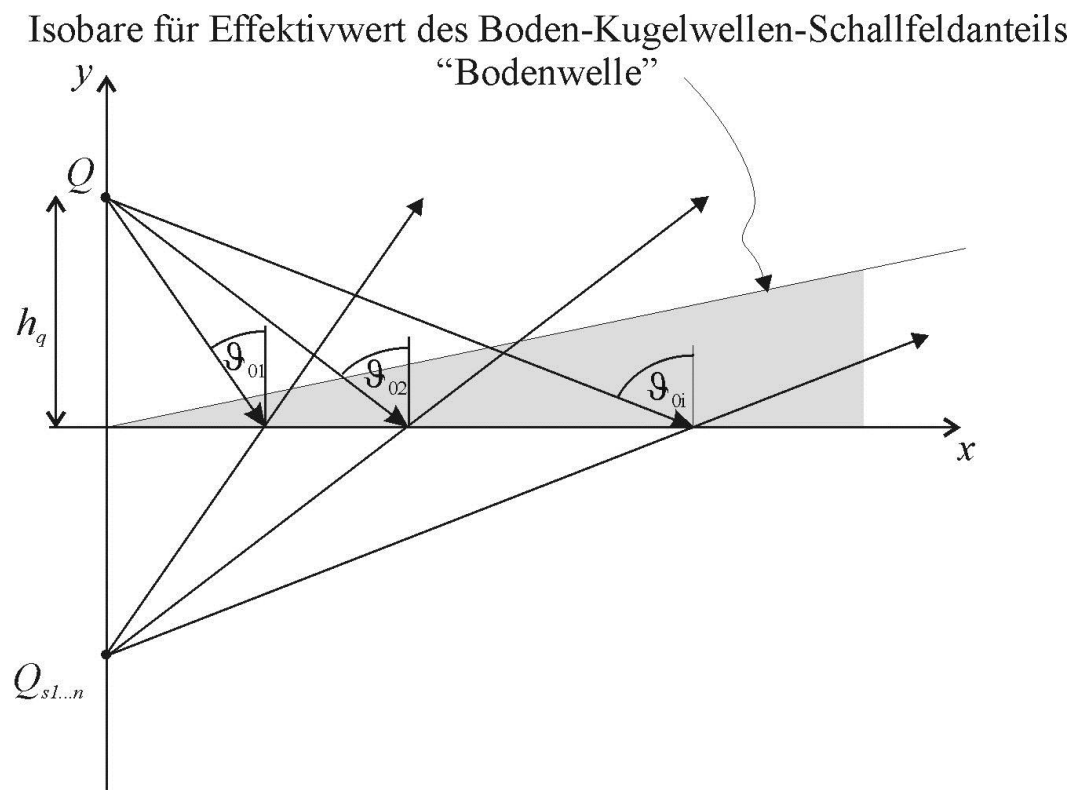


Zerlegung des Schallfeldes der Kugelwelle in Segmente  $S_e$  ebener Wellen. Darstellung der Einfallswinkel  $\vartheta_{01}$  bis  $\vartheta_{0i}$  der Wellensegmente in Abhängigkeit vom Abstand zwischen Quelle  $Q$  und Absorberebene  $S$  nach Mechel



## 3.5.1 Halbraum- Luftschallfeld - tieffrequenter Lärm

### Kugelwellen - Entstehung der Bodenwelle



Darstellung des „Boden-Kugelwellen-Schallfeldanteils“ (in der Literatur oft auch als „Bodenwelle“ bezeichnet), der bei der Modellierung des Schallfeldes von Kugelwellen über absorbierenden Flächen zusätzlich zum Spiegelquellenmodell der geometrischen Akustik entsteht.  $Q_s$  Punktschallquelle,  $Q_{s1...n}$  Multiopolquelle bestehend aus  $n$  Punktschallquellen.



## 3.5.1 Halbraum- Luftschallfeld - tieffrequenter Lärm

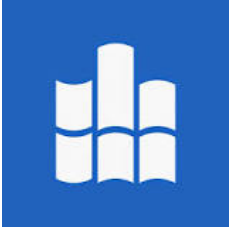
### Kugelwellen - Kugelwellenreflexionsfaktor

$$\frac{\underline{p}}{\underline{A}_0} = \frac{e^{-jkr_0}}{r_0} + [\underline{R}_p + (1 - \underline{R}_p)\underline{F}] \frac{e^{-jkr_1}}{r_1}$$

$$\underline{F} \approx 1 - i\sqrt{\pi}\underline{w}e^{-\underline{w}^2} \operatorname{erfc}(j\underline{w})$$

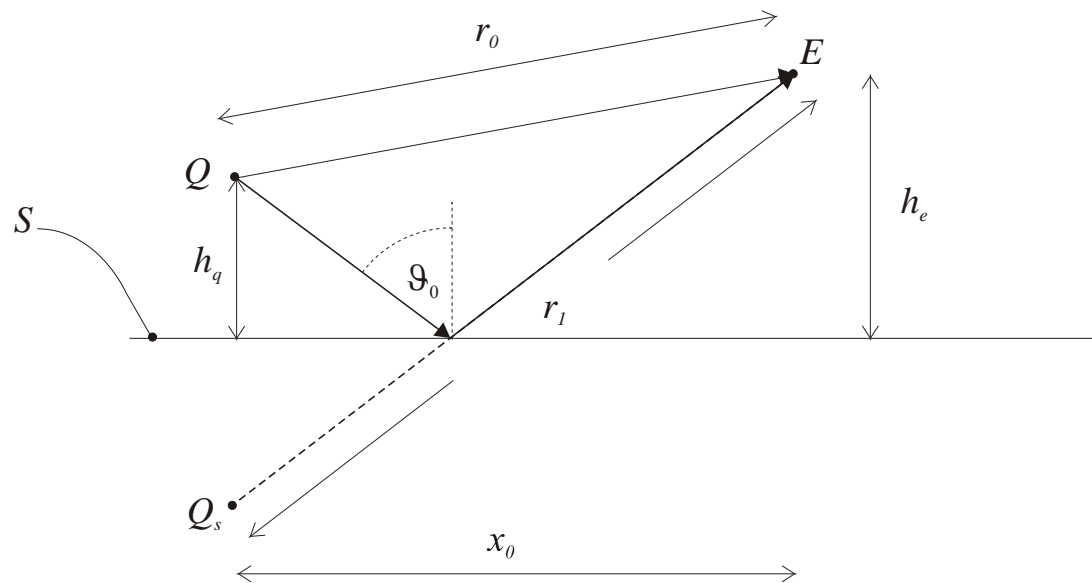
$$\underline{w} = \sqrt{-j\frac{kr_1}{2}} \left[ \cos(\vartheta_0) + \frac{Z_0}{Z_w} \right]$$

$$\operatorname{erfc} = 1 - \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty e^{-t^2} dt$$



## 3.5.1 Halbraum- Luftschallfeld - tieffrequenter Lärm

### Kugelwellen - Kugelwellenreflexionsfaktor



Randbedingungen

$$k_0 r_1 \gg 1,$$

$$|\underline{Z}_w / Z_0|^2 \gg 1,$$

$$(h_q + h_e) / x_0 \ll 1$$

$$k_0 (h_q + h_e)^2 / x_0 \ll 1.$$



## 3.5.1 Halbraum- Luftschallfeld - tieffrequenter Lärm

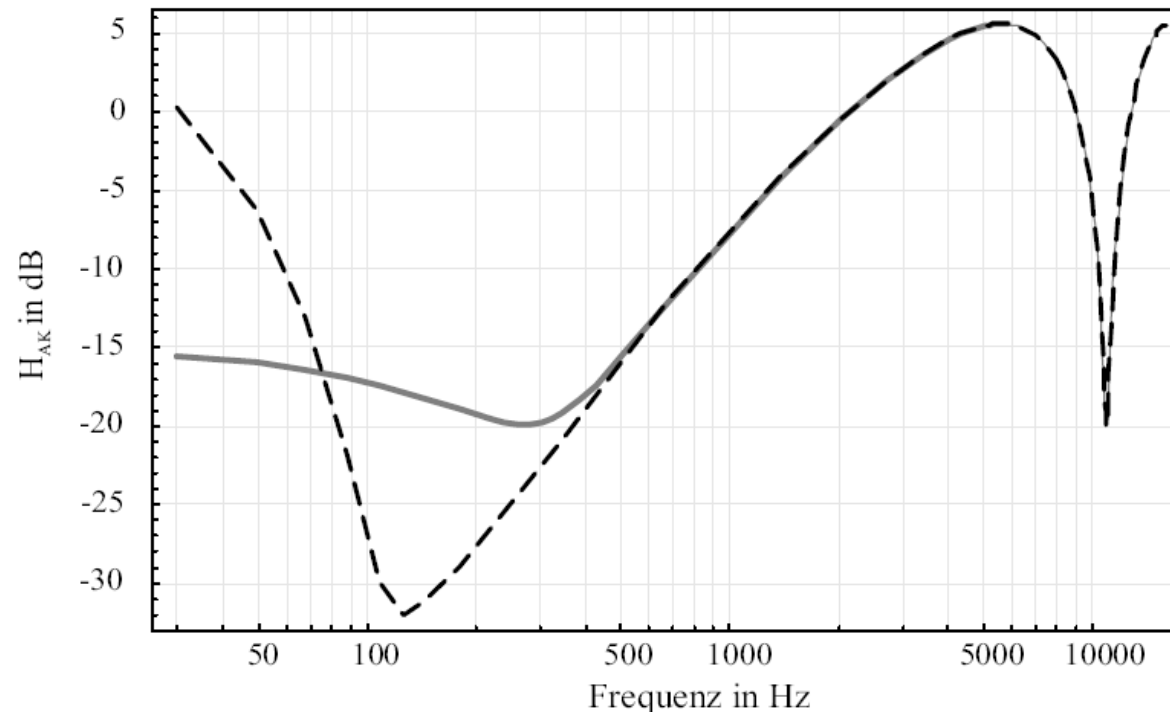
### Kugelwellen – Anwendung Schallausbreitung über OPA





## 3.5.1 Halbraum- Luftschallfeld - tieffrequenter Lärm

### Kugelwellen – Anwendung Schallausbreitung über OPA

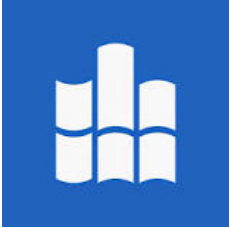


**Bild G.7.** Berechnung der Übertragungsfunktion  $H_{AK}$  Schallfeld über Absorber bezogen auf das freie Schallfeld einer Punktschallquelle Gleichung (2.64).

- unterbrochene schwarze Kurve : Schallfeld über Absorber nach Gleichung (2.99), Kugelwellenreflexionsfaktor,

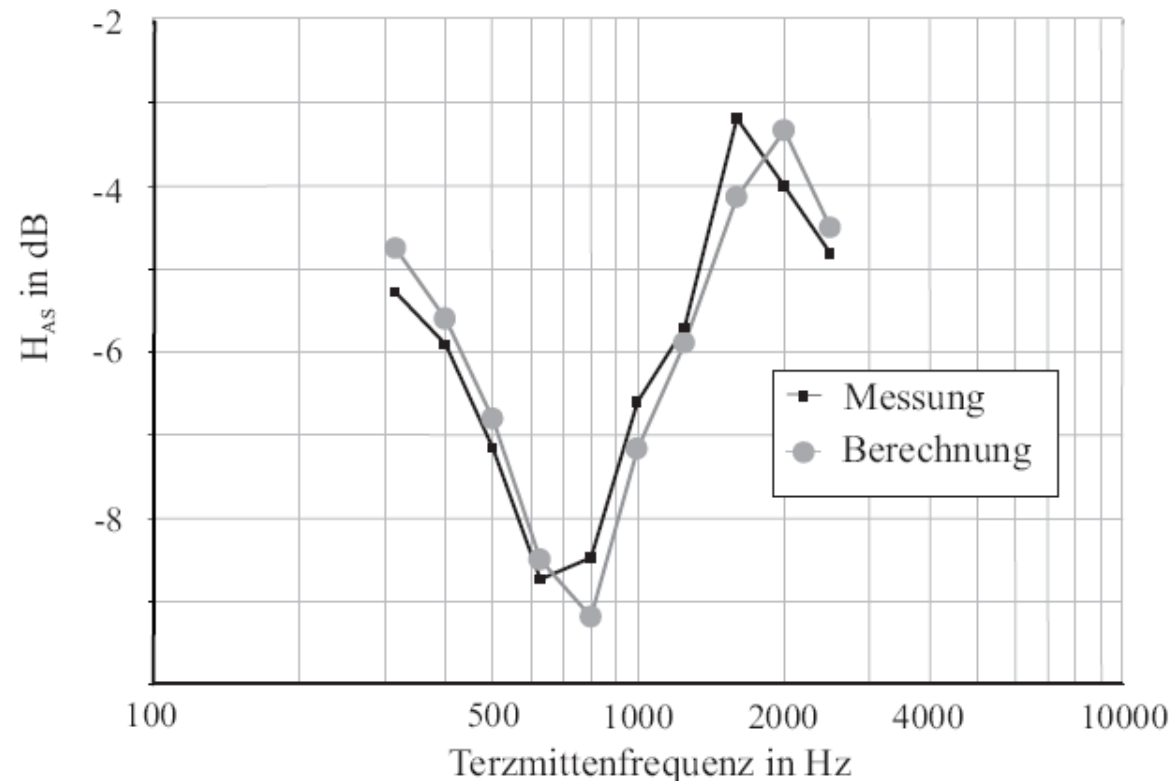
- graue Kurve: Schallfeld über Absorber nach Gleichung (2.70) und (2.71), (Reflexionsfaktor ebene Welle)

Exakte Übereinstimmung mit den Berechnungsergebnissen nach Nocke [2000], Abbildung 7; Eingabeparameter:  $h_q = h_e = 0,2\text{m}$ ,  $r_0 = 2,5\text{m}$ ,  $Z/Z_0 = 1/(0,3 - j0,5)$ .



## 3.5.1 Halbraum- Luftschallfeld - tieffrequenter Lärm

### Kugelwellen - Anwendung Schallausbreitung über OPA

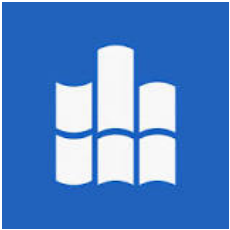


Darstellung der Übertragungsfunktion  $H_{AS}$ , Quotient des Schalldrucks  $p_A$  im Kugelwellenfeld über einer schallabsorbierenden Fahrbahn und des Schalldrucks  $p_S$  im Kugelwellenfeld über einem schallharten Referenzbelag.

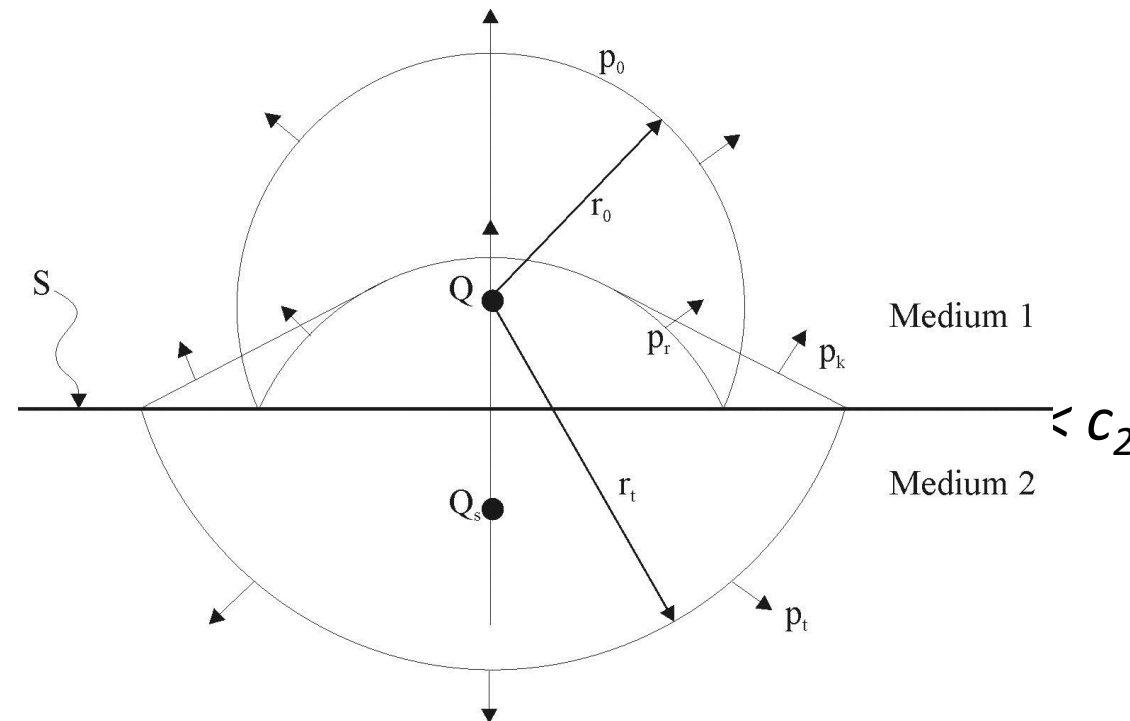
Berechnung anhand des Kugelwellenmodells, Messung über einer schallabsorbierenden und einer schallhart reflektierenden Fahrbahn, Mittelwerte der anhand einer Bohrkernentnahme gemessenen

Absorberparameter: Strömungsresistenz  $\Xi = 4100 \text{ Ns/m}^4$ , Porosität  $\sigma = 0,24$ , Tortuosität  $\tau = 4$ , Absorberdicke  $d = 0,04\text{m}$ <sub>215</sub>

Geometrie:  $r_0 = 7,5\text{m}$ ,  $h_q = 0,02\text{m}$ ,  $h_e = 1,2\text{m}$ .

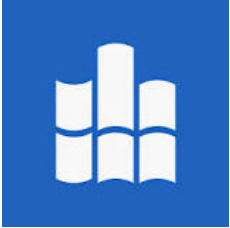


## 3.5.1 Halbraum- Luftschallfeld - weitere Wellenformen Kopfwellen

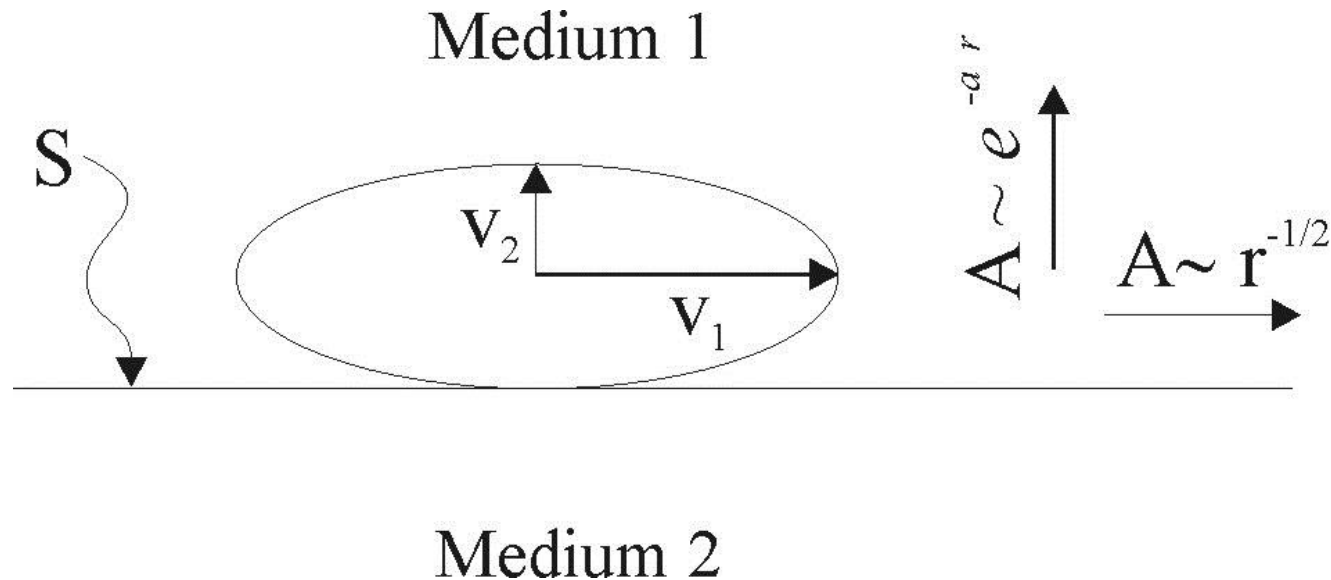


Darstellung des Schallfeldes eines Punktstrahlers zum Zeitpunkt  $t$  für impulsförmige Anregung. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen im Medium 2 ist größer als die im Medium 1.  $p_0$  Front der direkten Schallwelle,  $p_r$  Front der reflektierten Schallwelle,  $p_t$  Front der transmittierten Schallwelle,  $p_k$  Front der Kopfwelle,  $r_0$  Abstand der Front der direkten Schallwelle zur Quelle  $Q$ ,  $r_t$  Abstand der Front der transmittierten Schallwelle zur Quelle  $Q$ ,  $S$  Trennfläche zwischen Medium 1 und Medium 2.

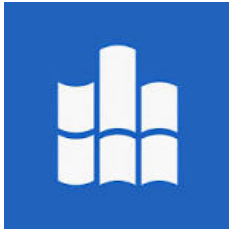




## 3.5.1 Halbraum- Luftschallfeld - weitere Wellenformen Oberflächenwellen



Darstellung der ellipsenförmigen Bewegung der schwingenden Schallteilchen in der Oberflächenwelle. Diese Bewegung wird durch die Überlagerung der horizontalen Schallfeldkomponente  $v_1$  im Medium 1 mit der vertikalen Schallfeldkomponente  $v_2$  des lokal reagierenden Medium 2 in der Nähe der Absorberebene  $S$  erzwungen. Die Schallwelle klingt in vertikaler Richtung exponentiell ( $e^{-ar}$ ) und in horizontaler Richtung mit  $p_r$  ab und gehört zur Gruppe der inhomogenen Wellen.

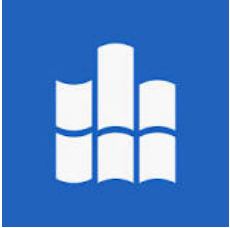


## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

### Erschütterungen im Bauwesen Berechnung nach DIN 4150-1

Spalte	1	2	3	4	5	6	7
Zeile	Einwirkungsort	$IW_u$	Tags $IW_o$	$IW_r$	$IW_u$	Nachts $IW_o$	$IW_r$
1	Einwirkungsorte, in deren Umgebung nur gewerbliche Anlagen und gegebenenfalls ausnahmsweise Wohnungen für Inhaber und Leiter der Betriebe sowie für Aufsichts- und Bereitschaftspersonen untergebracht sind (vergleiche Industriegebiete § 9 BauNVO)	0,4	6	0,2	0,3	0,6	0,15
2	Einwirkungsorte, in deren Umgebung vorwiegend gewerbliche Anlagen untergebracht sind (vergleiche Gewerbegebiete § 8 BauNVO)	0,3	6	0,15	0,2	0,4	0,1
3	Einwirkungsorte, in deren Umgebung weder vorwiegend gewerbliche Anlagen noch vorwiegend Wohnungen untergebracht sind (vergleiche Kerngebiete § 7 BauNVO, Mischgebiete § 6 BauNVO, Dorfgebiete § 5 BauNVO)	0,2	5	0,1	0,15	0,3	0,07
4	Einwirkungsorte, in deren Umgebung vorwiegend oder ausschließlich Wohnungen untergebracht sind (vergleiche reines Wohngebiet § 3 BauNVO, allgemeine Wohngebiete § 4 BauNVO, Kleinsiedlungsgebiete § 2 BauNVO)	0,15	3	0,07	0,1	0,2	0,05
5	Besonders schutzbedürftige Einwirkungsorte, z. B. in Krankenhäusern, in Kurkliniken	0,1	3	0,05	0,1	0,15	0,05
	Beurteilungsgrößen nach DIN 4150-2	$KB_{Fmax}$	$KB_{Fmax}$	$KB_{FTr}$	$KB_{Fmax}$	$KB_{Fmax}$	$KB_{FTr}$

Immissionswerte (IW) für die Beurteilung von Erschütterungsimmissionen in Wohnungen und vergleichbar genutzten Räumen



## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

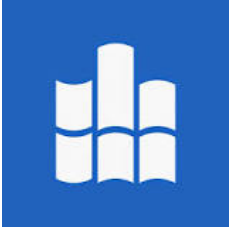
### Erschütterungen im Bauwesen Berechnung nach DIN 4150-1

**Frequenzbewertung:** Die DIN 4150 sieht eine frequenzabhängige Bewertung der Erschütterungssignale vor.:

$$|HKB(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_0 / f)^2}}$$

Grenzfrequenz des Hochpasses nach DIN 4150

$f_0 = 5,6$  Hz



## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

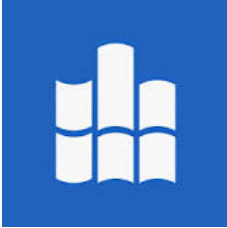
### Erschütterungen im Bauwesen Berechnung nach DIN 4150-1

**Ausbreitung im Boden:** Bei der Berechnung der Schwingungsausbreitung im Boden wird einerseits die Abnahme der Schwingungsamplitude durch geometrische Divergenz (Term  $R/R_1$ ) und andererseits die Abnahme der Schwingungsamplitude durch Dämpfung ( $\alpha$ ) berücksichtigt:

*Geometrische Divergenz:*

$$v = v_1 \left( \frac{R}{R_1} \right)^{-n} e^{-\alpha(R-R_1)}$$

$$R_1 = \frac{a}{2} + \lambda_r$$



## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

Erschütterungen im Bauwesen Berechnung  
nach DIN 4150-1

**Ausbreitung im Boden:**

$$v = v_1 \left( \frac{R}{R_1} \right)^{-n} e^{-\alpha(R-R_1)}$$

### Legende

#### Quellentyp geometrisch:

LQ Linienquelle

PQ Punktquelle

#### Quellentyp zeitlich:

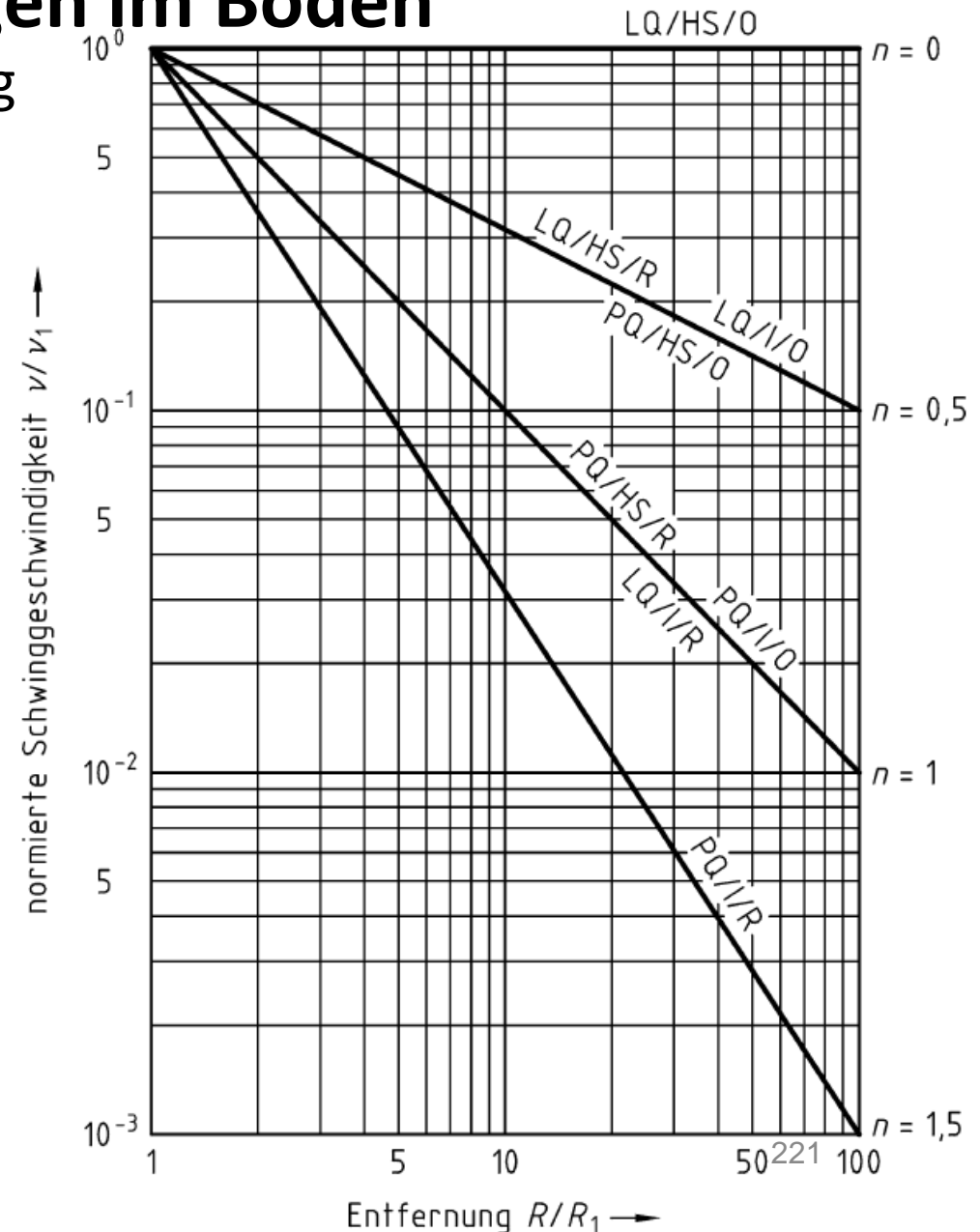
HS harmonisch/stationär

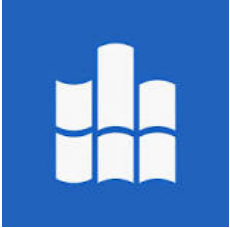
I impulsförmig

#### Wellenart:

R Raumwelle

O Oberflächenwelle





## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

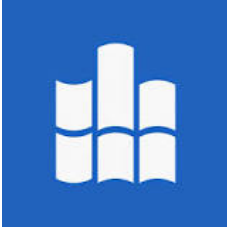
### Erschütterungen im Bauwesen Berechnung nach DIN 4150-1

#### **Ausbreitung im Boden: Dämpfung:**

In [„Baugruppendynamik“, Juli 1992] wird die Berechnung der Dämpfung auf der Basis des Dämpfungsgrades  $D$  und der Dämpfungskapazität  $\Phi$  vorgeschlagen

$$\alpha = \frac{\Psi}{2\lambda} = \frac{2\pi D}{\lambda}$$

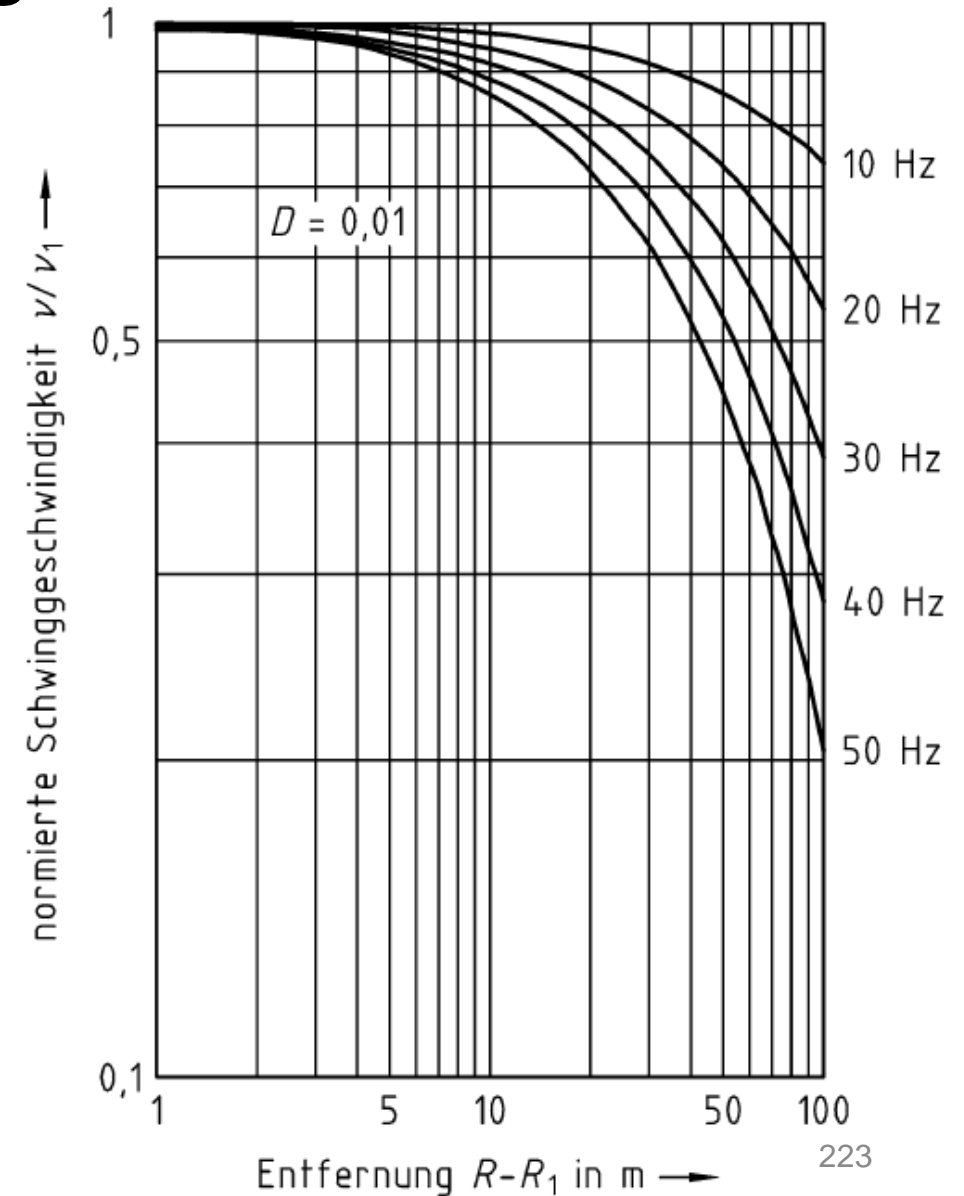
Der Dämpfungsgrad  $D$  wird an vielen Stellen in Übereinstimmung mit [„Baugruppendynamik“, Juli 1992] Bild E1-5 und der Vorgabe der DIN 4150, S.7 zur sicheren Vorhersage mit 0,01 angesetzt.



## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

Erschütterungen im Bauwesen  
Berechnung nach DIN 4150-1

Ausbreitung im Boden: *Dämpfung:*





## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

Erschütterungen im Bauwesen Berechnung nach DIN 4150-1

**Übertragungswert Boden Fundament** (Immissionsort)

- Die Resonanzfrequenz (vertikale Resonanz des Systems Boden/Fundament)

$$f_B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_B}{m_B}}$$

1- bis 2-geschossige Bauwerke:  $\approx 15$  Hz

2- bis 6-geschossige Bauwerke:  $\approx 8$  bis 12 Hz

Bauwerke mit mehr als 6 Geschossen:  $< 8$  Hz

- horizontale Eigenfrequenz mehrgeschossiger Bauwerke  $n \geq 5$  :

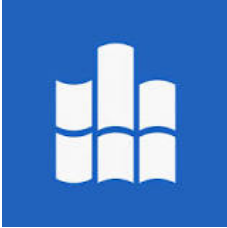
$$f_1 \approx \frac{10}{n} \text{ in Hz}$$

Dabei ist

$f_1$  die Frequenz, in Hz;

$n$  die Anzahl der Stockwerke





## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

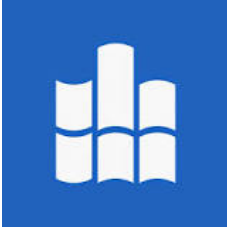
Erschütterungen im Bauwesen Berechnung nach DIN 4150-1

**Übertragungswert Boden Fundament** (Immissionsort)

- Die Resonanzfrequenz (vertikale Resonanz des Systems Boden/Fundament) für ein bis zweigeschossige Bebauung beträgt für mittlere Böden ca. 15 Hz.

$$f_B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_B}{m_B}}$$

- Bei Gebäuden mit einer größeren Anzahl an Geschossen verringert sich die Resonanzfrequenz entsprechend.
- Zur Vermeidung der Anregung dieser Resonanz sollten Maschinen oberhalb dieser Frequenz (900 U/min  $\approx$  15 Hz) betrieben werden.
- Bemerkung: Erhöhung der Frequenz führt zur Vergrößerung der Dämpfung
- Übertragungswert Boden/Fundament
  - oberhalb der Boden-Bauwerk-Eigenfrequenz  $V_F = 0,5$
  - unterhalb der Boden-Bauwerk-Eigenfrequenz  $V_F = 2$



## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

Erschütterungen im Bauwesen Berechnung nach DIN 4150-1

**Übertragungswert Fundament Gebäudedecken** (Immissionsort) unterhalb der Boden-Bauwerk-Eigenfrequenz

In [Rücker, W.: Schwingungsausbreitung im Untergrund. In: Bautechnik 66, 1989, H. 10, 1992, S. 343-350] werden Übertragungswerte zwischen Fundament und Geschossdecken angegeben. Diese Ergebnisse beruhen auf Messwerten an Holzbalken- und Betondecken. Hierbei wurden Werte für die Übertragung von bis zu 12 ermittelt. Die DIN 4150 gibt Werte für Stahlbetondecken an. Zur sicheren Beurteilung wird in Übereinstimmung mit den Angaben in DIN 4150 zur Berechnung der Übertragungswert

$$V_D = 20$$

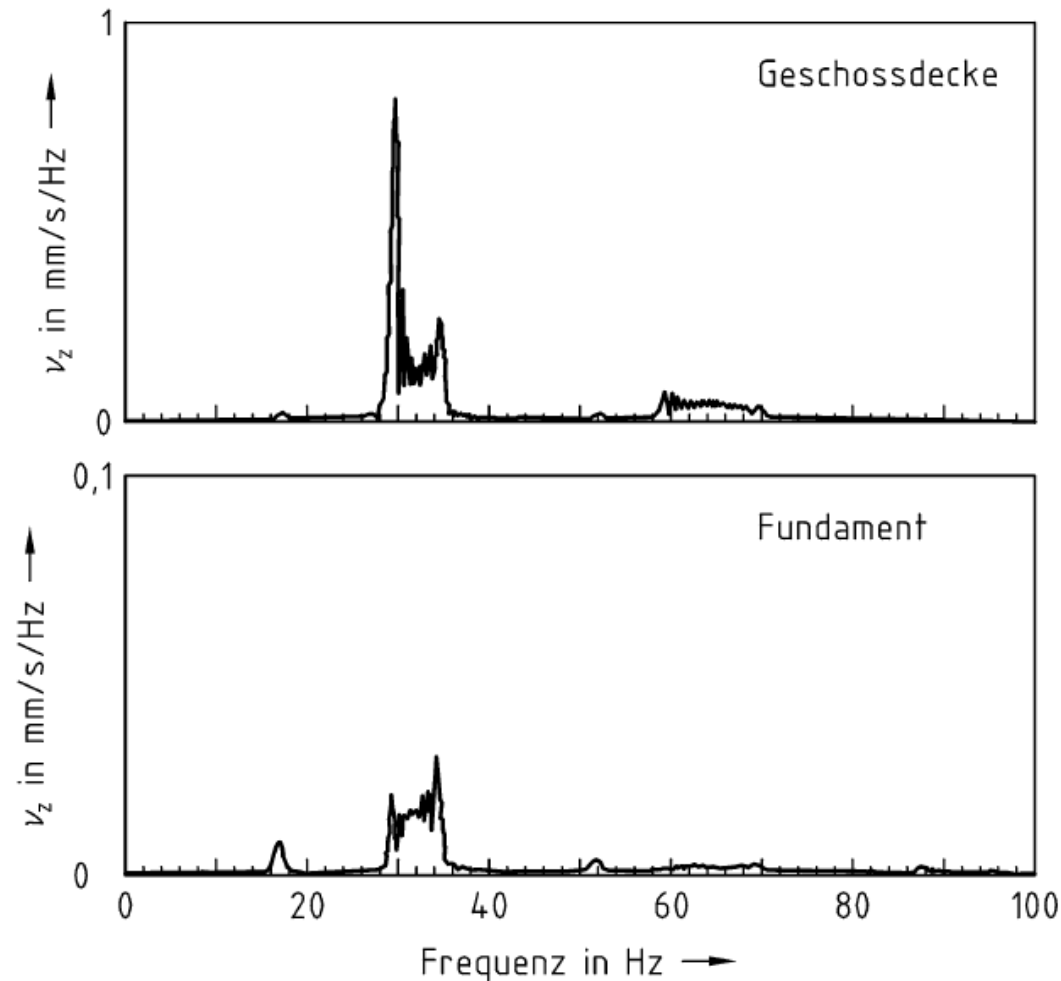
gesetzt.

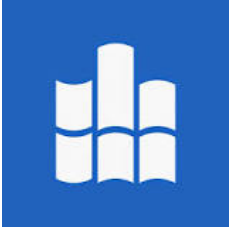


## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

Erschütterungen im Bauwesen Berechnung nach DIN 4150-1

### Resonanzeffekt

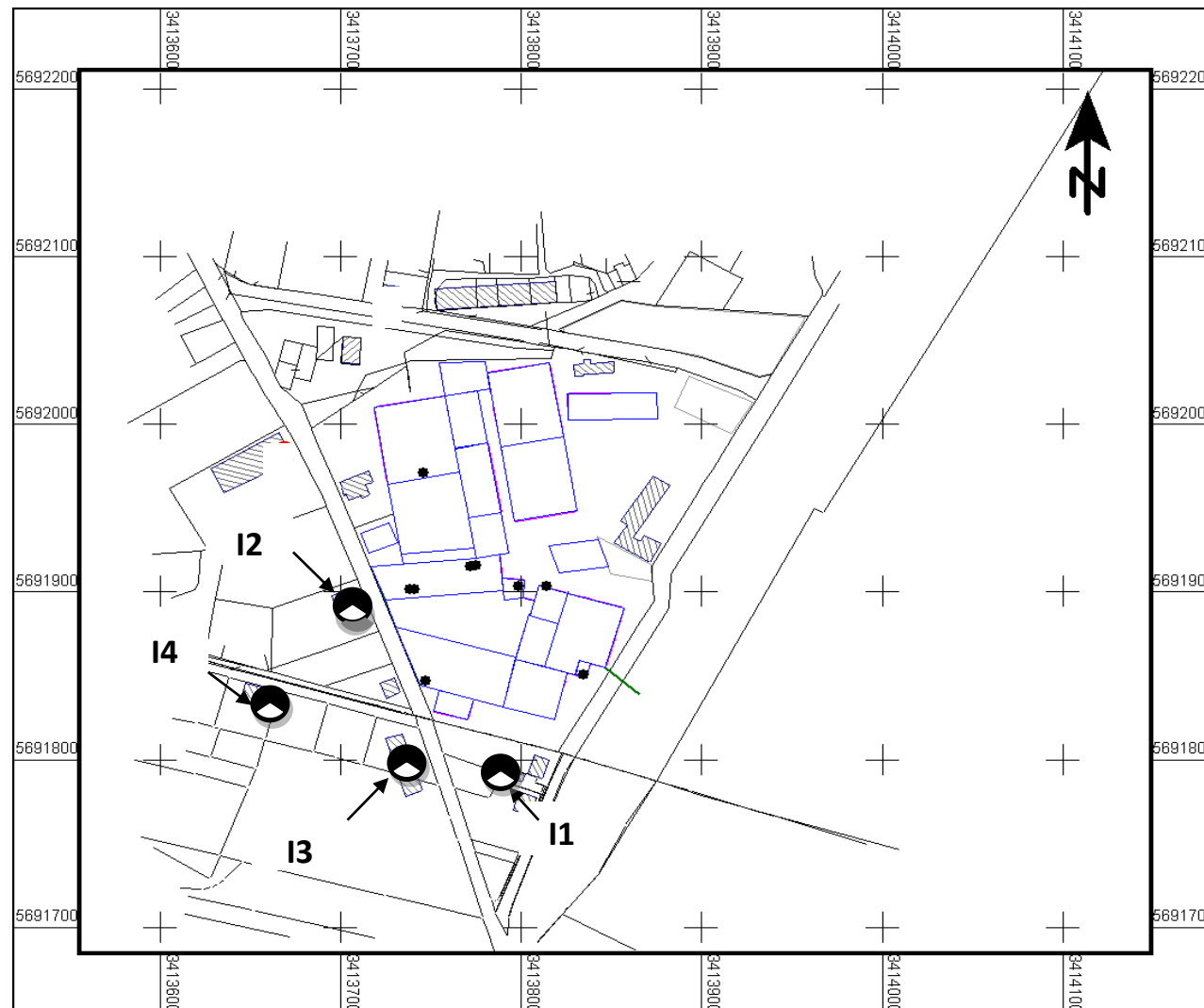




## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

Erschütterungen im Bauwesen Berechnung nach DIN 4150-1

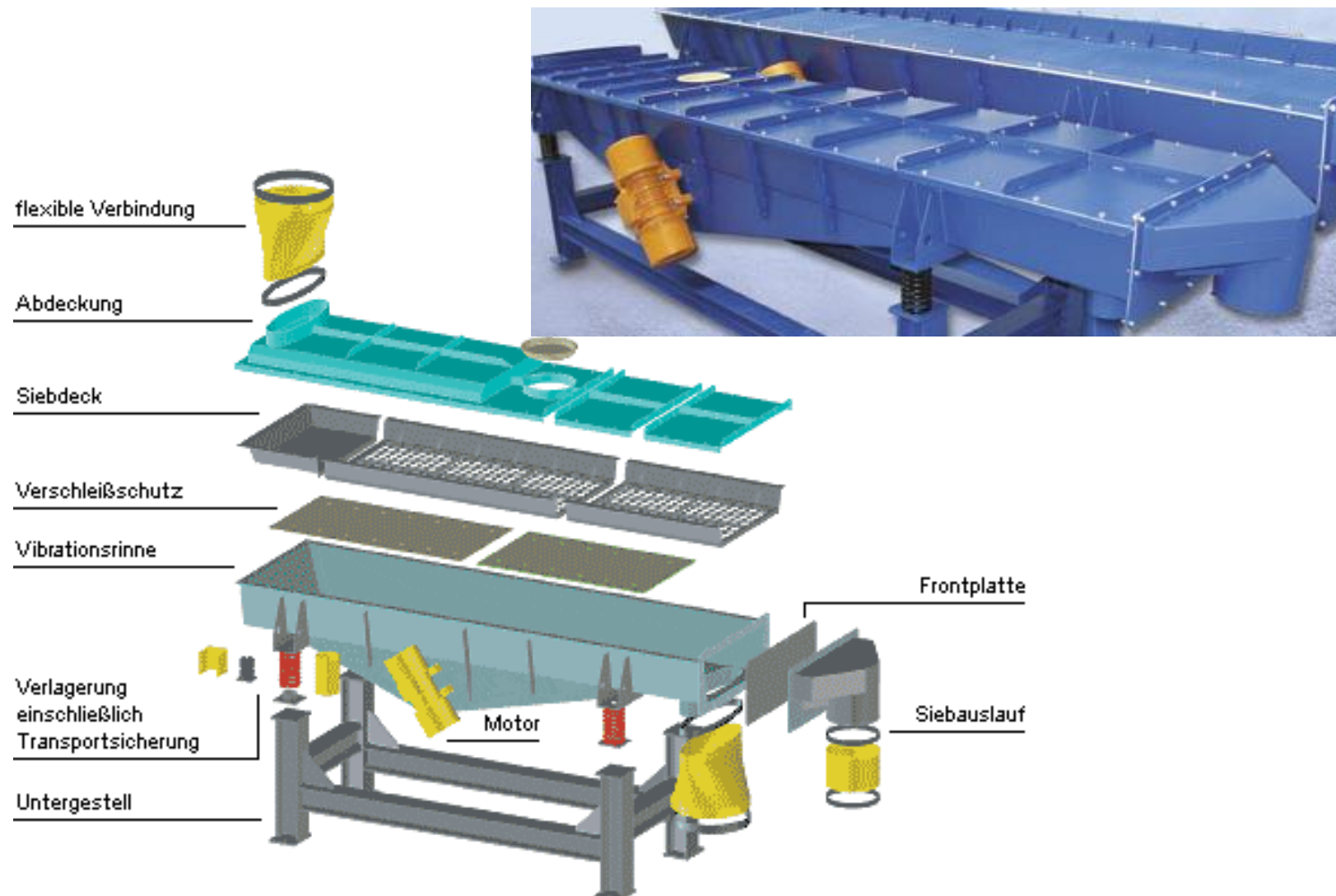
Beispiel Gießerei





## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

### Beispiel Schwingförderer

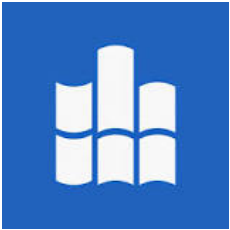




## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

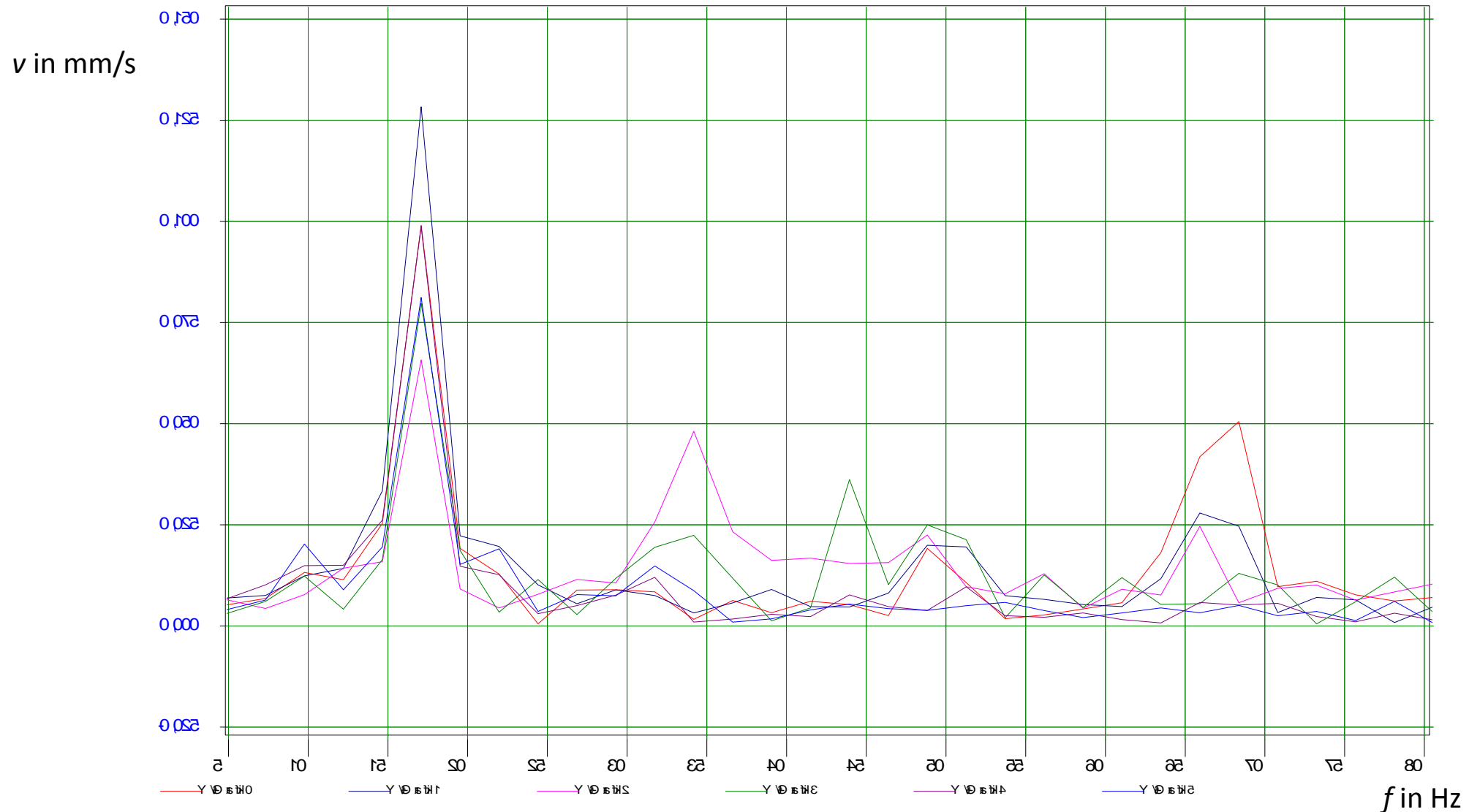
Beispiel Schwingförderer- Gußkühler

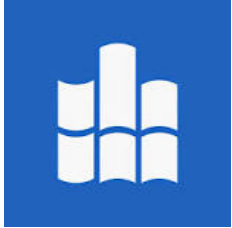




## 3.5.2 Halbraum- Erschütterungen im Boden

Beispiel Vibrationsförderer- Gußkühler - Messergebnisse





# 4 Diskrete Systeme

## 4.1 Grundlagen

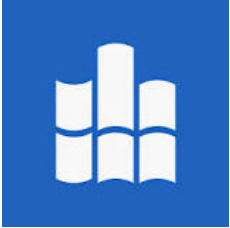
## 4.2 Schwingungsisolation mit Ein- und Zwei-Massen-Schwinger

## 4.3 Schwingungstilger

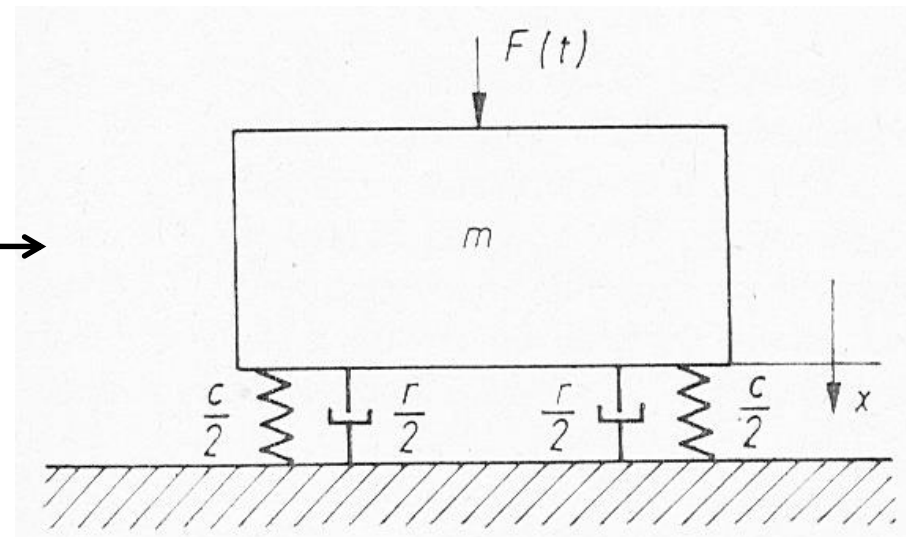
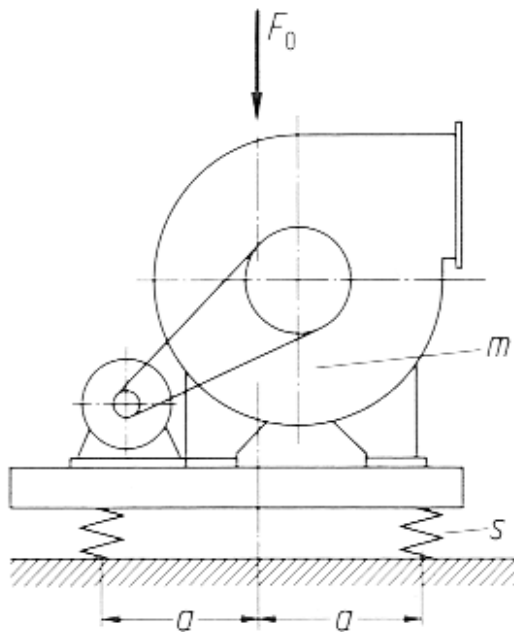
## 4.4 Torsionsschwinger

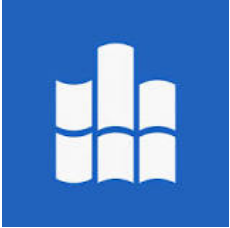
## 4.5 Blockfundament





## 4.1 Grundlagen – Diskrete Systeme





## 4.1.1 Grundlagen – Modellvoraussetzungen

für harmonische Anregung

$$2\pi f_{\max} \ll \omega_{01}$$

$f_{\max}$  = höchste Erregerfrequenz, die noch einen bedeutenden Beitrag zum Fourier-Spektrum leistet

$\omega_{01}$  = niedrigste Eigenfrequenz des Systems

für instationäre Anregung (Anfahr-, Brems-, Verzögerungsvorgänge)

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_{01}} \ll t_a$$

$T_1$  = höchste Schwingungsperiode des Systems

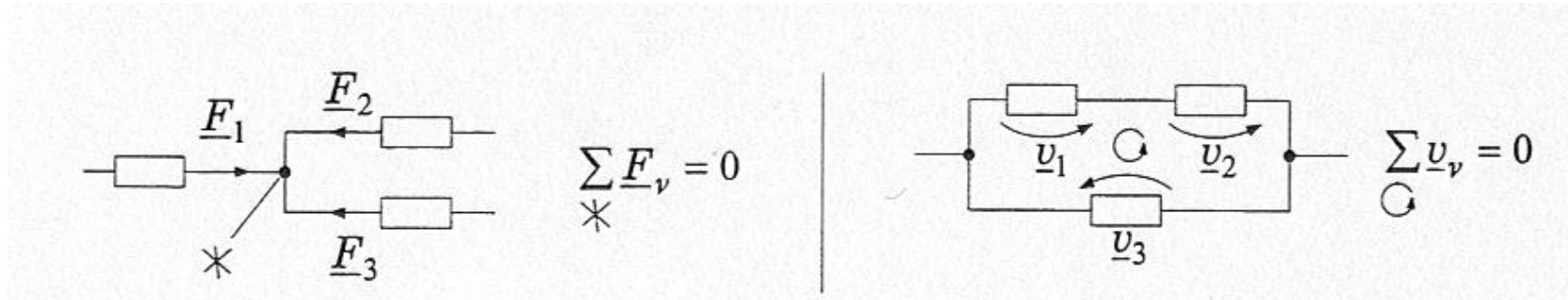
$\omega_{01}$  = niedrigste Eigenfrequenz des Systems

$t_a$  = Anlaufzeit der einwirkenden Kraft



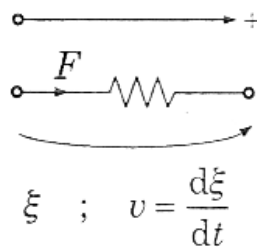
## 4.1.1 Grundlagen – Modellvoraussetzungen

### Gültigkeit Knoten- und Maschensatz



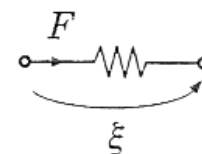
### Def. der Feldgrößen

#### Netzwerkkoordinaten

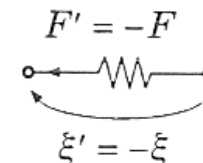


#### Vereinbarung:

- Ausschlags- (Geschwindigkeits)pfeil hat die Richtung der Koordinatenachse, wenn eine Verkürzung vorliegt.
- Kraftpfeil hat die Richtung der Koordinatenachse, wenn in den Verbindungsstangen ein Druckzustand vorliegt.



Verkürzung, Druck



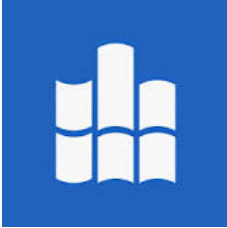
Verlängerung, Zug



# 4.1.1 Grundlagen

## – mech. Bauelemente

	Realisierungsbeispiel	Dimensionierungs- oder Messvorschrift	Netzwerkelement
Feder	<p>Federstab</p>	<p>Nachgiebigkeit</p> $n = \frac{l}{E \cdot S}$	<p>bzw.</p> $\underline{v} = j\omega n \cdot \underline{F}$
Reibung	<p>Dämpfer</p>	<p>Reibungsadmittanz</p> $h = \frac{d(x_1 - x_2)}{dt} \cdot F$	<p>bzw.</p> $v = h \cdot F$
Masse	<p>Massestück</p>	<p>Masse</p> $m = \rho \cdot l \cdot S$	<p>bzw.</p> $\underline{v} = \frac{1}{j\omega m} \cdot \underline{F}$



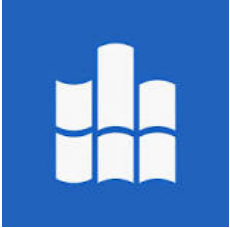
# 4.1.1 Grundlagen

## – Analogien

Zuordnung zwischen Koordinaten bzw. Bauelementen				
Spannung	$\underline{u}$		$\underline{v}$	Geschwindigkeit
Strom	$\underline{i}$		$\underline{F}$	Kraft
Induktivität	$L$		$n$	Nachgiebigkeit
Kapazität	$C$		$m$	Masse
Widerstand	$R$		$h$	Reibungsadmittanz
Leitwert	$G$		$r = \frac{1}{h}$	Reibungsimpedanz
Transformator	$\ddot{u} = \frac{w_1}{w_2}$		$\ddot{u} = \frac{l_1}{l_2}$	Hebel

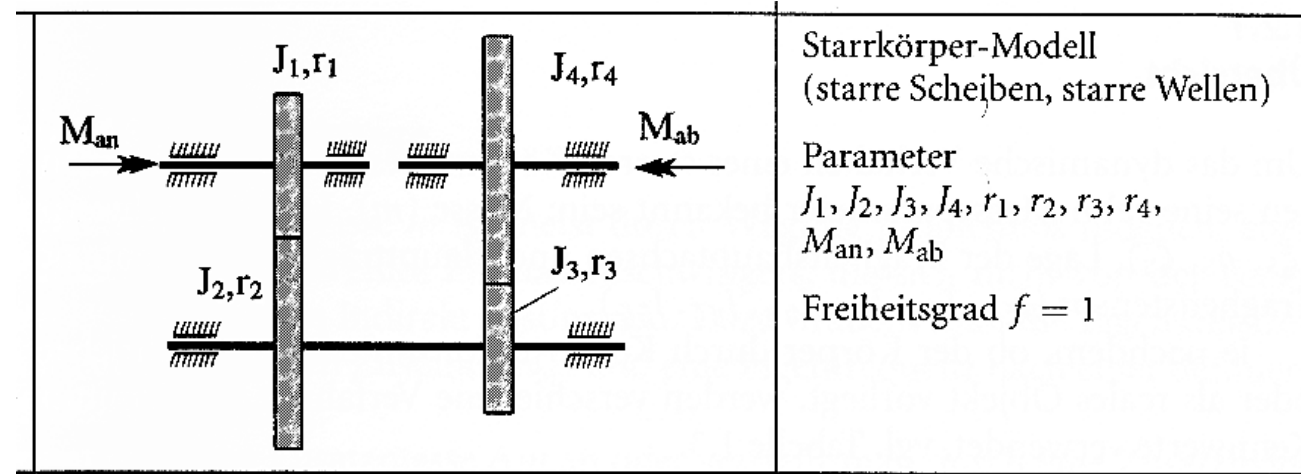
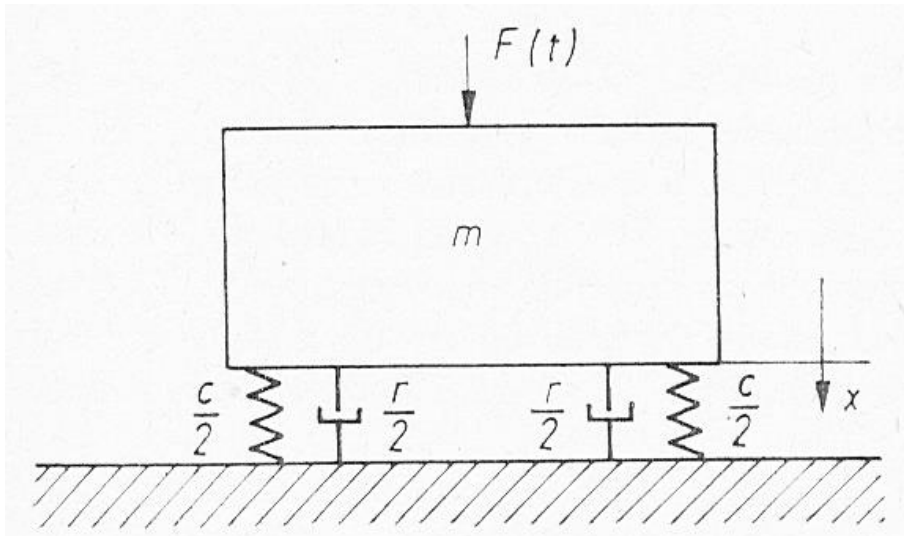
  

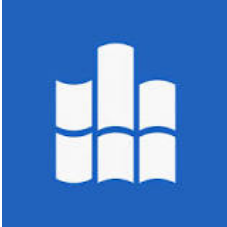
	$\underline{u} = j\omega L \underline{i}$	$\underline{v} = j\omega n \underline{F}$		
	$\underline{u} = \frac{1}{j\omega C} \underline{i}$	$\underline{v} = \frac{1}{j\omega m} \underline{F}$		
	$\underline{u} = R \underline{i}$	$\underline{v} = h \underline{F}$		
Knoten der Schaltungsstruktur	$\sum_{*} \underline{i}_v = 0$	$\sum_{*} \underline{F}_v = 0$	Knoten des mechan. Schemas	
Masche der Schaltungsstruktur	$\sum_{\bigcirc} \underline{u}_v = 0$	$\sum_{\bigcirc} \underline{v}_v = 0$	Masche des mechan. Schemas	



## 4.1.1 Grundlagen – Modellvoraussetzungen

### Berechnung translatorischer und rotatorischer Netzwerke





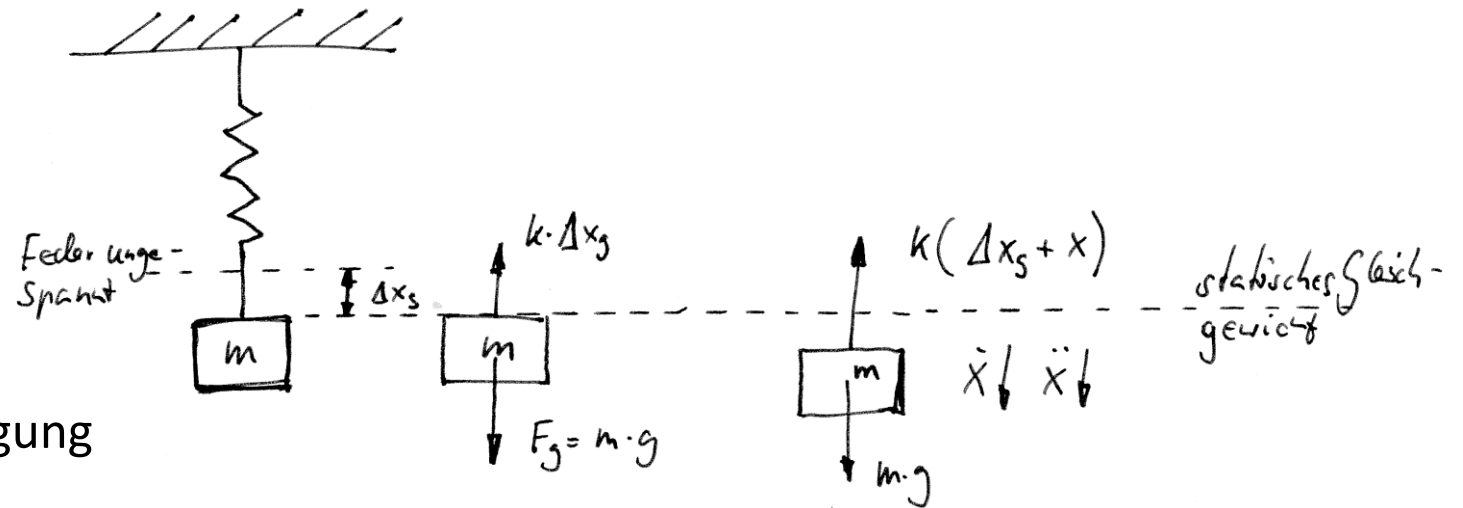
# 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen

## Linearer ungedämpfter Schwinger - freie Schwingung

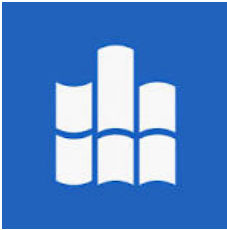
$$m\ddot{x} + kx = 0$$

Bsp.: Harmonische Schwingung

$$\omega_0^2 := \sqrt{\frac{k}{m}}$$

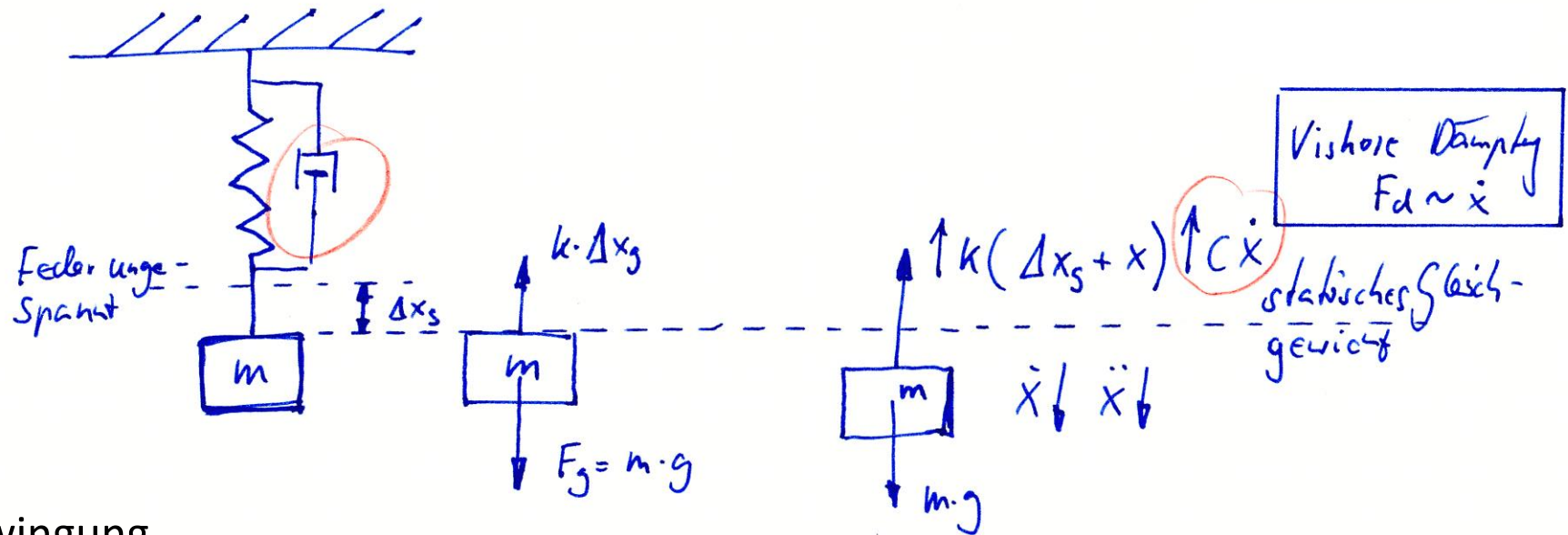


$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{15,76}{\sqrt{\Delta x_g}}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th>Größe</th> <th>Einheit</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>f_0</math></td> <td>Hz</td> </tr> <tr> <td><math>\Delta x_g</math></td> <td>mm</td> </tr> </tbody> </table>	Größe	Einheit	$f_0$	Hz	$\Delta x_g$	mm
Größe	Einheit						
$f_0$	Hz						
$\Delta x_g$	mm						



## 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen

### Linearer gedämpfter Schwinger - freie Schwingung



Harmonische Schwingung

mit

$$\omega_0 := \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\delta := \frac{c}{2m}$$

Abklingkoeffizient

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung



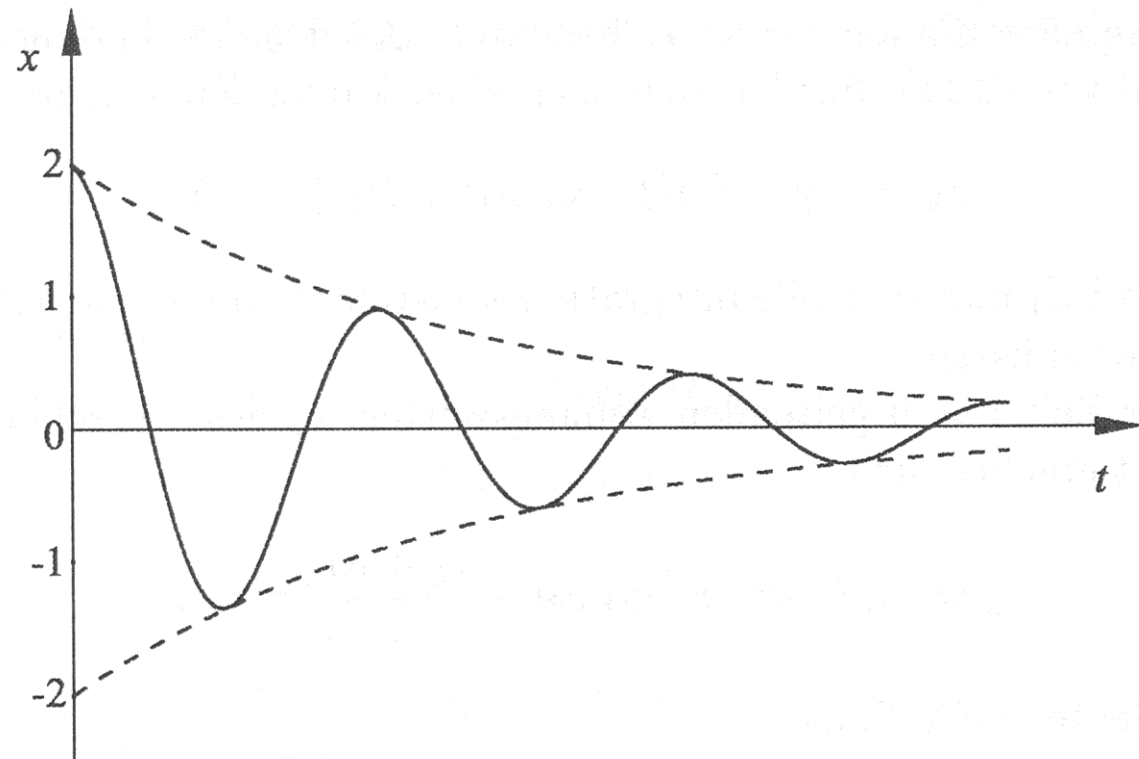


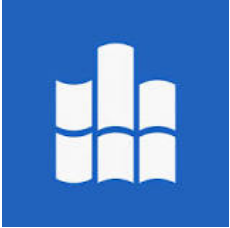
## 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen

### Linearer gedämpfter Schwinger - freie Schwingung

$$\omega_D := \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$x(t) = x e^{-\delta t} \sin(\omega_D t + \varphi)$$





# 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen

## Linearer gedämpfter Schwinger - freie Schwingung

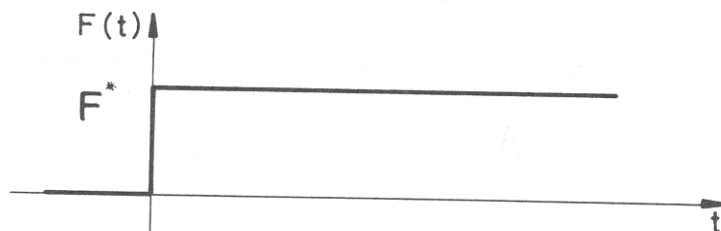
Einmassenschwinger

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F(t)}{m}$$

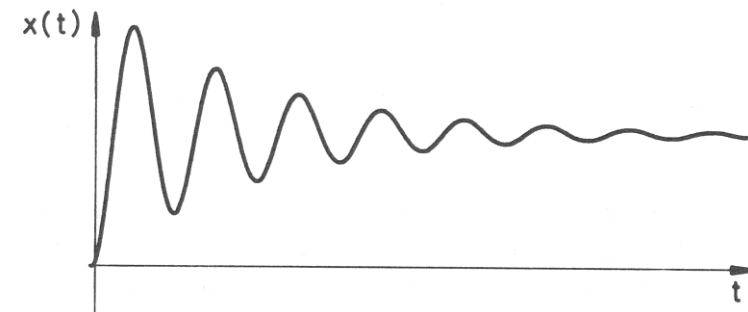
inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung

Bsp.: transiente Schwingung

Anregung



Antwort





# 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen

## Linearer gedämpfter Schwinger - freie Schwingung

Einmassenschwinger

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F(t)}{m}$$

inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung

Bsp.: Harmonische Schwingung

$$\underline{x} = \underline{\hat{x}} e^{j\omega t}$$
$$\kappa = \frac{\omega}{\omega_0}$$
$$\xi = \frac{\delta}{\omega_0}$$

Anregung

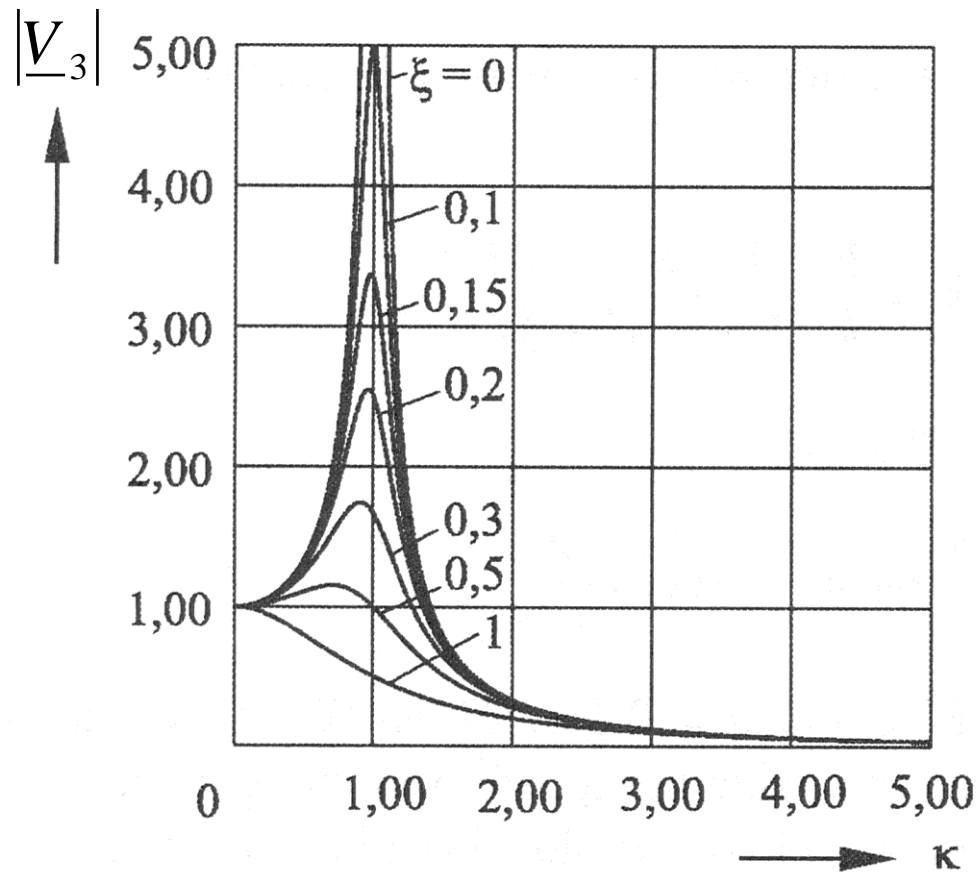
normierte Erregerkreisfrequenz

Dämpfungsgrad



# 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen Linearer Schwinger – erzwungene Schwingung

Einmassenschwinger



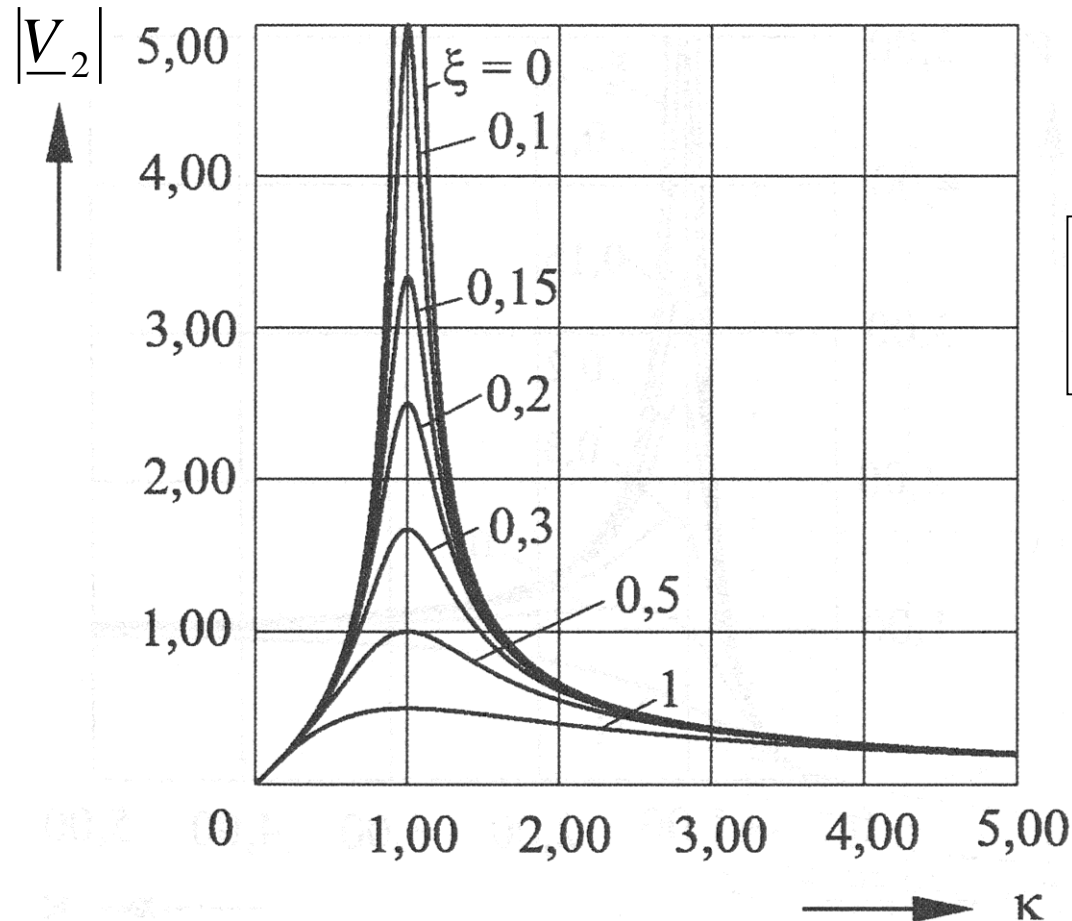
Vergrößerungsfunktion des Schwingweges

$$\underline{V}_3(\kappa) := \frac{1}{1 - \kappa^2 + j2\xi\kappa} = \frac{\underline{x}\kappa}{\underline{F}}$$



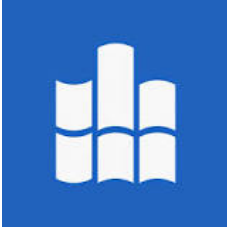
# 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen Linearer Schwinger – erzwungene Schwingung

Einmassenschwinger



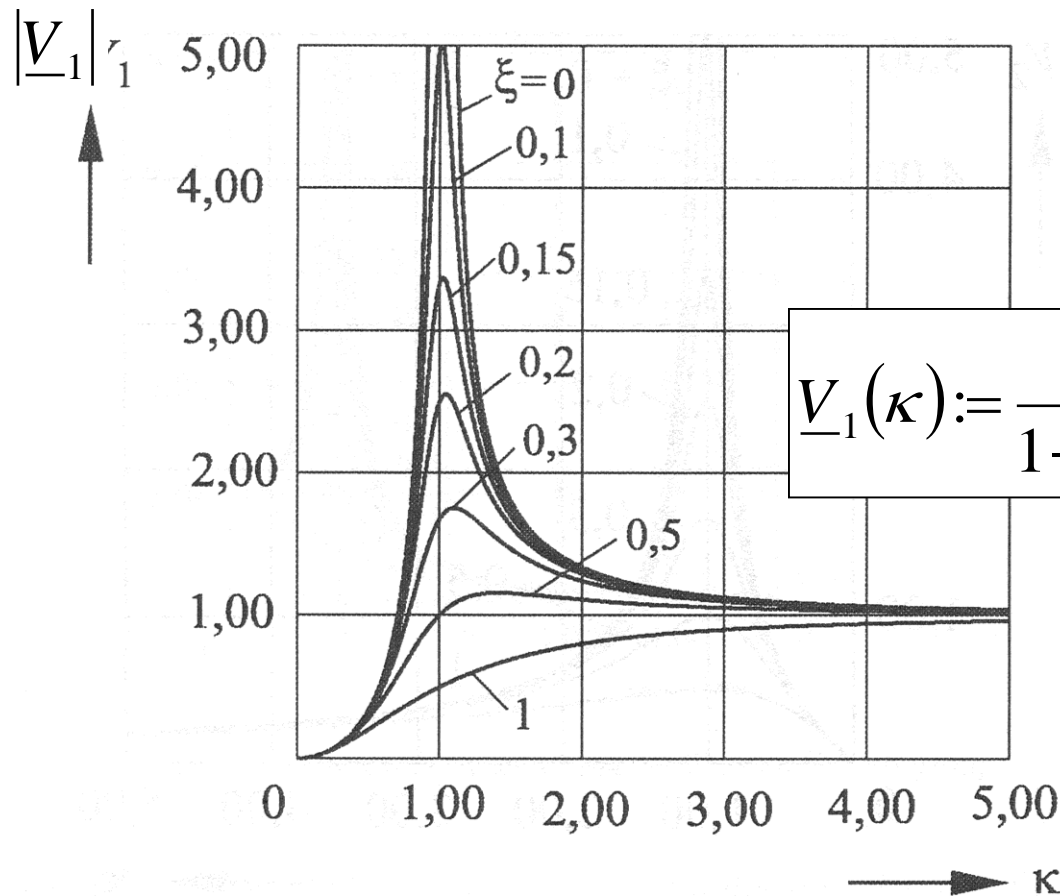
Vergrößerungsfunktion der Schwingschnelle

$$\underline{V}_2(\kappa) := \frac{j\kappa}{1 - \kappa^2 + j2\xi\kappa} = j\kappa \underline{V}_3(\kappa) = j\kappa \frac{x\kappa}{F}$$



# 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen

## Linearer Schwinger – erzwungene Schwingung

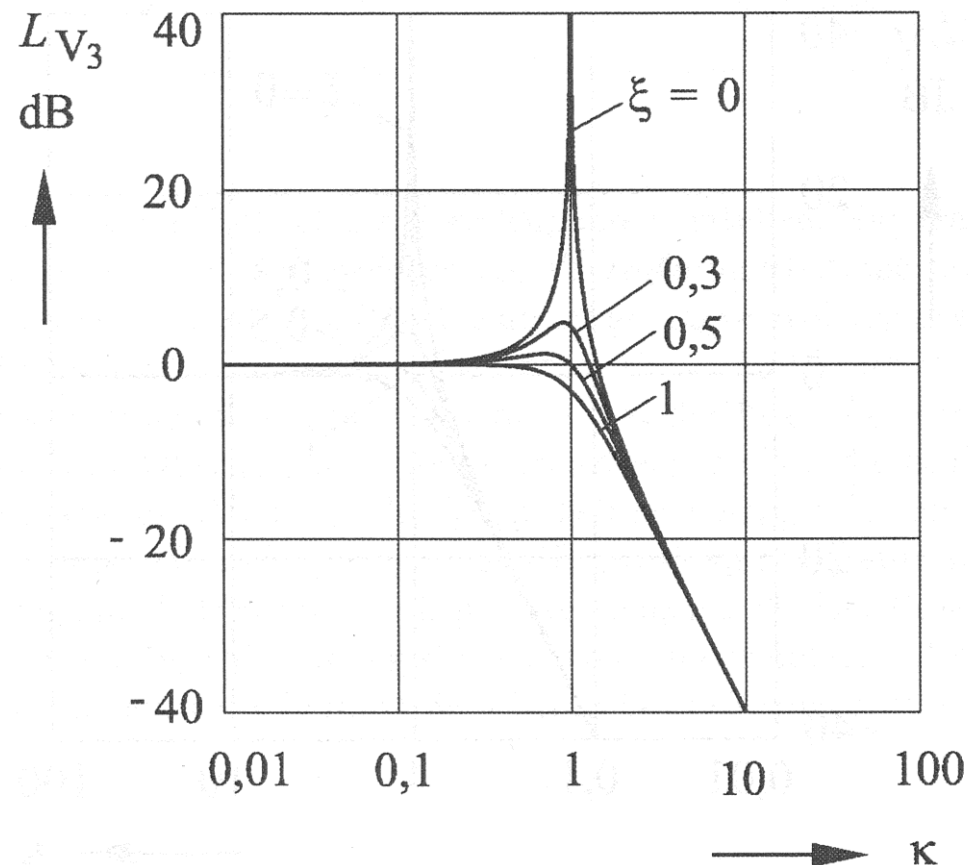


Vergrößerungsfunktion der  
Schwingbeschleunigung

$$\underline{V}_1(\kappa) := \frac{-\kappa^2}{1 - \kappa^2 + j2\xi\kappa} = j\kappa \underline{V}_2(\kappa) = -\kappa^2 \underline{V}_3(\kappa) = -\kappa^2 \frac{x\kappa}{\underline{F}}$$



## 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen Linearer Schwinger – erzwungene Schwingung



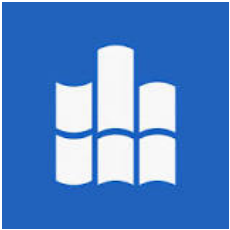
Pegel des Vergrößerungsbetrages des Schwingweges

– Resonanzfrequenz abhängig vom Dämpfungsgrad  $\xi$

für  $\xi > 0$   $\kappa_{Resonanz} < 1$

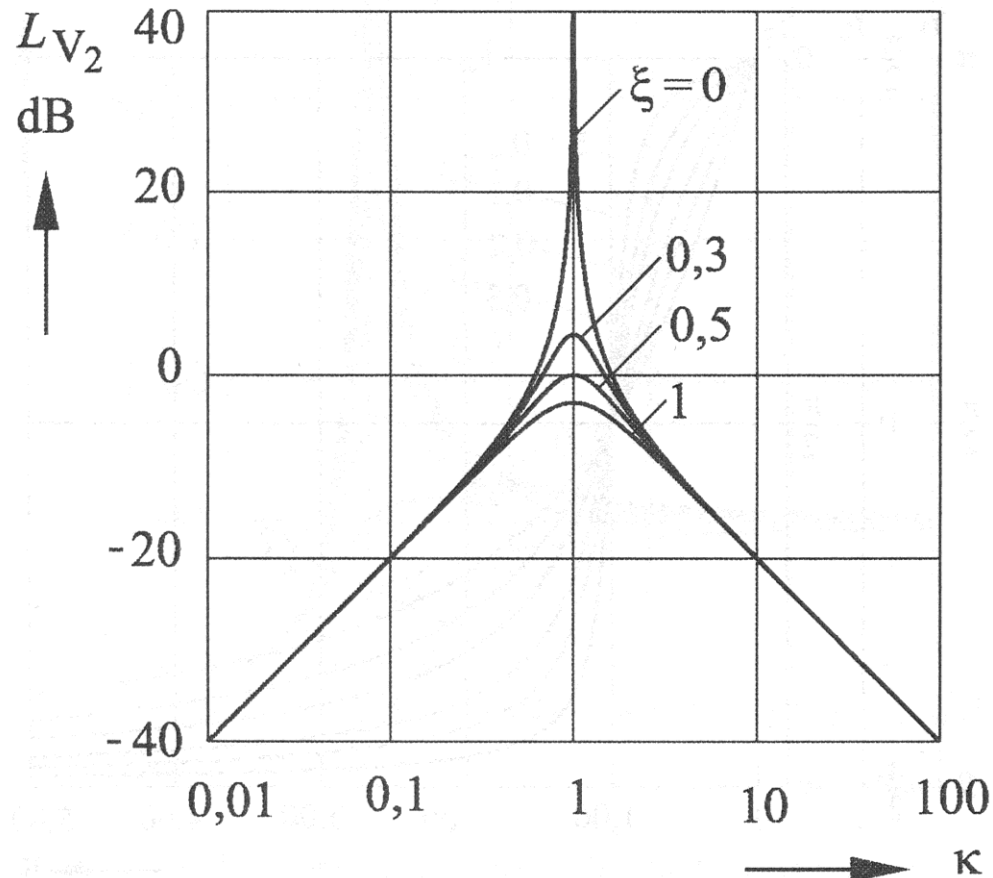
– für  $\kappa < \kappa_u$   $L_{V_3} \sim 0\text{dB/Dekade}$

– für  $\kappa > \kappa_o$   $L_{V_3} \sim -40\text{dB/Dekade}$



# 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen Linearer Schwinger – erzwungene Schwingung

## Einmassenschwinger



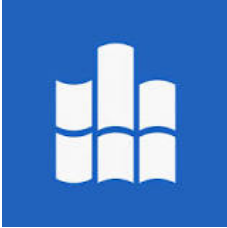
Pegel des Vergrößerungsbetrages der Schwingschnelle

– Resonanzfrequenz unabhängig vom Dämpfungsgrad bei  $\xi = 1$ ;  $\omega = \omega_0$

– für  $\kappa < \kappa_u$   $L_{V_3} \sim +20\text{dB/Dek}$

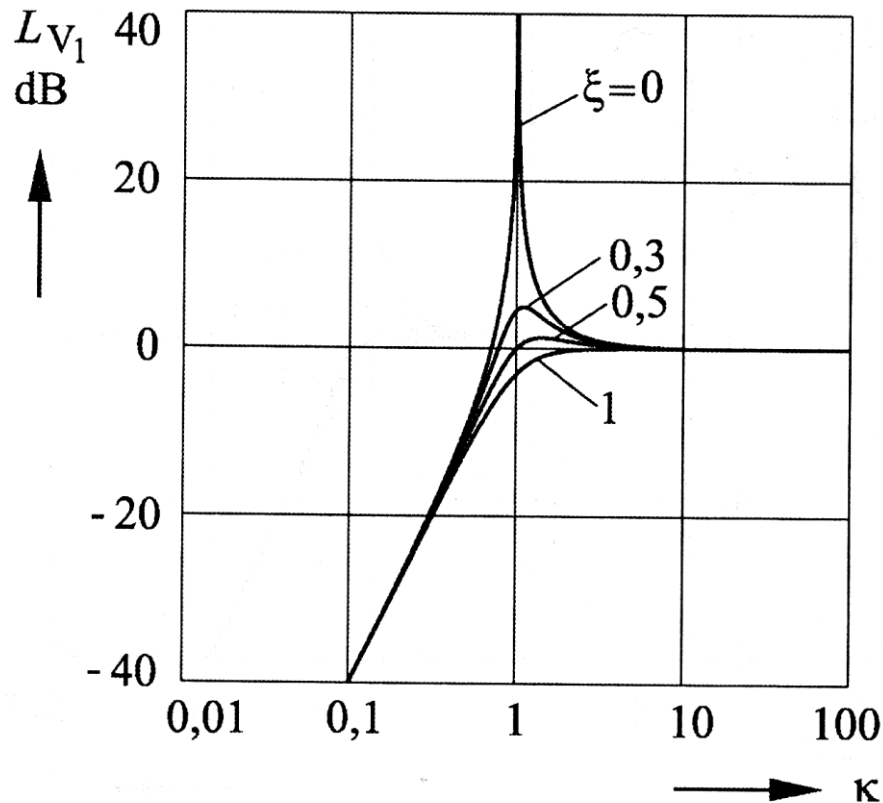
– für  $\kappa > \kappa_o$   $L_{V_3} \sim -20\text{dB/Dek}$





# 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen Linearer Schwinger – erzwungene Schwingung

Einmassenschwinger



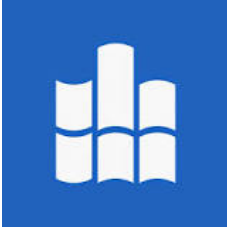
Pegel des Vergrößerungsbetrages der Schwingbeschleunigung

– Resonanzfrequenz abhängig vom Dämpfungsgrad  $\xi$

für  $\xi > 0$   $\kappa_{Resonanz} > 1$

– für  $\kappa < \kappa_u$   $L_{V_3} \sim +40\text{dB/Dekade}$

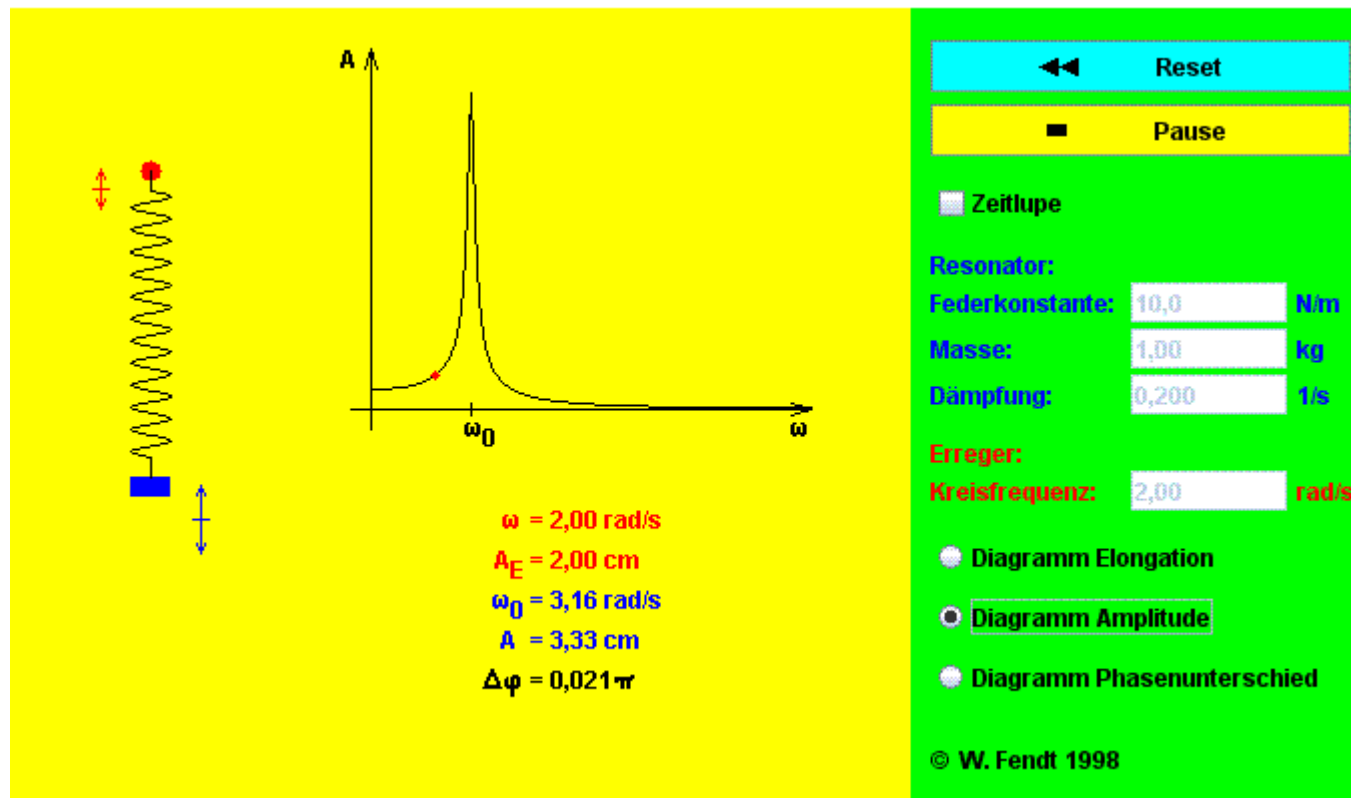
– für  $\kappa > \kappa_o$   $L_{V_3} \sim 0\text{dB/Dekade}$

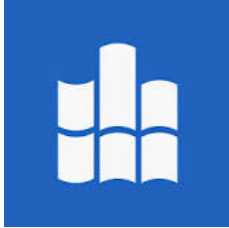


# 4.1.1 Freie und erzwungene Schwingungen

## Linearer Schwinger – erzwungene Schwingung

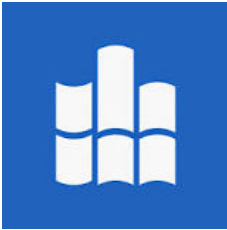
<http://www.walter-fendt.de/ph14d/resonanz.htm>





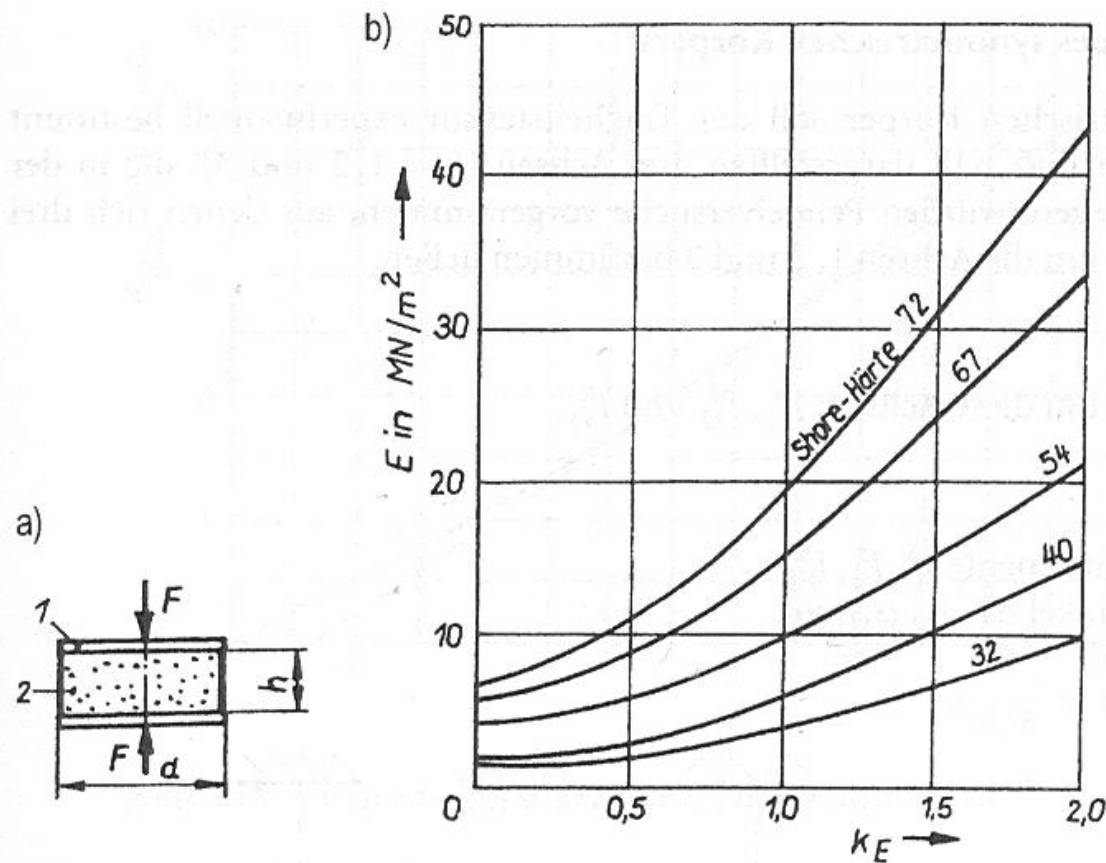
## 4.1.2 Grundlagen Federsteifigkeit

Maschinenelement/ Baugruppe	Federkonstante $c$ in N/mm=kN/m	abhängig von
Baugrund	$(0,2 \dots 1,4) \cdot 10^5 (A/m^2)$	Bodenart, Stützfläche $A$
	$(0,2 \dots 1,4) \cdot 10^7$	z.B. $A = 100 \text{ m}^2$
Gewinde	$(1,5 \dots 2) \cdot 10^5 (d/mm)$	Nenndurchmesser $d$
	$(1,5 \dots 2) \cdot 10^6$	z.B. M10, $d = 10 \text{ mm}$
Zahnsteifigkeit von Stahlzahnradern	$(1 \dots 2) \cdot 10^4 (b/mm)$	Zahnbreite $b$
	$(3 \dots 6) \cdot 10^5$	z.B. $b = 30 \text{ mm}$
Kugellager – radial	$(5 \dots 10) \cdot 10^3 (d/mm)$	Innendurchmesser $d$
	$(2,5 \dots 5) \cdot 10^5$	z.B. $d = 50 \text{ mm}$ Vorspannung, Wälzkörperzahl
Stahl-Zugstab	$1,6 \cdot 10^4$	$c = EA/l$ ; z.B.: $l = 1 \text{ m}, d = 10 \text{ mm}$
Pufferfeder einer Kranbahn	$(0,1 \dots 1) \cdot 10^4$	Abmessungen
Rundstahlketten	600 ... 3700	z.B. 1 m Länge
Stahlfedern für Maschinenfundamente	$(30 \dots 60) \cdot (F/kN)$	Bauform, statische Belastung $F$
	600 ... 1200	z.B. $F = 20 \text{ kN}$
Pkw-Reifen	80 ... 160	Konstruktion, Luft- druck, Fahrgeschw.
Auslegerspitze Turmkran (vertikal)	40 ... 400	Bauhöhe, Auslegerlänge
Federbein Motorrad	10 ... 20	Federtyp
Stahl-Biegebalken (Endpunkt d. Kragträgers)	0,3	$c = 3EI/l^3$ ; z.B.: $l = 1 \text{ m}, d = 10 \text{ mm}$
	<b>Torsionsfederkonstante <math>c_T</math> in Nm/rad <math>\hat{=} \text{Nm}</math></b>	
Stahlblock (Halbraumtheorie) kreisförmige Einspannstelle	$3,1 \cdot 10^2 (r^3/mm^3)$	Radius $r$ in mm
	$3,1 \cdot 10^5$	z.B. $r = 10 \text{ mm}$
Stahl-Kupplungen	$(0,1 \dots 2,5) \cdot 10^5$	Durchmesser
Gummifeder-Kupplungen	1000 ... 6000	Bauart, Belastung
Stahl-Torsionsstab	80	$c_T = GI_p/l$ ; z.B.: $l = 1 \text{ m}, d = 10 \text{ mm}$

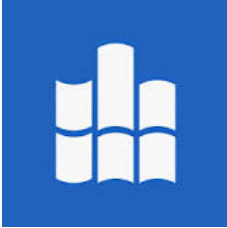


## 4.1.2 Grundlagen - Bestimmung der Parameter

Elastizitätsmodul einer druckbeanspruchten Gummifeder



Elastizitätsmodul in Abhängigkeit vom Formfaktor  $k_e = d/(4h)$  nach Göbel - Gummifedern



## 4.1.2 Grundlagen - Bestimmung der Parameter

### Eigenfrequenz von Schwingungsisolatoren

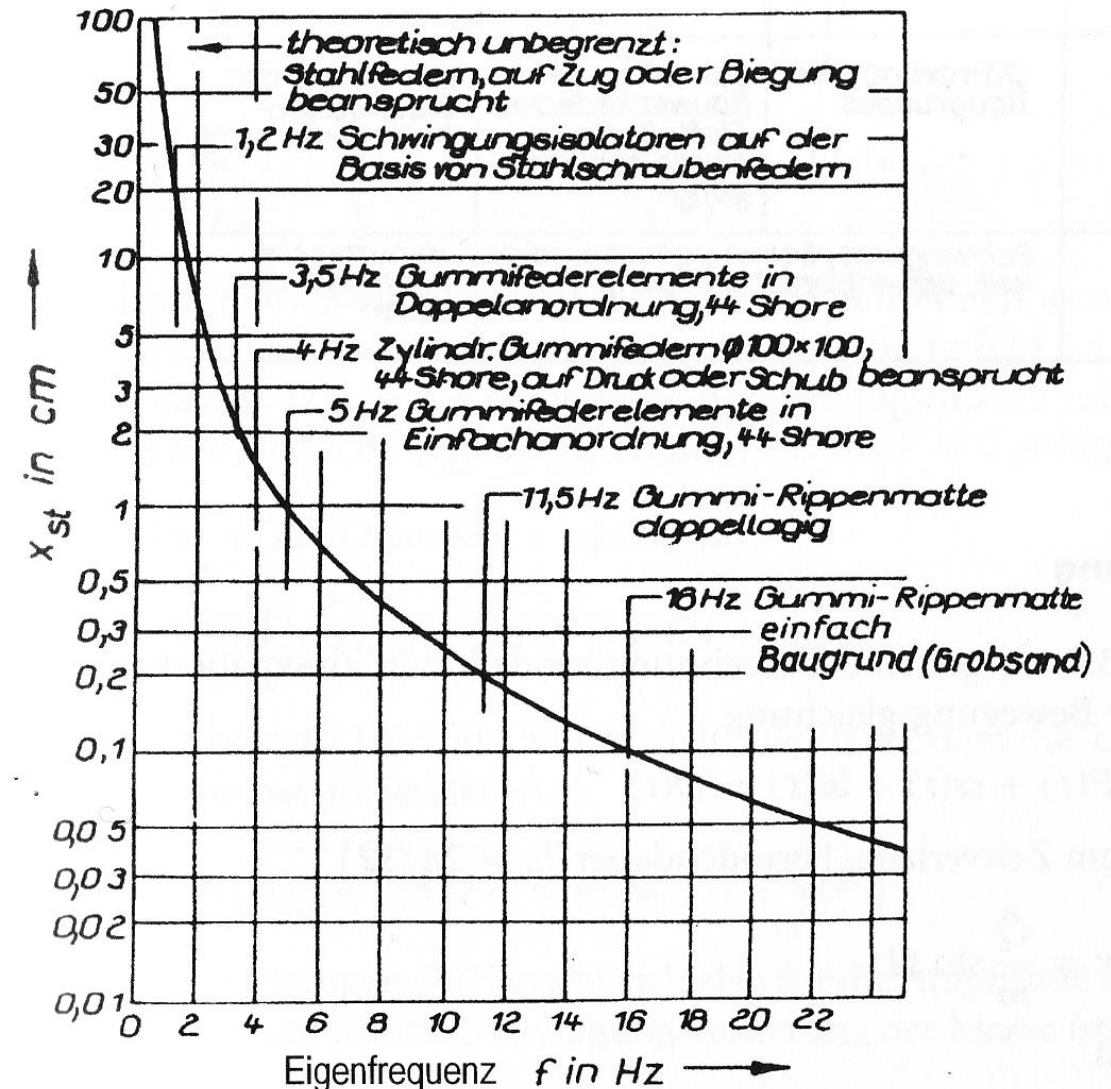
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{15,76}{\sqrt{\Delta x_{st}}}$$

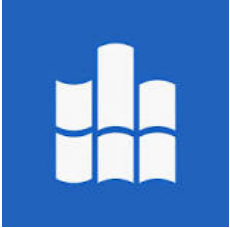
Größe	Einheit
$f_0$	Hz
$\Delta x_{st}$	mm

siehe Kapitel 2 Wiederholung

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{4,98}{\sqrt{\Delta x_{st}}}$$

Größe	Einheit
$f_0$	Hz
$\Delta x_{st}$	cm





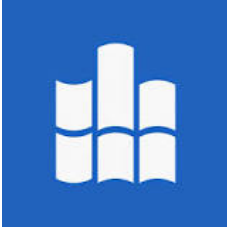
## 4.1.2 Grundlagen - Bestimmung der Parameter Dämpfungskennwerte

Berücksichtigung der Dämpfung nicht notwendig bei der Bestimmung von:

- niedrigen Eigenfrequenzen
- Spitzenwerten von Stoßvorgängen

notwendig bei der Bestimmung :

- von Resonanzamplituden lin. Systeme bei periodischer Belastung
- von Lastwechseln bei Ausschwingzuständen
- von höheren Eigenfrequenzen und höheren Eigenformen
- des Verhaltens von verwendeten dämpfenden Baugruppen  
und bei
- Erwärmung des Materials



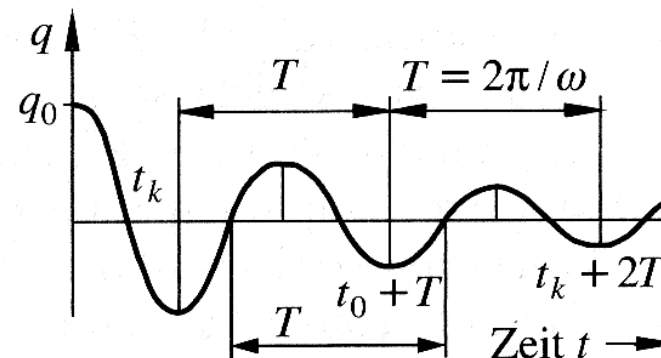
## 4.1.2 Grundlagen - Bestimmung der Parameter

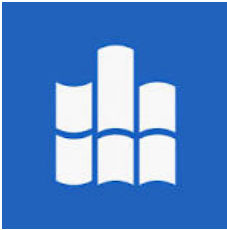
Dämpfungskennwerte, Bestimmung mit Ausschwingversuch

Logarithmisches  
Dämpfungsdekrement

$$\alpha = \frac{1}{n} \ln \left| \frac{q(t_k)}{q(t_k + nT)} \right|$$

Abklingkurve





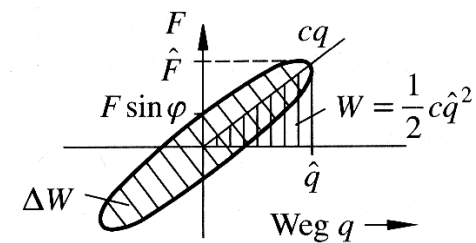
## 4.1.2 Grundlagen - Bestimmung der Parameter

### Dämpfungskennwerte, Bestimmung mit periodischer Anregung

Relative Dämpfung

$$\psi = \frac{\Delta W}{W} \quad (2)$$

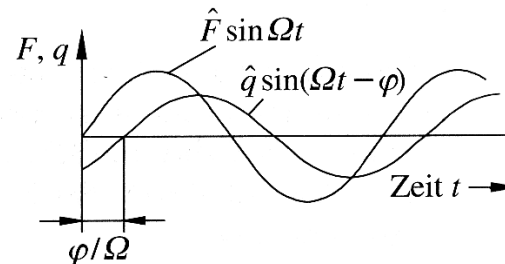
Hysteresekurve



Verlustwinkel

$$\sin \varphi = \frac{b \Omega \hat{q}}{\hat{F}} \approx \varphi \quad (3)$$

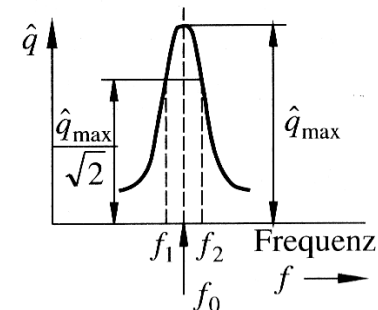
Zeitverlauf



Dämpfungsgrad aus Halbwertsbreite

$$D = \frac{f_2 - f_1}{2f_0} \quad (4)$$

Resonanzkurve



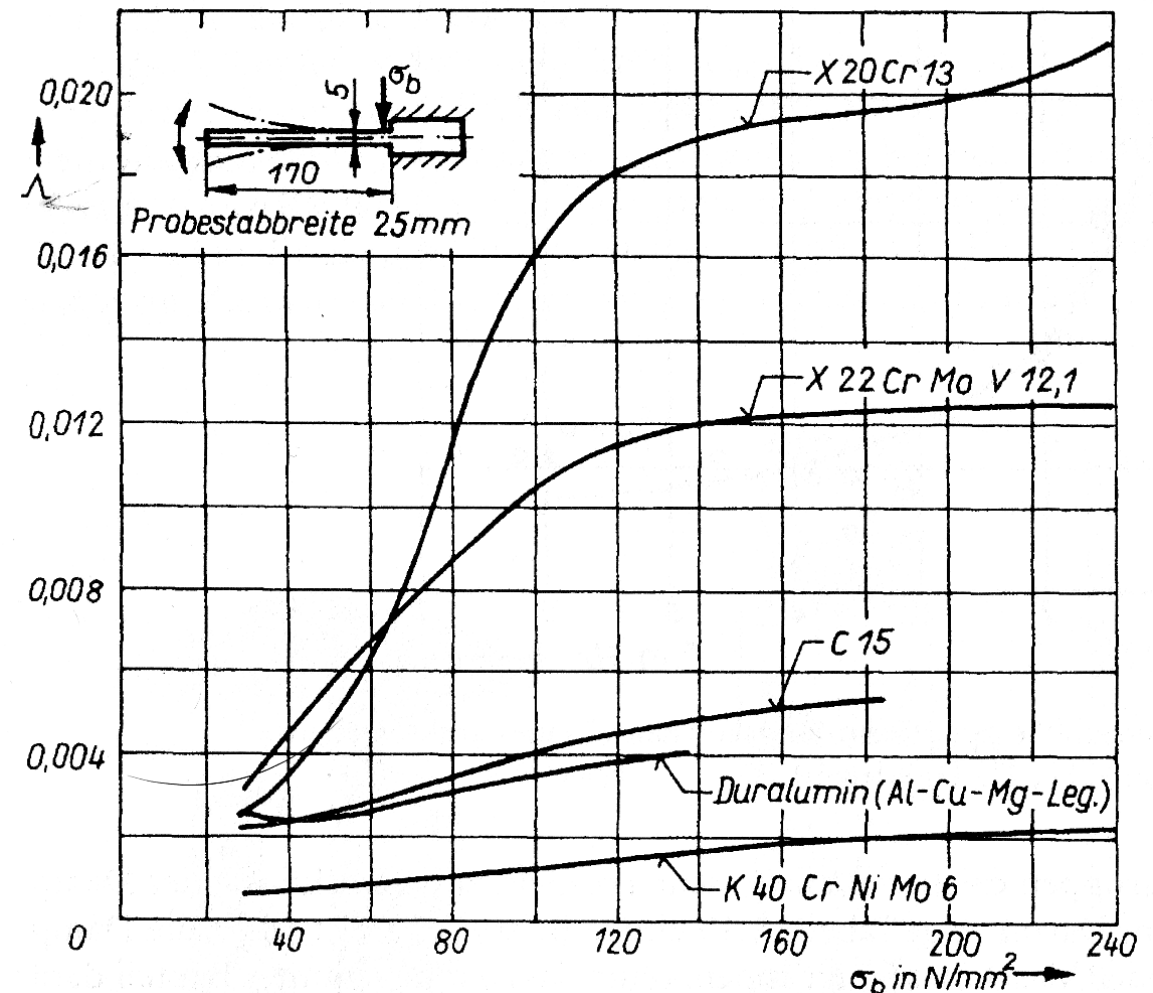


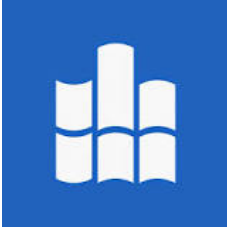


## 4.1.2 Grundlagen - Bestimmung der Parameter

Dämpfungskennwerte, Erfahrungswerte

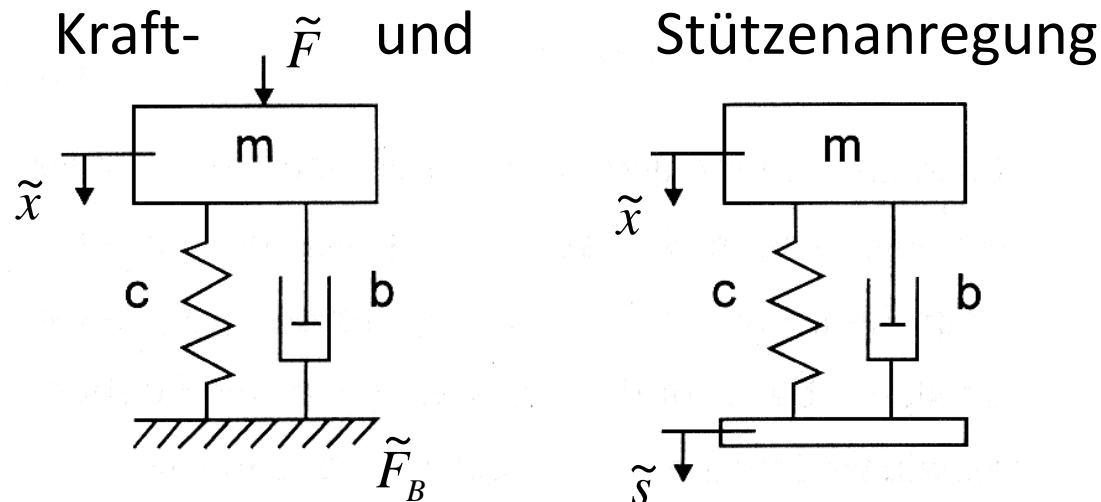
Logarithmisches Dekrement  $\Delta$  in  
Abhängigkeit vom  $\delta$  Spannungsaus-  
schlag





## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

### Einmassen-Schwinger (harmonische Anregung)



$$V_3 = \left| \frac{\tilde{F}_B}{\tilde{F}} \right| = \left| \frac{\tilde{x}}{\tilde{s}} \right| = \frac{\sqrt{1 + 4D^2\eta^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$$

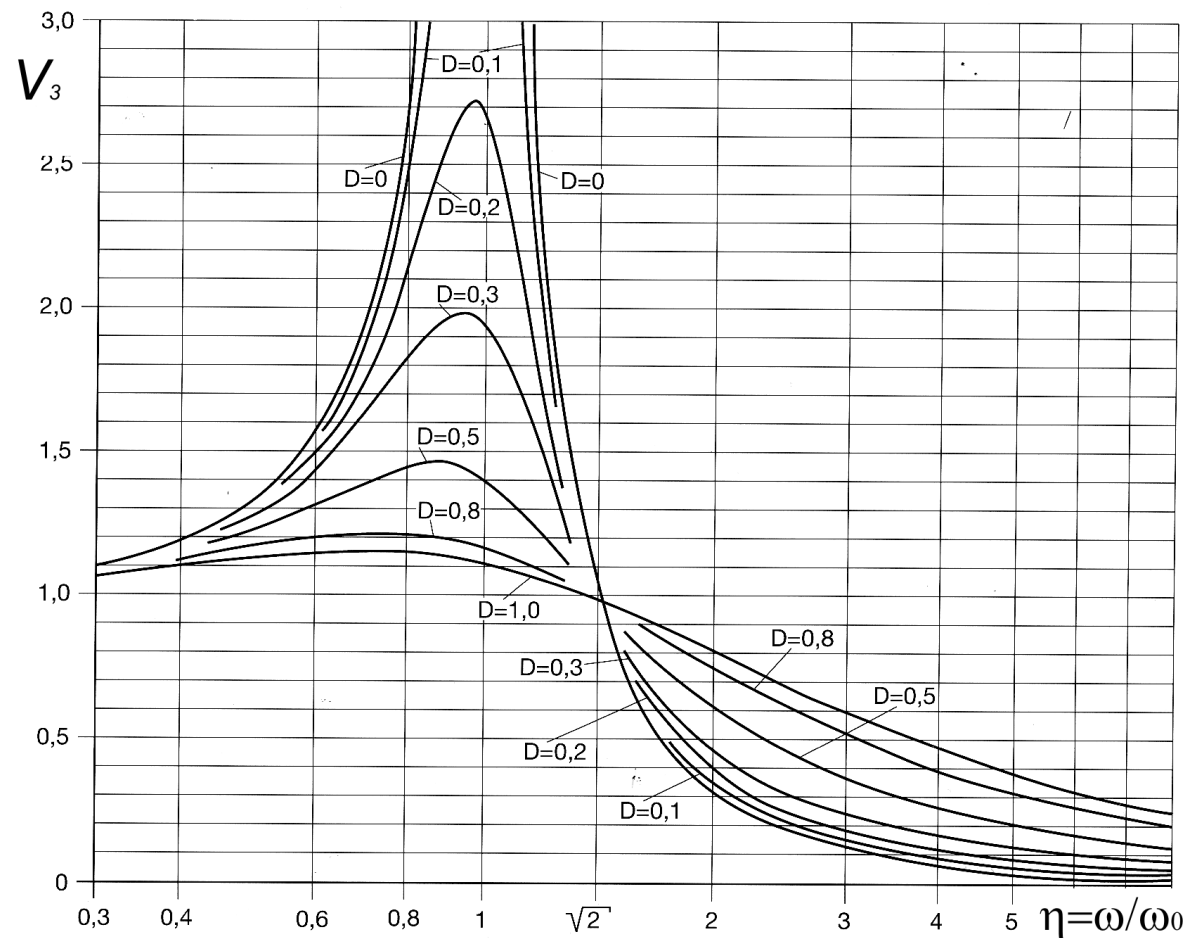
Vergrößerungsfunktionen des Schwingweges  $V_3$   
(siehe Kap. 1: Wiederholung)

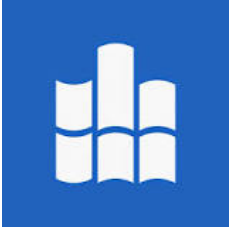
Die Vergrößerungsfunktionen der Kraft- und Stützenanregung sind identisch!



## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Einmassen-Schwinger Kraft- und Stützenanregung (harmonische Anregung)





## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

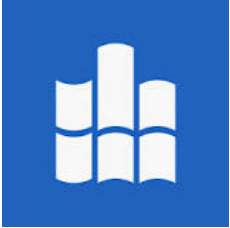
Einmassen-Schwinger Kraft- und Stützenanregung (harmonische Anregung)

– unabhängig von der Dämpfung verlaufen alle Kurven durch die Punkte (0,1) und ( $\sqrt{2}$ , 1)

– für  $\eta < \sqrt{2} : V_3 = \left| \frac{\tilde{F}_B}{\tilde{F}} \right| = \left| \frac{\tilde{x}}{\tilde{s}} \right| \geq 1$  Überhöhung

– für  $\eta > \sqrt{2} : V_3 = \left| \frac{\tilde{F}_B}{\tilde{F}} \right| = \left| \frac{\tilde{x}}{\tilde{s}} \right| < 1$  Isolierwirkung

- zu starke Dämpfung verringert Isolierwirkung
- Abstimmverhältnis  $\eta$  sollte zwischen 2 und 4 liegen, größere Verhältnisse verbessern die Isolierwirkung nicht wesentlich
- bei Anfahrvorgängen und gering gedämpftem System ist bei Durchlaufen von  $\eta = 1$  (Resonanz) eine sehr geringe Isolierwirkung zu erwarten
- bei schwachen Dämpfungen ( $D = 0,1$ ) kann außerhalb der Resonanz dämpfungsfrei gerechnet werden;  $V_3(D=0,1) \approx V_3(D=0)$



## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

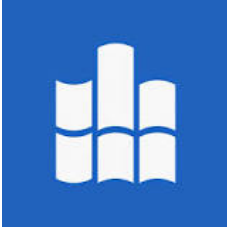
Einmassen-Schwinger Kraft- und Stützenanregung (harmonische Anregung)

– Isolationsgrad  $i$

$$i = \left( 1 - \frac{\sqrt{1 + 4D^2\eta^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}} \right) \cdot 100\%$$

– mit  $D \approx 0$  Isolierwirkung  $i$  in Abhängigkeit vom Abstimmverhältnis  $\eta$

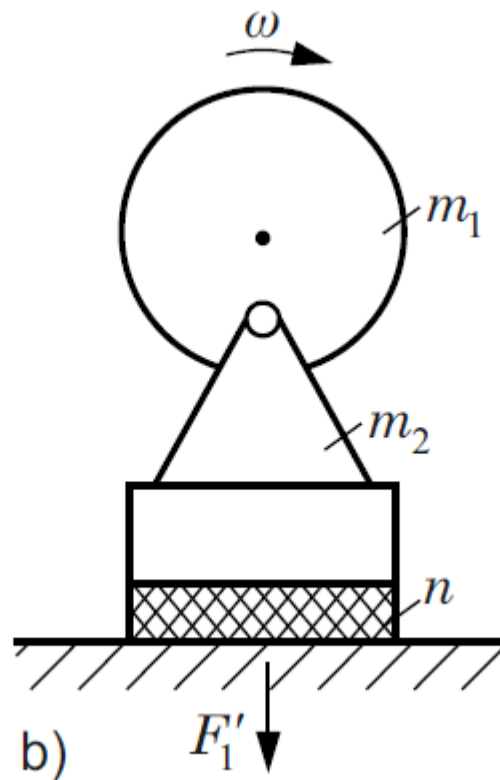
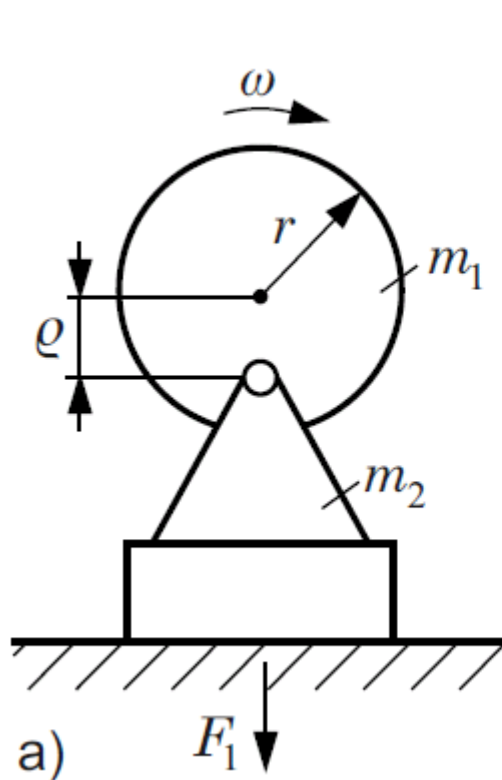
$\eta$	$\sqrt{2}$	2	3	4	5
$i$ (%)	0	66,7	87,5	93,3	95,8



## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

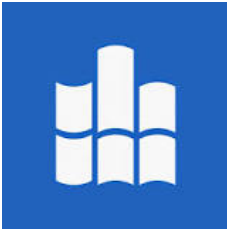
### Schwingungsisolation einer Maschine mit Unwucht

Pfeifer, Wertschützky: El. mech. Systeme



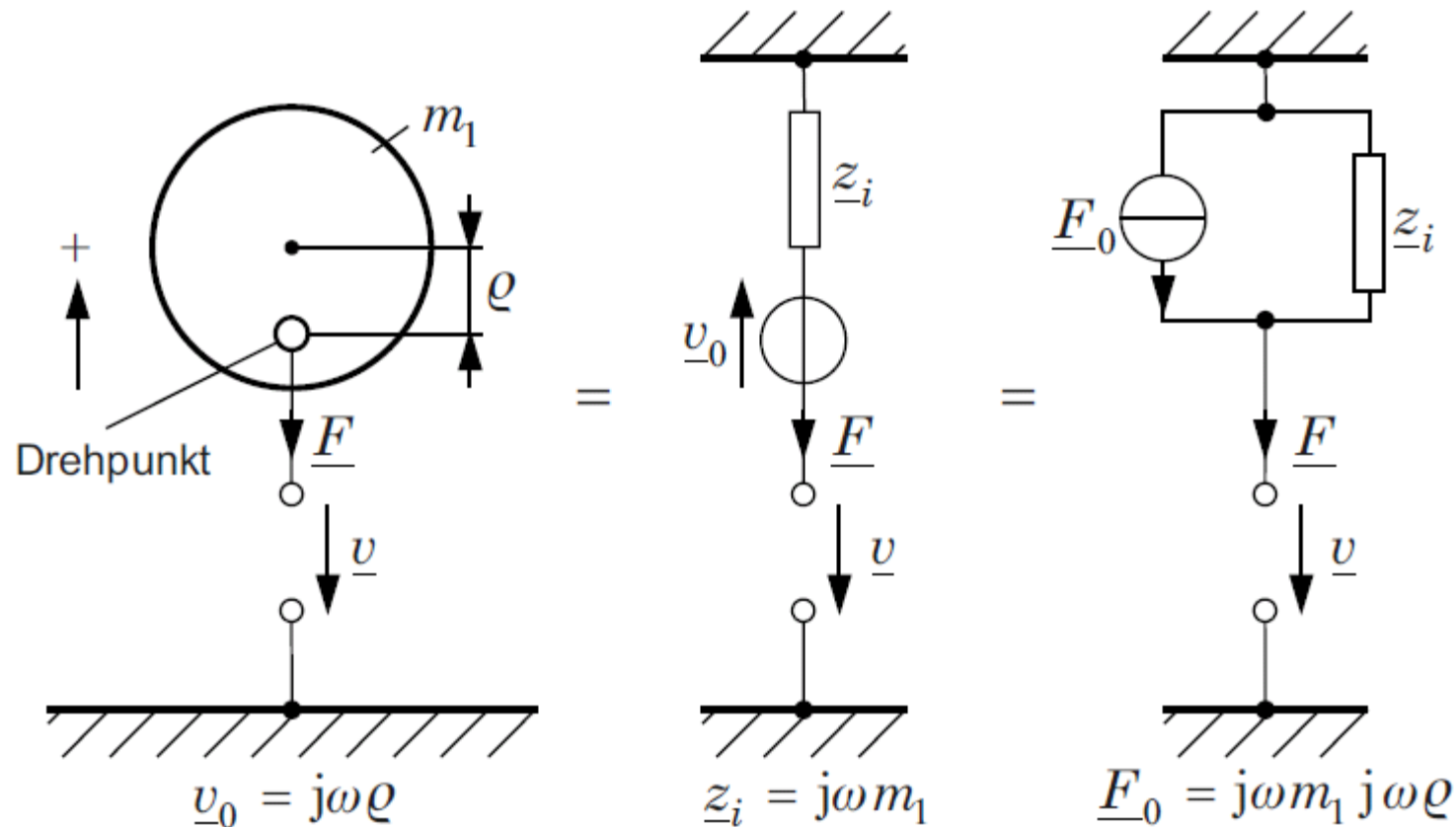
$$F_1 = f(m_1, m_2, e, \omega)$$

$$\frac{F_1'}{F_1} = f(\omega)$$



## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Schwingungsisolation einer Maschine mit Unwucht



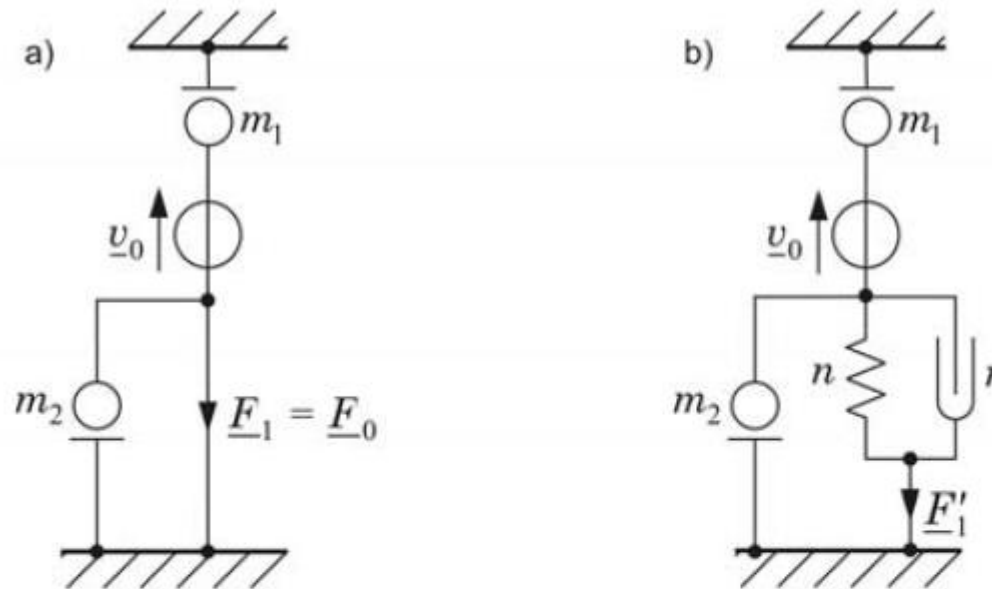
Pfeifer, Wertschützky: El. mech. Systeme

Abbildung 3.25. Rotor mit Unwucht als aktiver mechanischer Zweipol



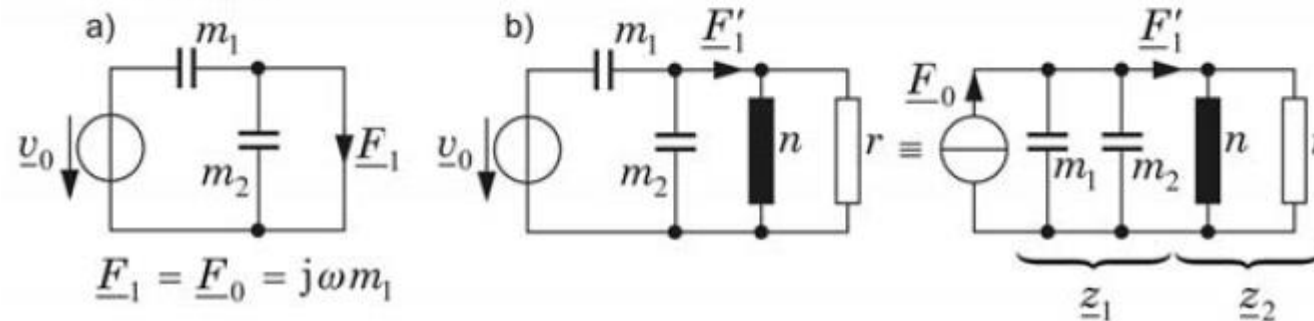
## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Schwingungsisolation einer Maschine mit Unwucht

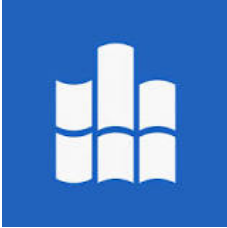


Pfeifer, Wertschützky: El. mech. Systeme

Schaltungen:





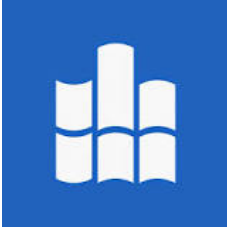


## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Schwingungsisolation einer Maschine mit Unwucht

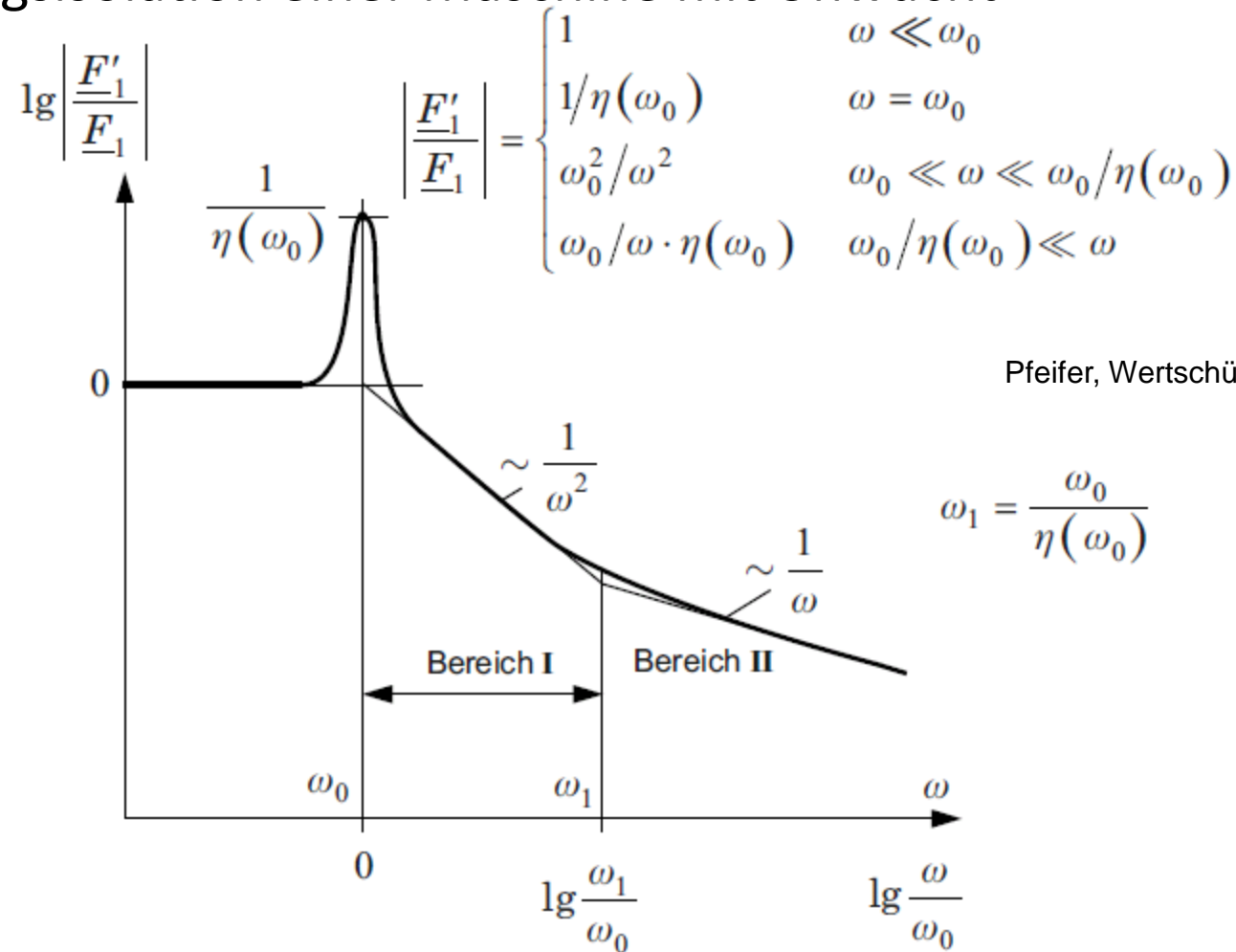
Pfeifer, Wertschützky: El. mech. Systeme

$$\underline{F}'_1 = \underline{F}_0 \frac{\frac{1}{j\omega n} + r}{\frac{1}{j\omega n} + r + j\omega \underbrace{(m_1 + m_2)}_m} = \underline{F}_0 \frac{\frac{1}{j\omega n} (1 + j\eta)}{\frac{1}{j\omega n} (1 + j\eta) + j\omega m}$$
$$\Rightarrow \left| \frac{\underline{F}_1}{\underline{F}_0} \right| = \left| \frac{\underline{F}'_1}{\underline{F}_1} \right| = \frac{\sqrt{1 + \eta^2}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \eta^2}}$$



## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Schwingungsisolation einer Maschine mit Unwucht



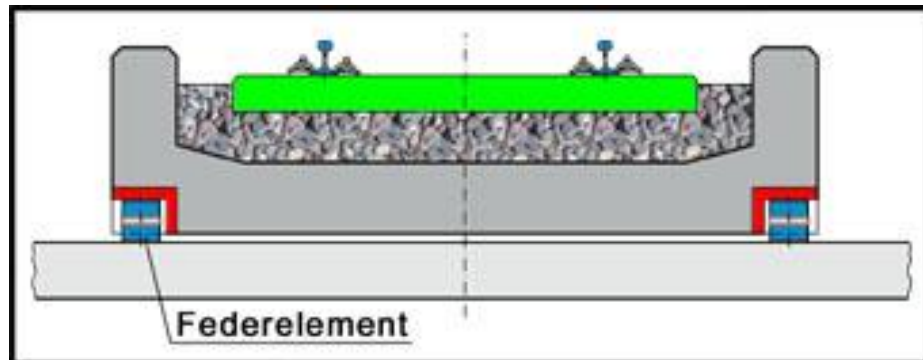
Pfeifer, Wertschützky: El. mech. Systeme

Abbildung 3.27. Schwingungsdämpfung einer schwingungsisoliert aufgestellten Maschine



## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

### Einmassen-Schwinger - Gleisisolierung



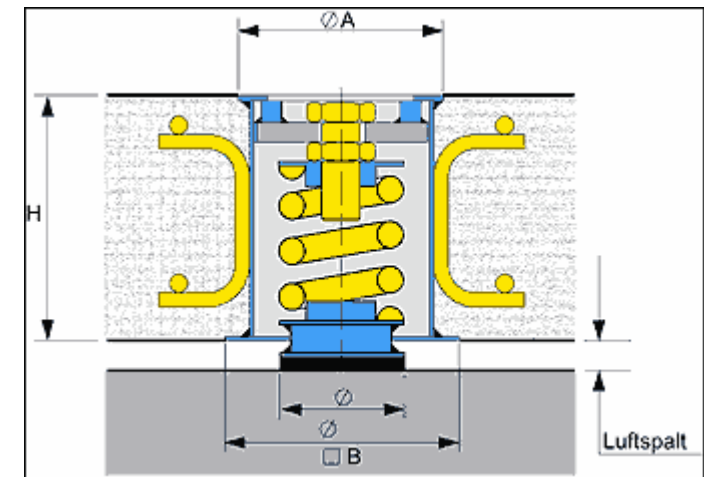


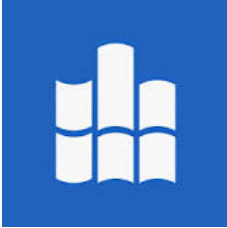
## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

### Einmassen-Schwinger - Gebäudeisolierung



„Raum in Raum“ Bauweise





## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

### Einmassen-Schwinger - Gebäudeisolierung



Federelemente mit Verbunddecke



GPNV-Elemente unter einem Fernsehstudio  
(mit temporären Stützen im Bauzustand)



## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

### Einmassen-Schwinger - Gebläse / Klimageräte

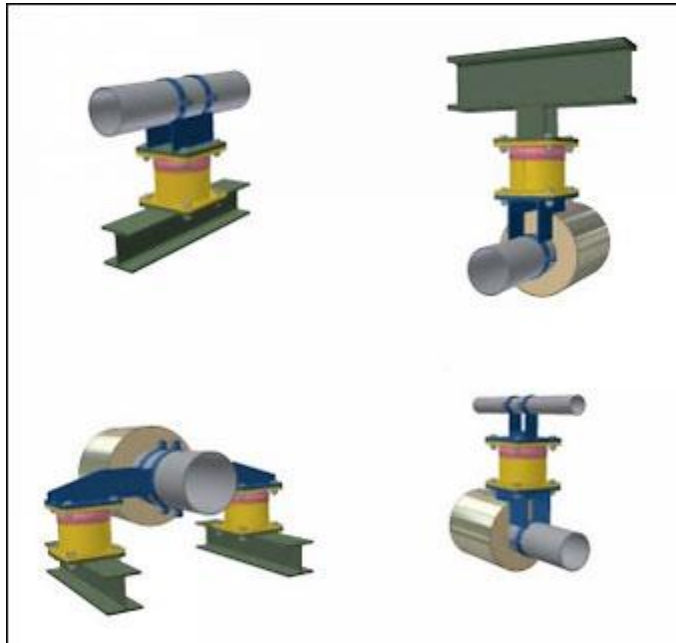


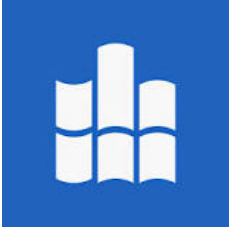
Zentrifugalgebläse - Nanjing Fertilizer Plant,  
Nanjing, Jiangsu Province)



## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

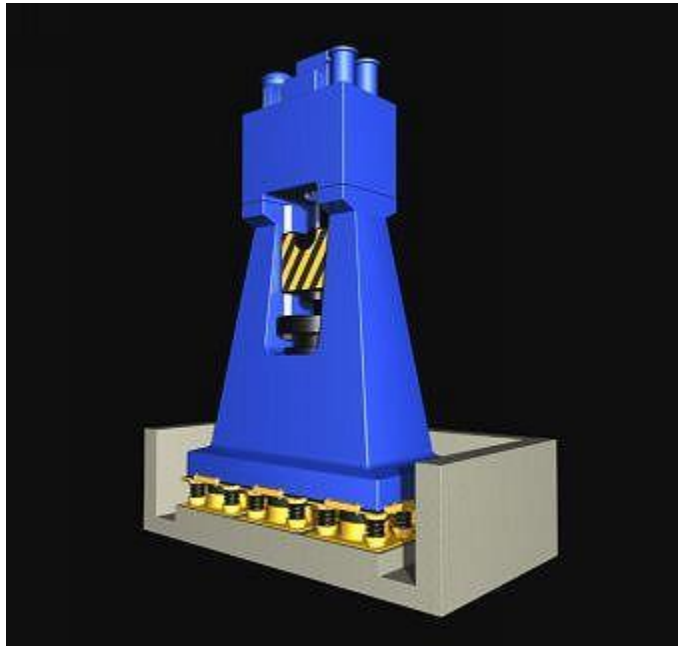
### Einmassen-Schwinger - Rohrleitungsdämpfer





## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Einmassen-Schwinger - Elastische Lagerung von Umformmaschinen



Direktabfederung eines Schmiedehammers



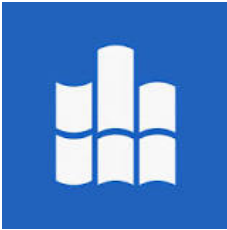


## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Einmassen-Schwinger - Elastische Lagerung von Erdbebenschutz

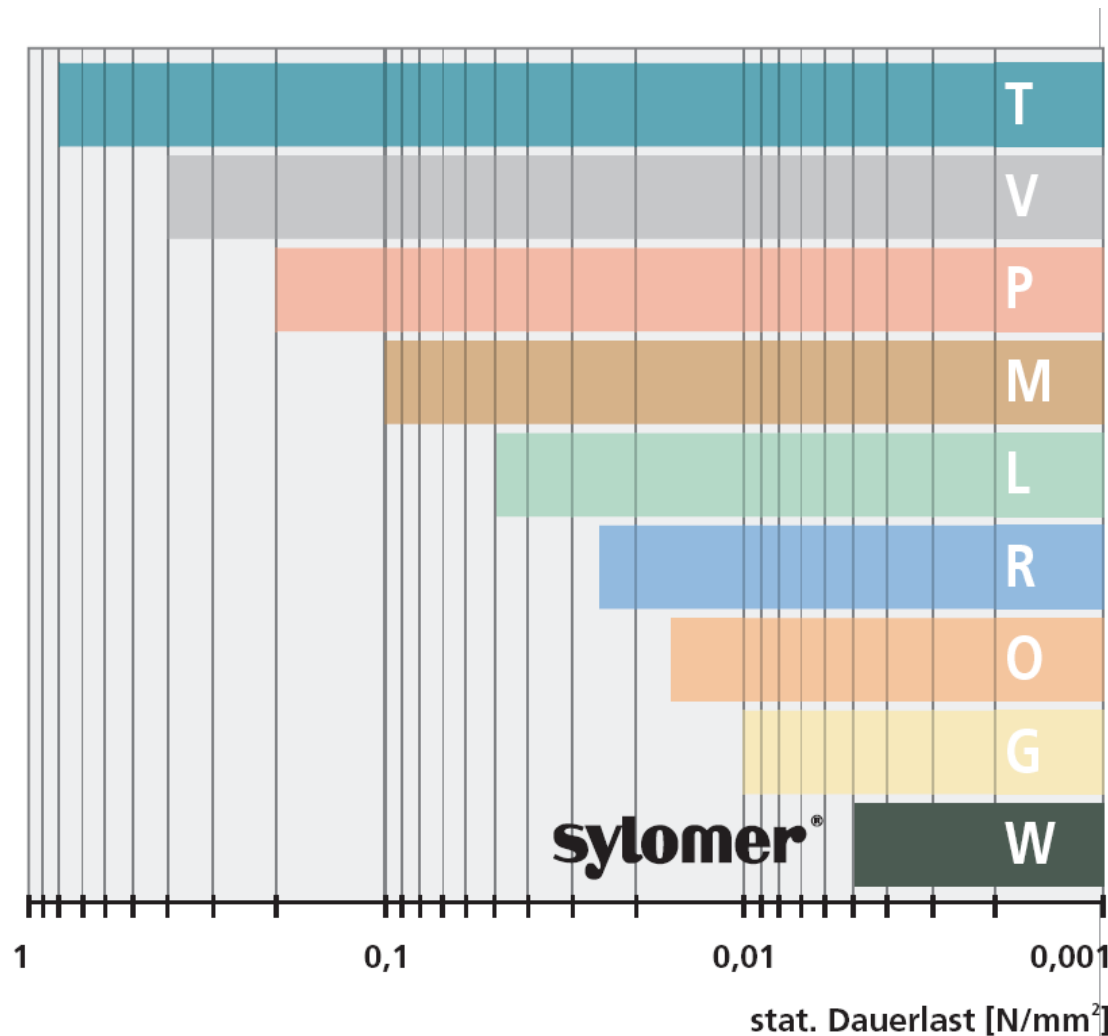


Erdbebenschutz von Parallel-Schalt-Kondensatoren



## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Einmassen-Schwinger - Elastische Lagerung Sylomer





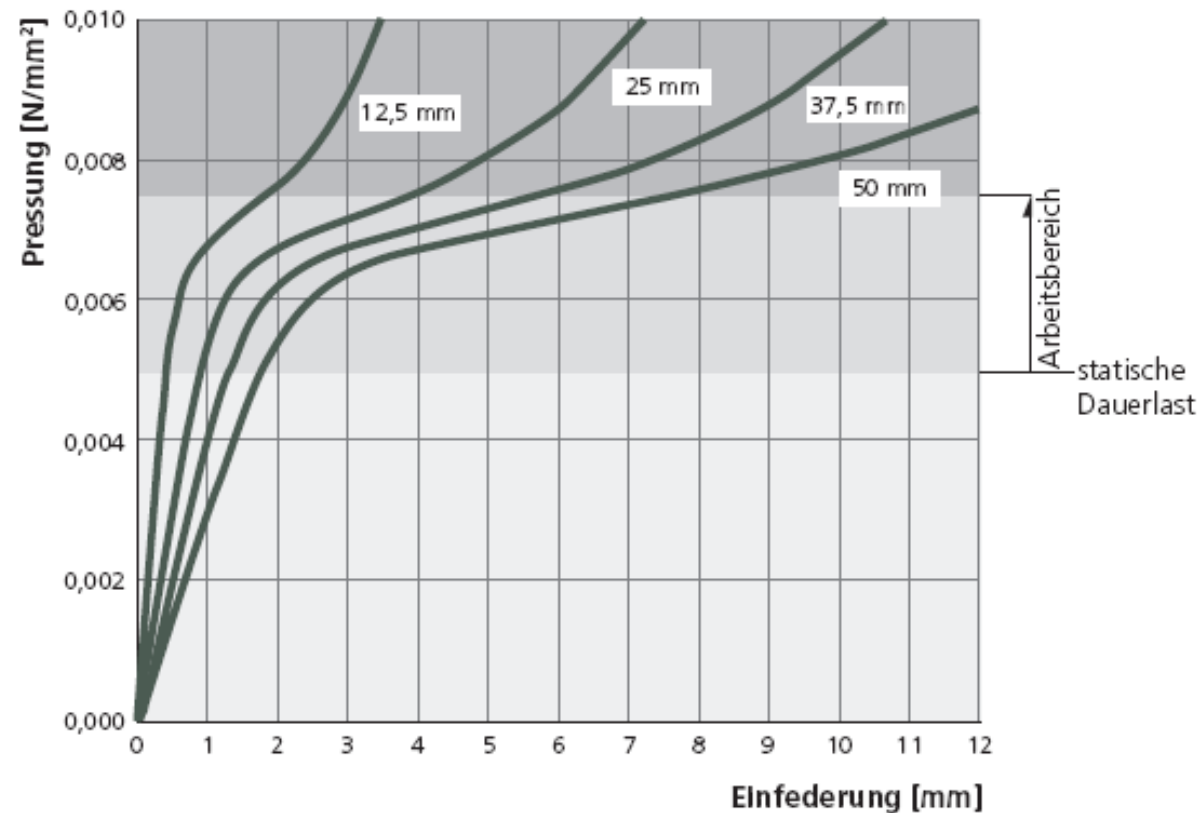
## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

### Einmassen-Schwinger - Elastische Lagerung Sylomer



Vollflächige Lagerung

Formfaktor:  $q=6$

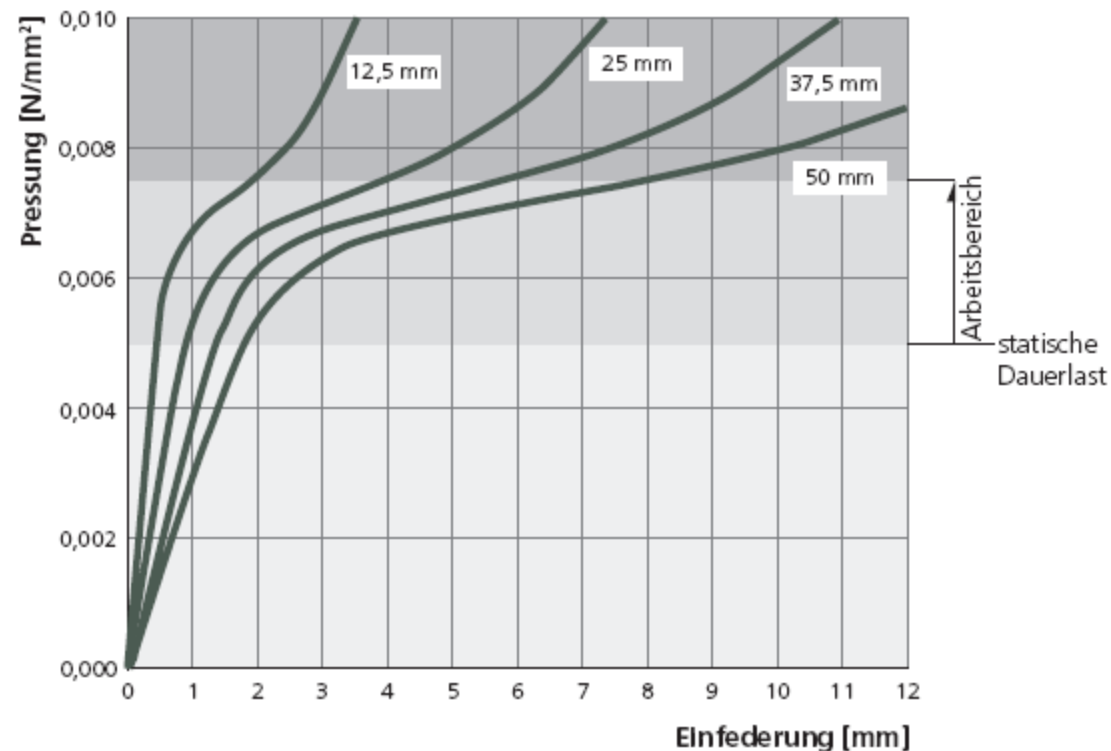


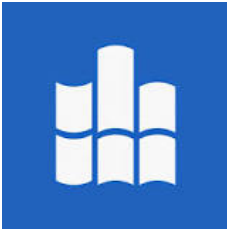


## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

### Einmassen-Schwinger - Elastische Lagerung Sylomer

Streifenförmige Lagerung Formfaktor:  $q=3$

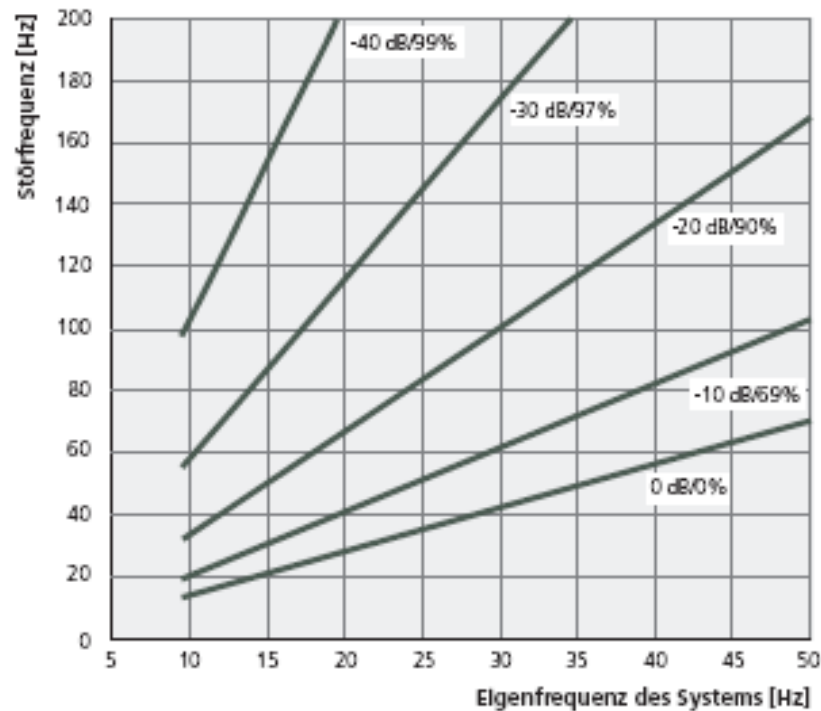




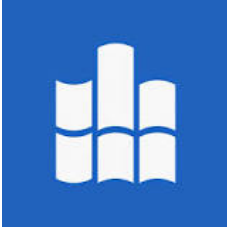
## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

### Einmassen-Schwinger - Elastische Lagerung Sylomer

Wirksamkeit der Schwingungsisolation



Verminderung der Übertragung mechanischer Schwingungen durch den Einbau einer elastischen Lagerung aus Sylomer W  
Parameter: Übertragungsmaß in dB, Isoliergrad in Prozent

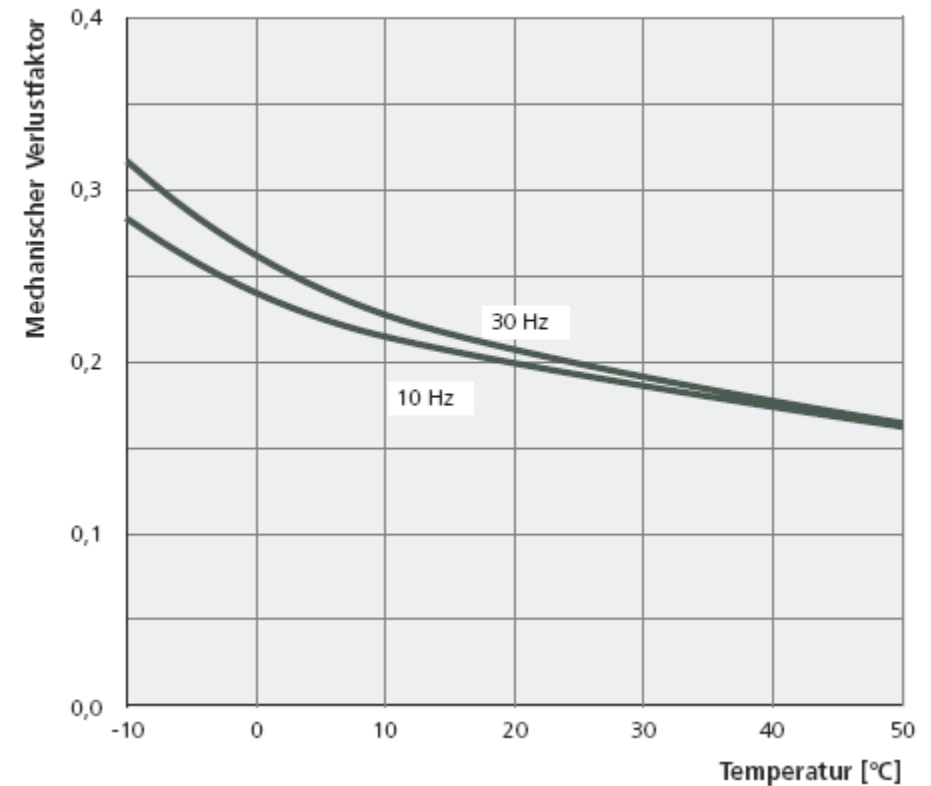
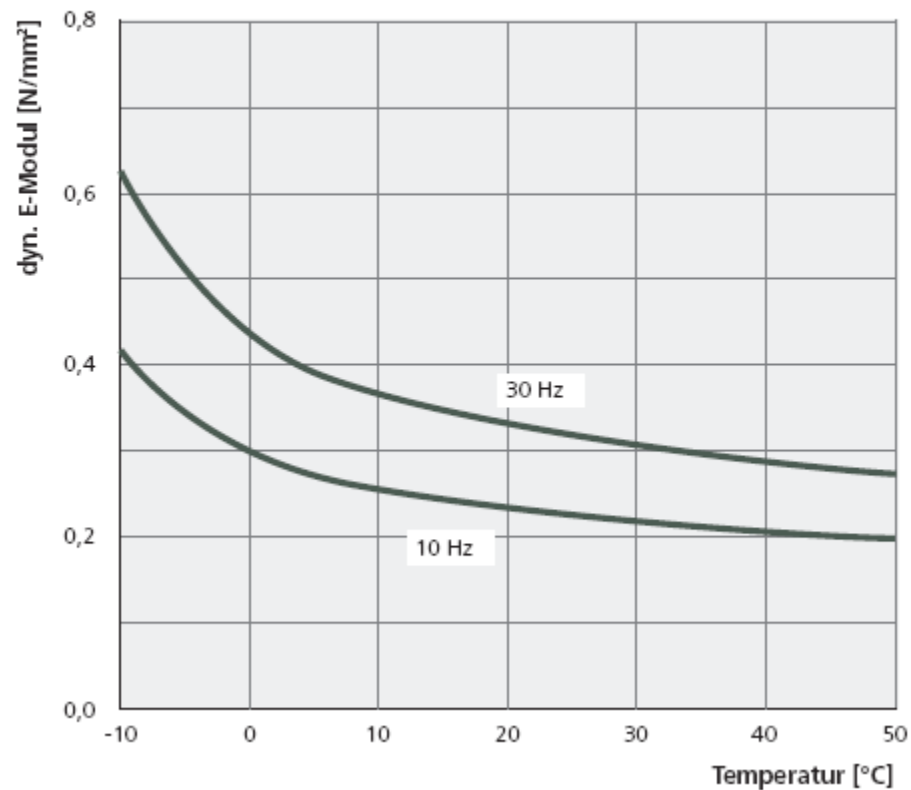


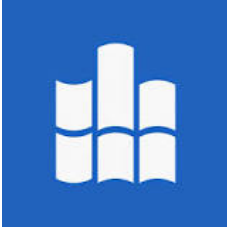
## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

### Einmassen-Schwinger - Elastische Lagerung Sylomer

DMA-Untersuchungen (Dynamic Mechanical Analysis);  
Messungen im linearen Bereich der Federkennlinie, bei geringer Pressung

#### Temperaturabhängigkeit



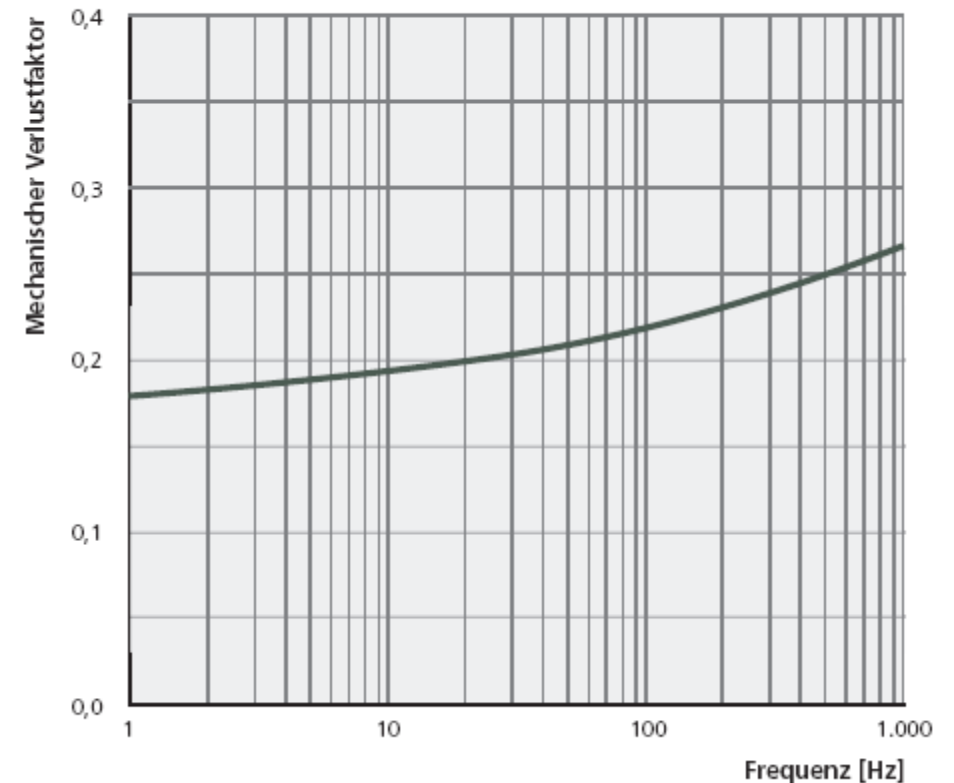
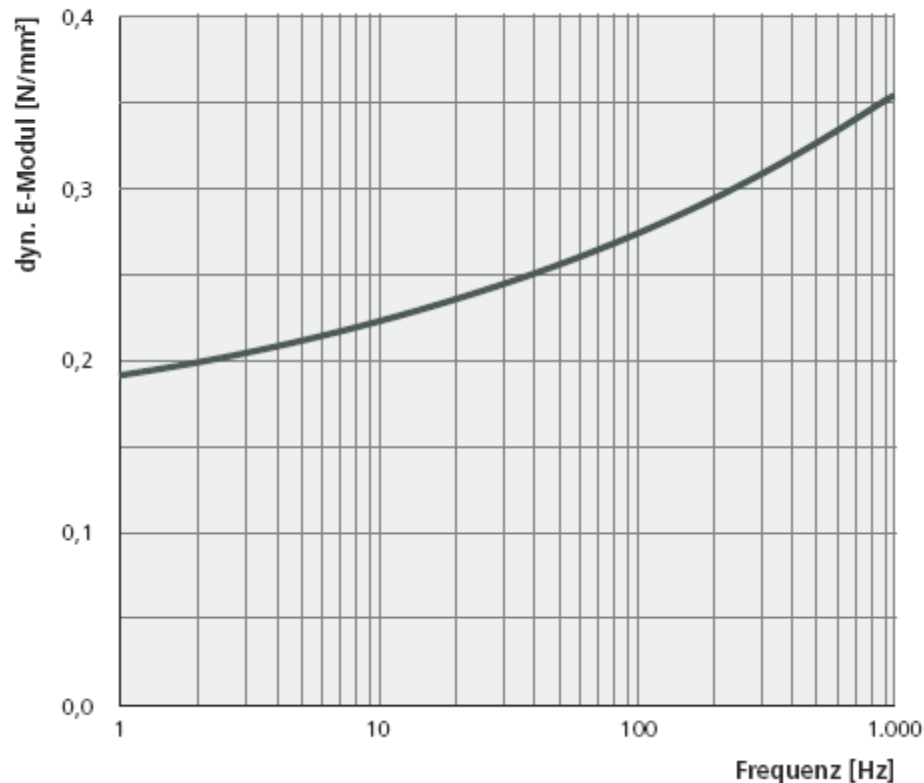


## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

### Einmassen-Schwinger - Elastische Lagerung Sylomer

DMA-Untersuchungen; Masterkurve mit einer Referenztemperatur von 21°C;  
Messungen im linearen Bereich der Federkennlinie, bei geringer Pressung

#### Frequenzabhängigkeit

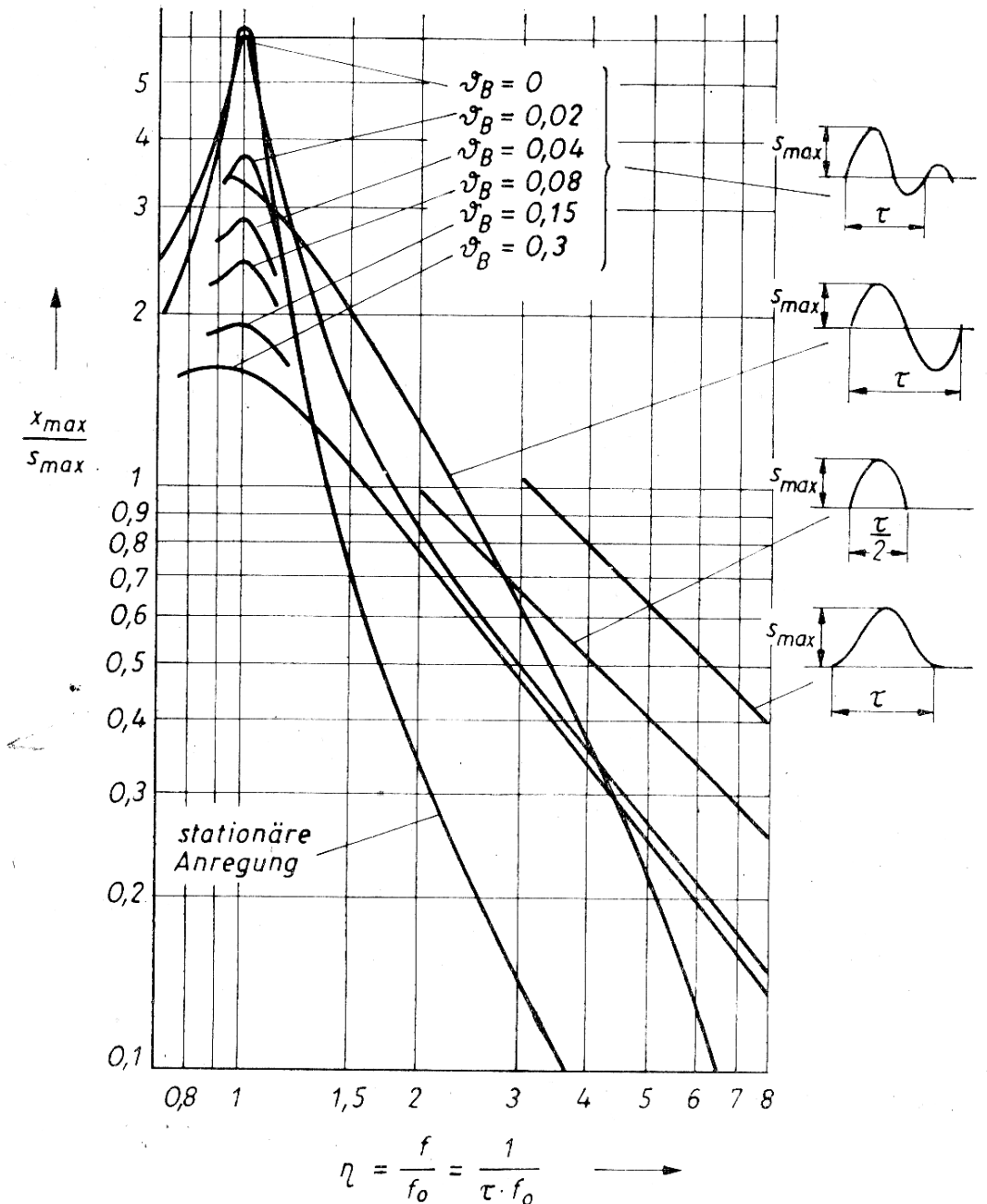
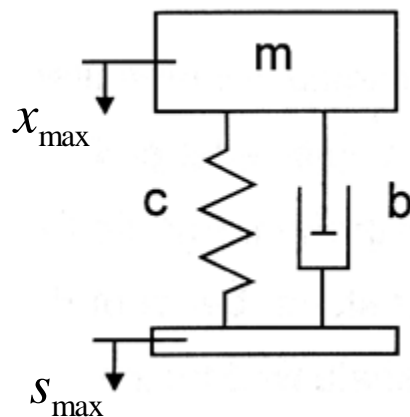




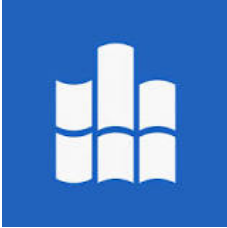
## 4.2 Isolation

### Einmassen-Schwinger (Stoßanregung)

Isolierwirkung des Einmassen-Schwingers bei Stützenanregung für transiente Anregung (Stoßfunktionen)



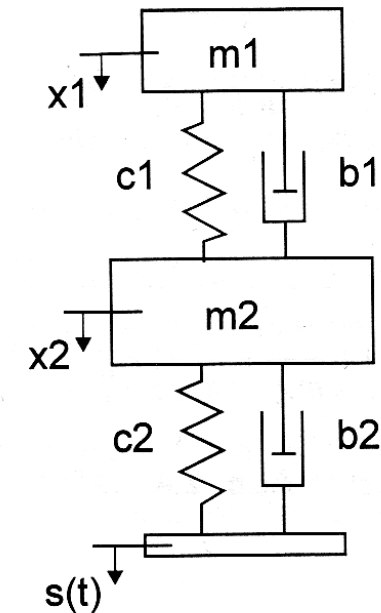
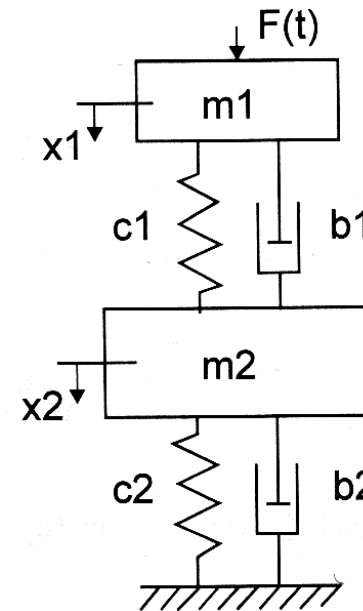




## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

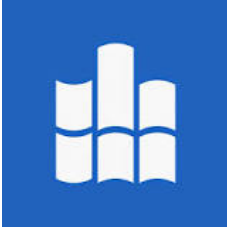
Zweimassen-Schwinger; Kraft- und Stützenanregung (harmonische Anregung)

2 Freiheitsgrade -> 2 Eigenfrequenzen



$$c_{rel} = \frac{c_2}{c_1}, \quad m_{rel} = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{und} \quad \omega_{1,fg}^2 = \frac{c_1}{m_1}$$

$$\frac{\omega_{1,2}}{\omega_{1,fg}} = \frac{f_{eig}}{f_{1,fg}} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{1}{m_{rel}} + \frac{c_{rel}}{m_{rel}} \right) \mp \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{1}{m_{rel}} + \frac{c_{rel}}{m_{rel}} \right) \right]^2 - \frac{c_{rel}}{m_{rel}}}}$$

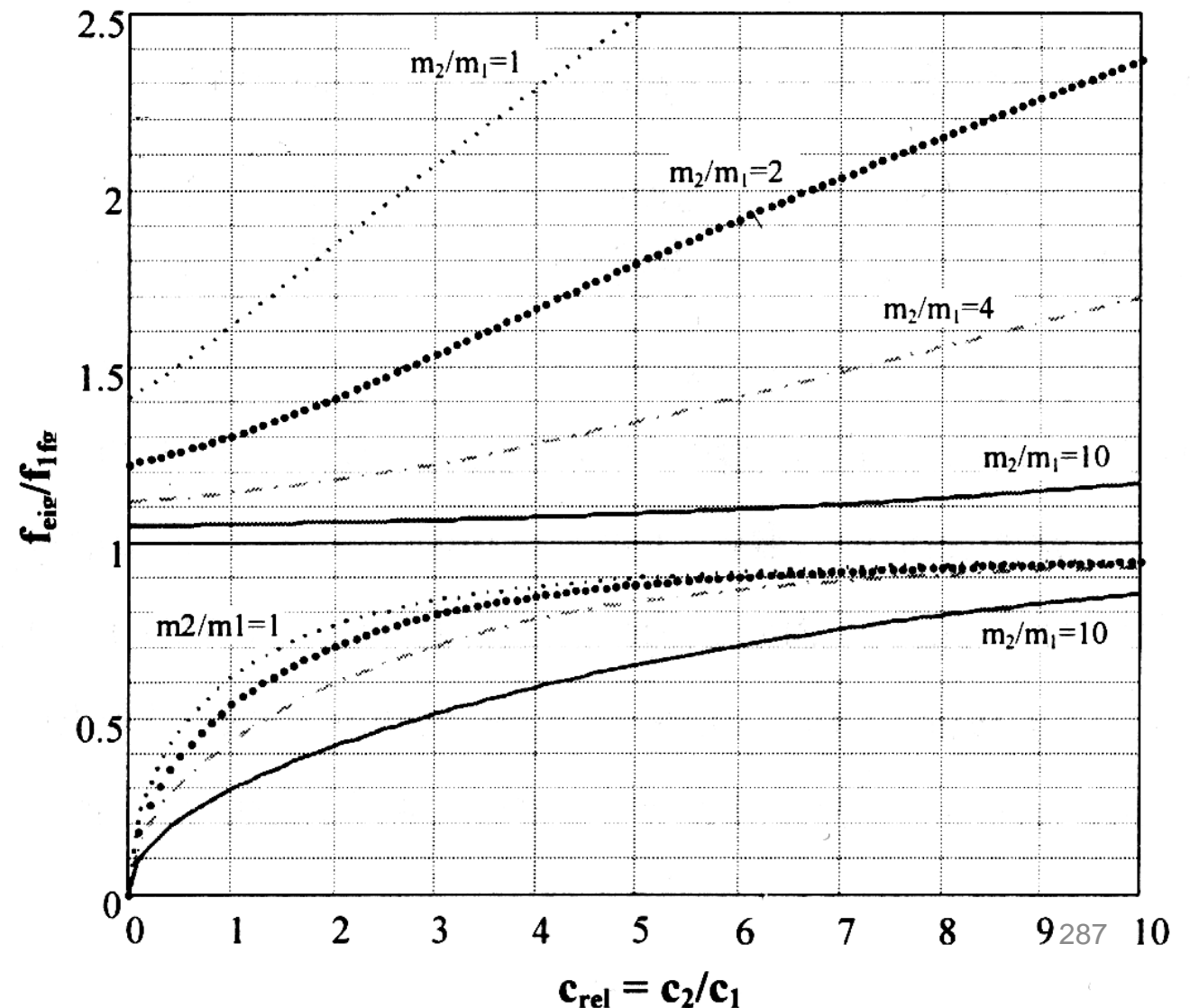


## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Zweimassen-Schwinger; Kraft- und Stützenanregung (harmonische Anregung)

Eigenfrequenzen des Systems

- bei  $f_{eig}/f_{1g} = 1$   
Eigenfrequenz des Einmassen-Schwingers
- zwei Eigenfrequenzen; eine über und eine unter  $f_{eig}/f_{1g} = 1$





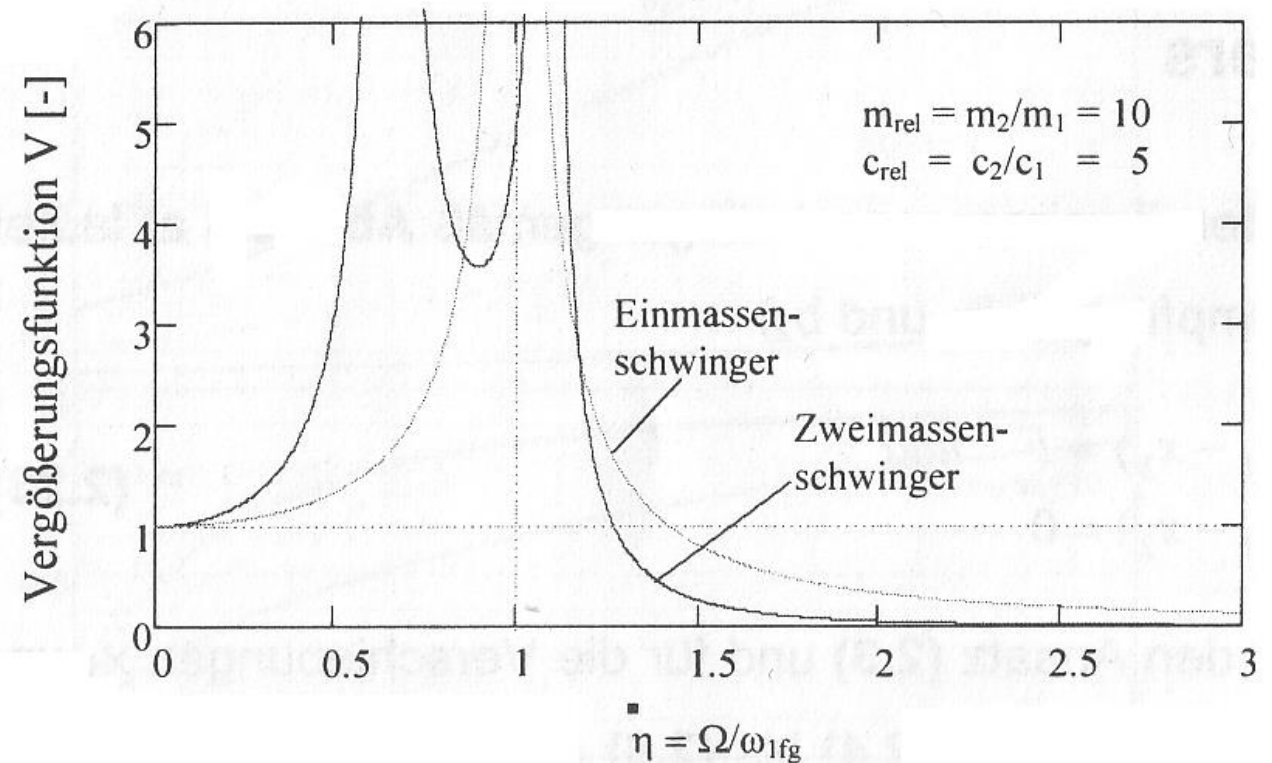
## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Zweimassen-Schwinger; Kraft- und Stützenanregung (harmonische Anregung)

Isolierwirkung des Systems

$$c_{rel} = \frac{c_2}{c_1}, \quad m_{rel} = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{und} \quad \omega_{1fg}^2 = \frac{c_1}{m_1}$$

$$\frac{\tilde{F}_B}{\tilde{F}} = \frac{c_{rel}}{(1 - \eta^2) \cdot (1 + c_{rel} - m_{rel} \cdot \eta^2) - 1}$$



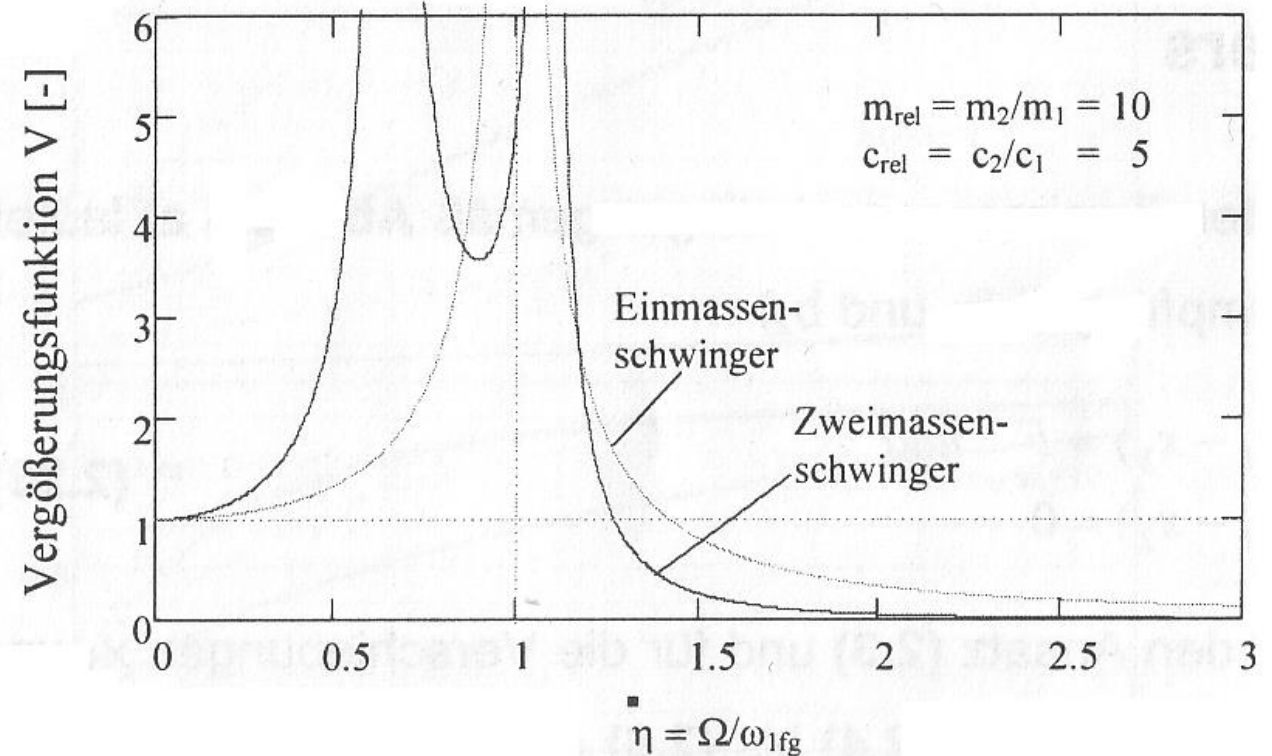


## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

Zweimassen-Schwinger; Kraft- und Stützenanregung (harmonische Anregung)

Isolierwirkung des Zweimassen-Schwingers

- für  $\eta > 1$   
Isolierwirkung durch Zweimassen-Schwingers größer als durch Einmassen-Schwinger





## 4.2 Isolation Ein- und Zweimassen-Schwinger

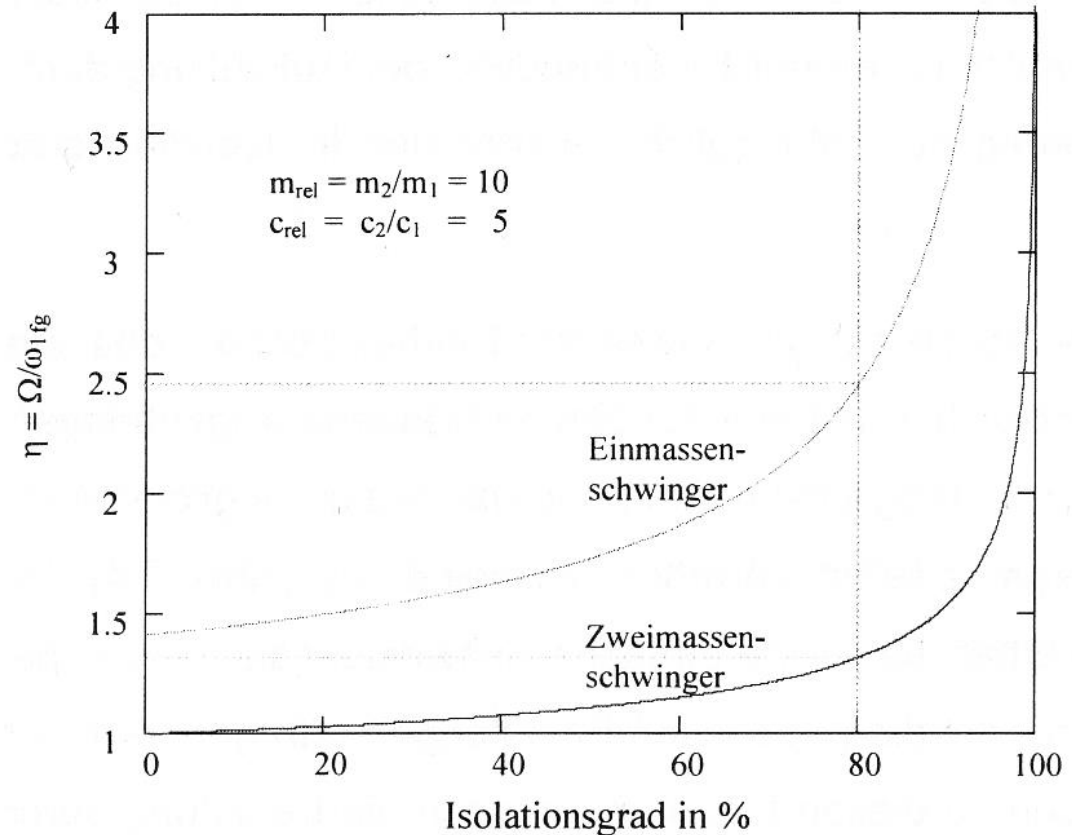
Zweimassen-Schwinger; Kraft- und Stützenanregung (harmonische Anregung)

Beispiel mit ISOMAG:

Fan.isg

Fan2.isg

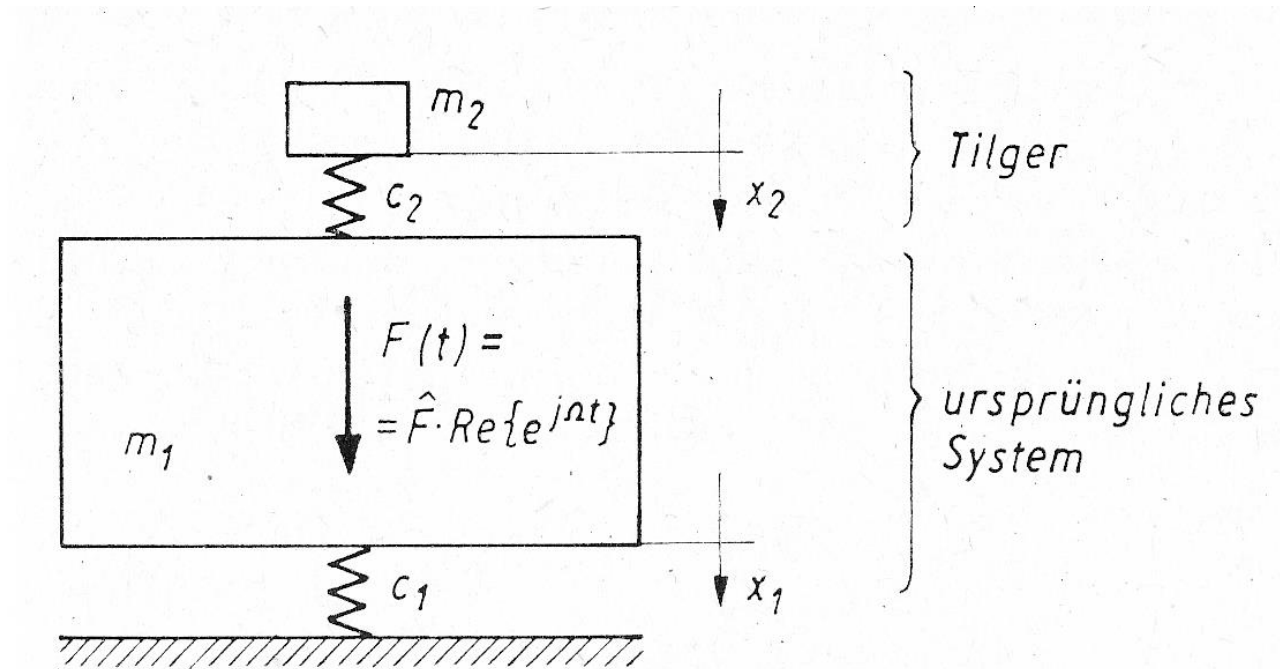
Ground.isg





## 4.3 Schwingungstilger

translatorische Bewegung



$$V_1 = x_1 \frac{c_1}{F}$$

$$V_2 = x_2 \frac{c_2}{F}$$



## 4.3 Schwingungstilger

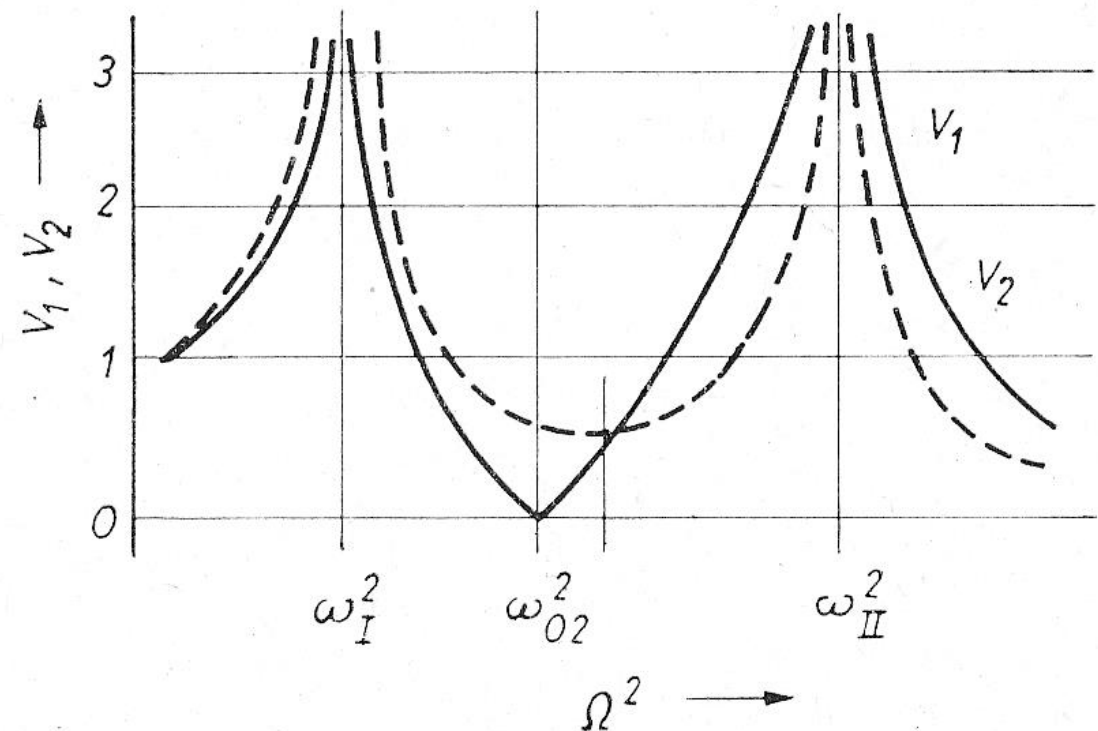
### Translatorische Bewegung

$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$$

bei der Resonanzfrequenz  $\omega_{02}$  des Tilgers wird:

$$V_1|_{\omega_{02}} = x_1 \frac{c_1}{F} = 0$$

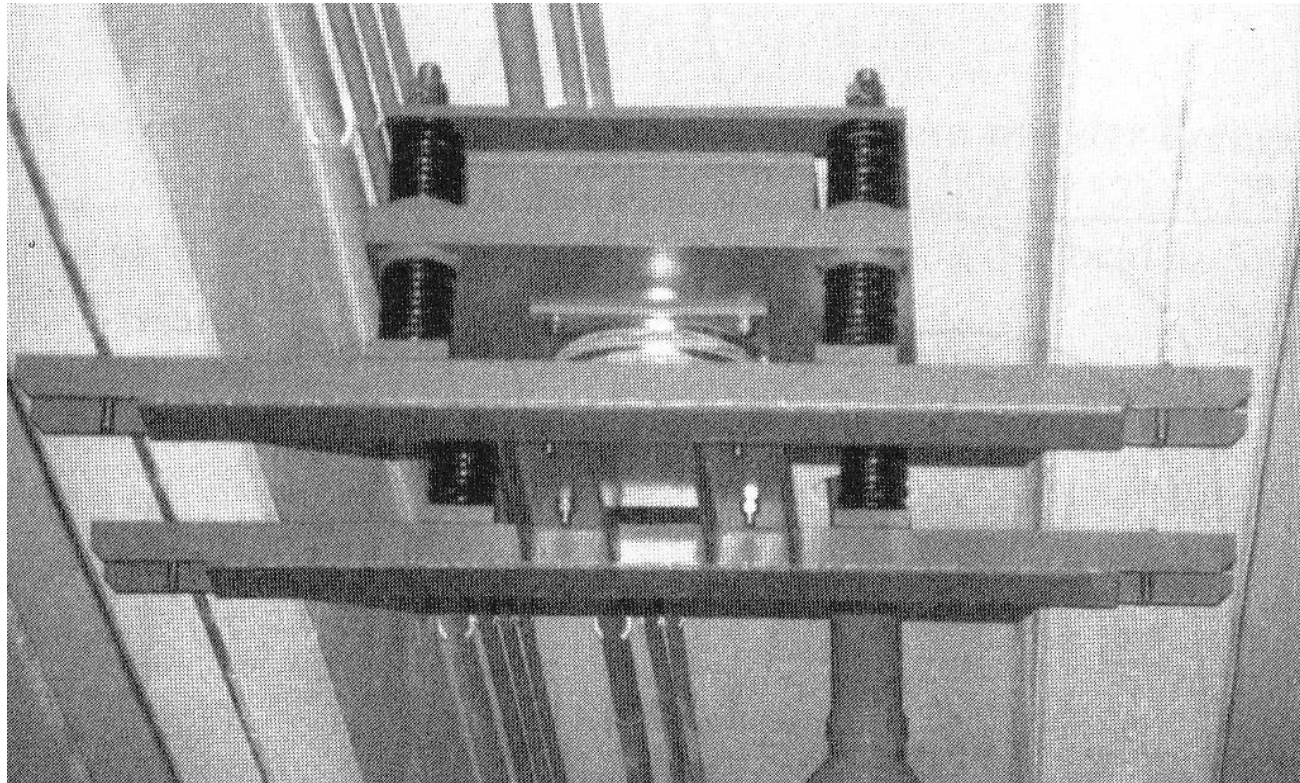
- unabhängig von der Masse  $m_2$
- jedoch bei geringen Masse hohe Auslenkung bei  $\omega_I$  und  $\omega_{II}$





## 4.3 Schwingungstilger

### Translatorische Bewegung



Decken-Schwingungstilger (Gerb)





## 4.3 Schwingungstilger

Brückentilger - Schwedter Straße, Berlin





## 4.3 Schwingungstilger

### Hotel Burj-al-Arab



Tilger im Stahlrahmen eingebaut



## 4.3 Schwingungstilger

### Bundestag im Reichstagsgebäude



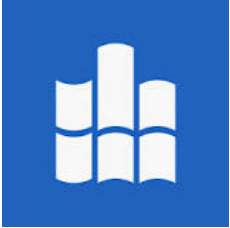
Zuschauertribüne des Bundestages im Reichstagsgebäude - Montage der Vertikaltilger - nachträglicher Einbau unter der Zuschauertribüne



## 4.4 Torsionsschwinger

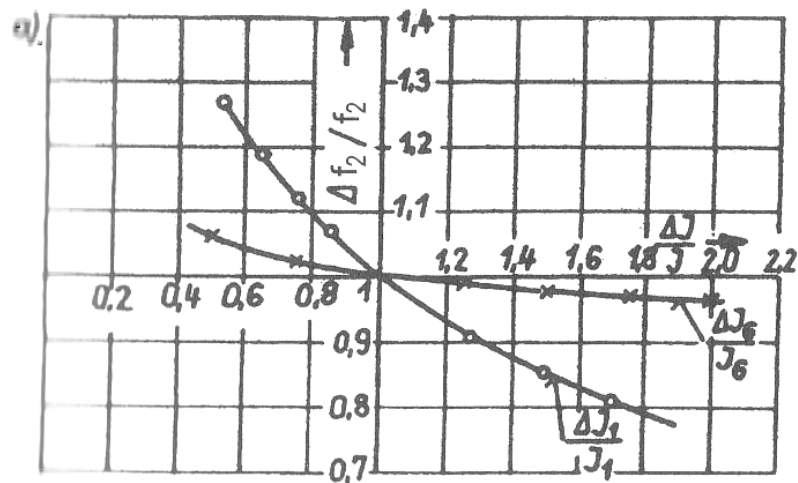
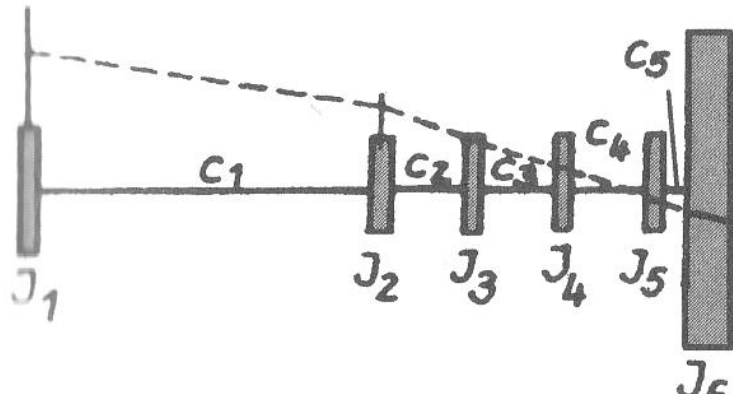
### Eigenfrequenzen und -formen homogener Torsionsschwinger

Fall	Torsionsschwinger mit $n$ gleichen Scheiben	Eigenkreisfrequenzen $\omega_i = 2\pi f_i$	Eigenformen $v_{ki}$
1		$2\sqrt{\frac{c_T}{J}} \sin \frac{i\pi}{2(n+1)}$	$\sin \frac{ki\pi}{n+1}$
2		$2\sqrt{\frac{c_T}{J}} \sin \frac{(2i-1)\pi}{2(2n+1)}$	$\sin \frac{k(2i-1)\pi}{2n+1}$
3		$2\sqrt{\frac{c_T}{J}} \sin \frac{(i-1)\pi}{2n}$	$\cos \frac{(2k-1)(i-1)\pi}{2n}$

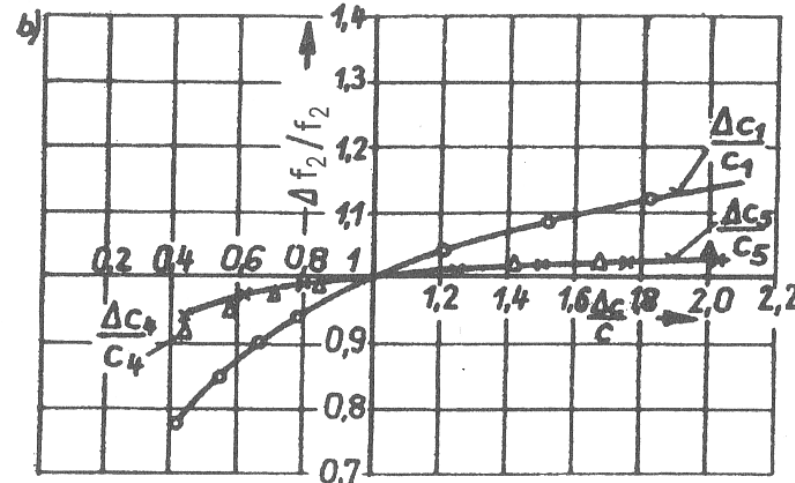


## 4.4 Torsionsschwinger

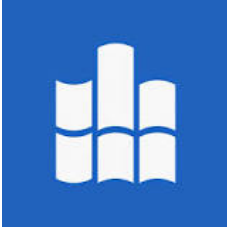
Berechnung der Eigenfrequenzen eines Kolbenmotors (Sensitivitätsanalyse)



Änderung der Massen  $J_1$  und  $J_6$

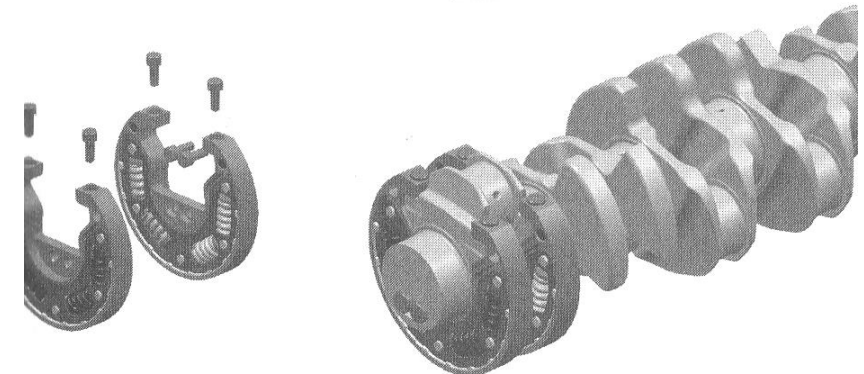
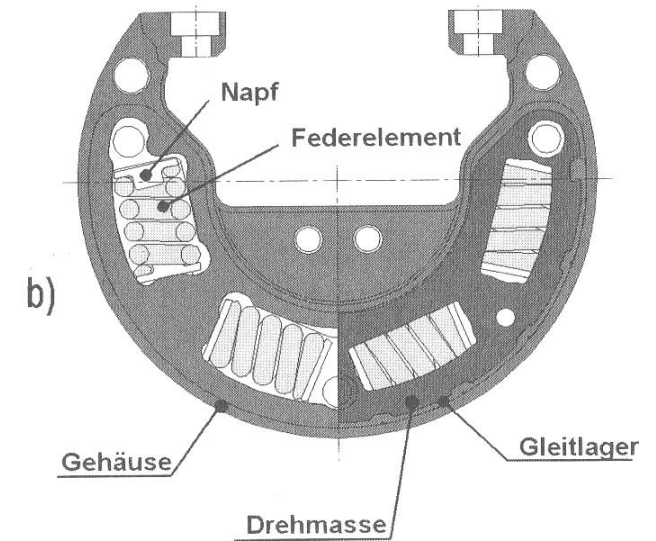
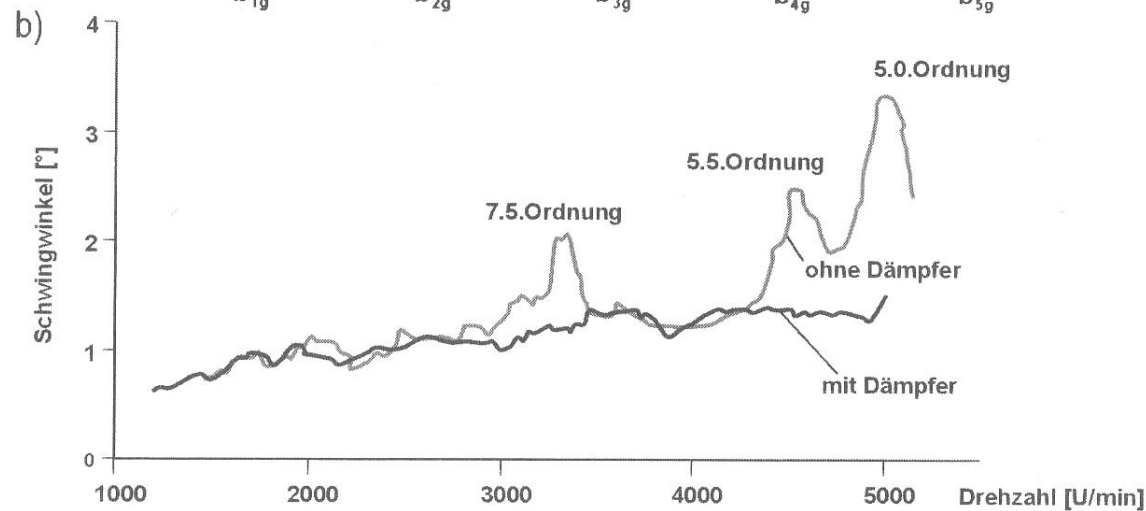
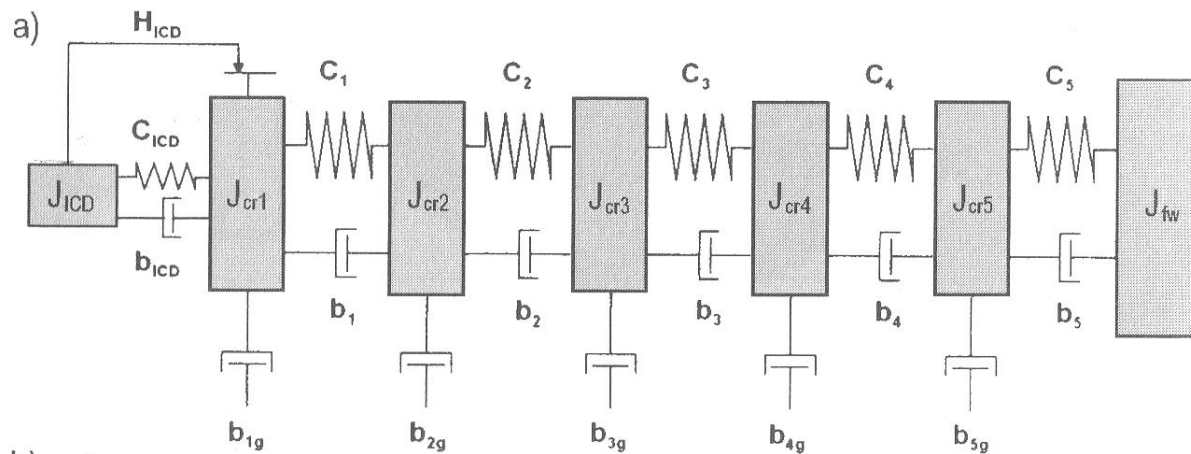


Änderung der Federn  $c_1$  und  $c_5$



# 4.4 Torsionsschwinger

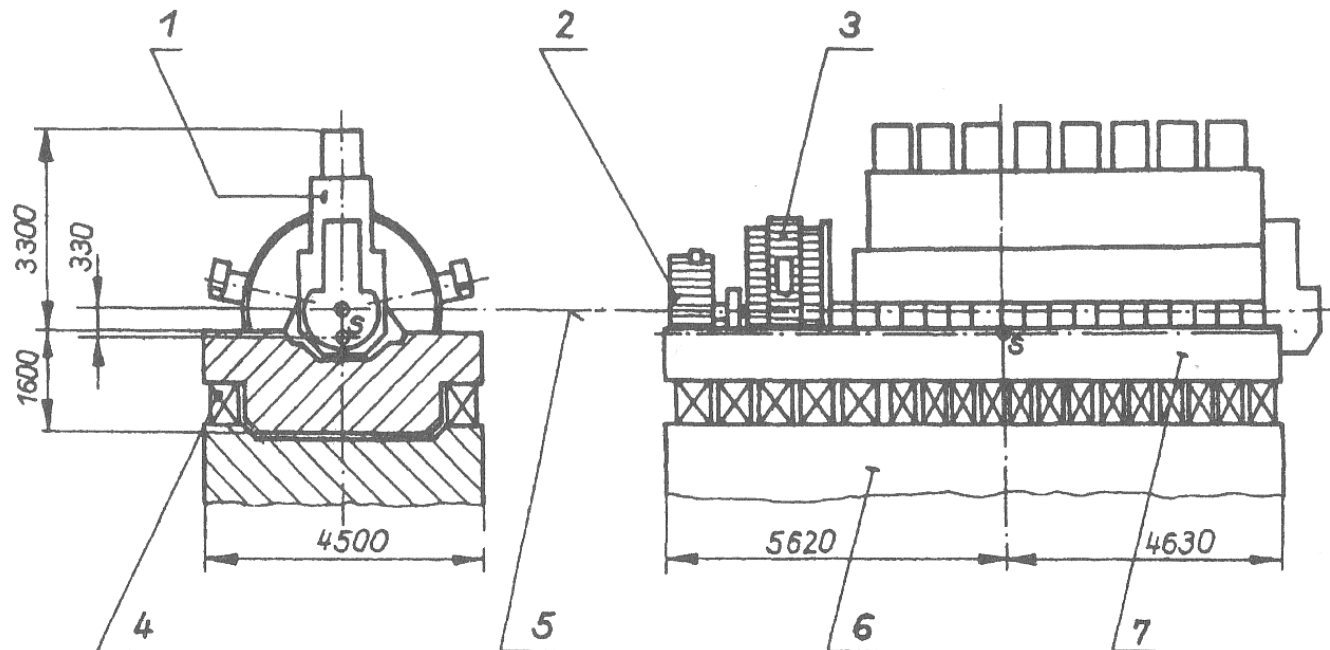
## Interner Kurbelwellendämpfer



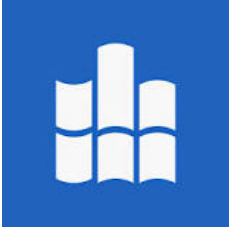
Kurbelwelle mit ICD; a) Simulationsmodell, b) gemessener Schwingwinkel zwischen den beiden Kurbelwellenenden ohne und mit ICD (Quelle: LuK)



## 4.5 Auslegung von Blockfundamenten



Beispiel für ein Blockfundament mit einem Diesel-Spitzenlast-Aggregat  
1 Dieselmotor; 2 Erregermaschine; 3 Generator; 4 Federpakete; 5 Kurbelwellenachse;  
6 Unterfundament; 7 Oberfundament



## 4.5 Auslegung von Blockfundamenten

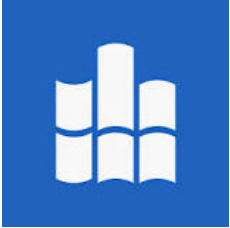
Masse des Betonfundamentes  $m_f$  in Abhängigkeit von der Maschinenmasse  $m_M$ :

- für  $n < 300$  U/min:  $m_f = (5 \dots 10) m_M$
- für  $n > 300$  U/min:  $m_f = (10 \dots 20) m_M$

Fundament auf Boden:

- Federkonstante des Einmassen-Schwingers berechenbar aus Bettungszahl  $C_z$  des Bodens ( $C_z = 2 \dots 15$ )  $10^4$  kN/m<sup>3</sup>
- Bedingung:
  - niedrigste Eigenfrequenz  $f_1$  von Maschine und Fundamentblock groß gegenüber größter Erregungsfrequenz  $f_{err,max}$  ( $f_{err,max}/f_1 \leq 0,2 \dots 0,33$ )





## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

5.1 Überblick über die Strömungsakustik

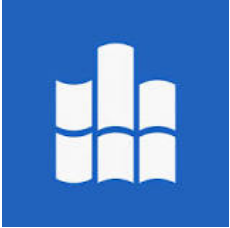
5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

5.3 Modellbildung

5.4 Strahlärm

5.5 Rotorlärm

5.6 Maßnahmen zur Lärmbekämpfung



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.1 Überblick über die Strömungsakustik

### a) Entstehung von Schall durch Strömungen

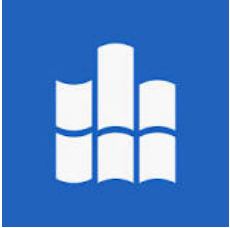
z. B. die Schallerzeugung und Lärmbekämpfung bei Freistrahlen, Reduzierstationen und Sicherheitsventilen, Strahltriebwerken, Schaufelgittern in Strömungsmaschinen, Raketen, Brennern und Feuerungssystemen

### b) Entstehung von Strömungen durch Schall

Akustische Strömungen (stationäre Strömungen) entstehen bei Einspeisung eines energiereichen Schallfeldes in ein Fluid,  
z. B. RAYLEIGHsche Strömung, SCHLICHTINGsche Strömung (am Zylinder);  
Nutzung der Schallschnellen (akustische Schwankungsgeschwindigkeiten), der akustischen Strömungen und der akustischen Turbulenz für akustische Technologien

### c) Beeinflussung akustischer Vorgänge durch Strömungsvorgänge umgekehrt:

z. B. Auftreffen von Schallwellen auf ein Kondensatormikrofon bei überlagerter Luftströmung, Schallabsorption bei porösen Absorbern und Resonanzabsorbern (HELMHOLTZ-Resonatoren, Plattenabsorber) bei überlagerter Luftströmung, Beeinflussung von Verbrennungsprozessen in Brennkammern durch Schallwellen, Querresonanzen in Wärmeübertragern, Schneidentöne, Lochtöne.



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

Zur Kennzeichnung der Umwandlung von mechanischer Leistung  $P_{\text{mech}}$  in akustische Leistung  $P$  wird der strömungsmechanisch-akustische Umsetzungsgrad definiert:

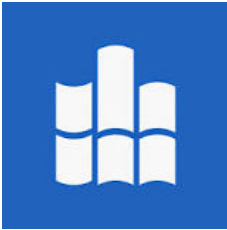
$$\eta_{\text{ak}} = \frac{P}{P_{\text{mech}}} = \frac{\text{abgestrahlte Schalleistung}}{\text{mechanische Strömungsleistung}}$$

Wenn dieser Umsetzungsgrad für eine Strömungsschallquelle bzw. den betreffenden Schallerzeugungsmechanismus bekannt ist, so kann daraus der Schalleistungspegel  $L_W$  berechnet werden:

$$P = \eta_{\text{ak}} P_{\text{mech}}$$

$$10 \lg \frac{P_{\text{ak}}}{P_0} \text{ dB} = 10 \lg \eta_{\text{ak}} \text{ dB} + 10 \lg \frac{P_{\text{mech}}}{P_{m0}} \frac{P_{m0}}{P_0} \text{ dB}$$

$$L_W = 10 \lg \eta_{\text{ak}} \text{ dB} + 10 \lg \frac{P_{\text{mech}}}{P_{m0}} \text{ dB} + 10 \lg \frac{P_{m0}}{P_0} \text{ dB}$$



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

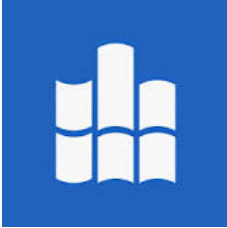
## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

$$\eta_{ak} = \frac{P_{ak}}{P_{mech}}$$

$$L_w = 150 \text{ dB} + 10 \lg \eta_{ak} \text{ dB} + 10 \lg \frac{P_{mech}}{P_{m,0}} \text{ dB}$$

(mit:  $P_{m,0} = 1 \text{ kW}$ )

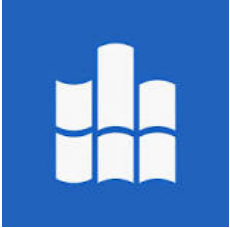
Schallquelle	Umsetzungsgrad $\eta_{ak}$
Kolbenkompressor	$5 \cdot 10^{-3}$
Sinus-Sirene	$5 \cdot 10^{-1}$
Rausch-Sirene	$3 \cdot 10^{-1}$
Ventilatoren	$3 \cdot 10^{-6}$
Wirbellärm-Versuchsschallquellen	$10^{-5} \dots 6 \cdot 10^{-6}$
Dampfturbinen	$10^{-5} \dots 10^{-6}$
Kleingasturbine (Ansaug, Abgas, Gehäuse)	$10^{-4} \dots 10^{-6}$
turbulente Grenzschicht	$(6,5 \dots 20) \cdot 10^{-5} \text{ Ma}^3$
Freistrah	$10^{-4} \text{ Ma}^5 \quad (\text{Ma} < 1)$
Tyfon	$10^{-1}$
Pulsotriebwerk	$(1 \dots 2) \cdot 10^{-2}$
Schiffsschraube (Wasserschall)	
- nicht kavitierend	$10^{-8} \dots 10^{-9}$
- kavitierend	$10^{-7}$
Verbrennungsvorgang	$8 \cdot 10^{-8}$



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

Schallquelle	Schalleistungspegel in dB
Lüftungsgitter	40 ... 70
Aerodynamische Vergleichsschallquellen (Wirbellärmquellen)	90
Kraftstoffschleuder	90 ... 105
Vakuum-Verdampferanlagen, Dampfstrahl-Kühlanlagen	85 ... 115
Druckluftdüsen	90 ... 110
Strömungsgetriebe, Strömungskuppungen	90 ... 115
Ventilatoren, Lüfter	90 ... 120
Kreiskolbengebläse (Gehäuse)	95 ... 115
Radialkolbenpumpen, Axialkolbenpumpen, Luftkühler	105 ... 110
Pneumatisch betriebene Maschinen (Abblasstutzen)	110



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

Turbulenter Freistrah: z. B. Abblasvorgänge, Dampfsicherheitsventile, Druckluftschalter, Strahltriebwerke, Druckluftdüsen, undichte Flansche bei Gas-Druckleitungen  
Schalleistung

$$P \sim k\rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{U_0^8}{c_0^5}$$

mit:  $U_0$  Düsenaustrittsgeschwindigkeit.

$D$  Durchmesser Düsenaustritt

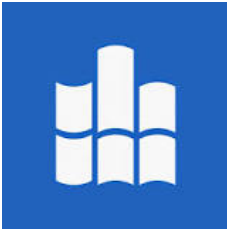
$k$  empirisch ermittelter Proportionalitätsfaktor von  $k = (0,2...1) 10^{-4}$

mit mechanischer Leistung des Strömungsvorganges

$$P_{\text{mech}} = \frac{1}{2} \rho \frac{\pi D^2}{4} U_0^3$$

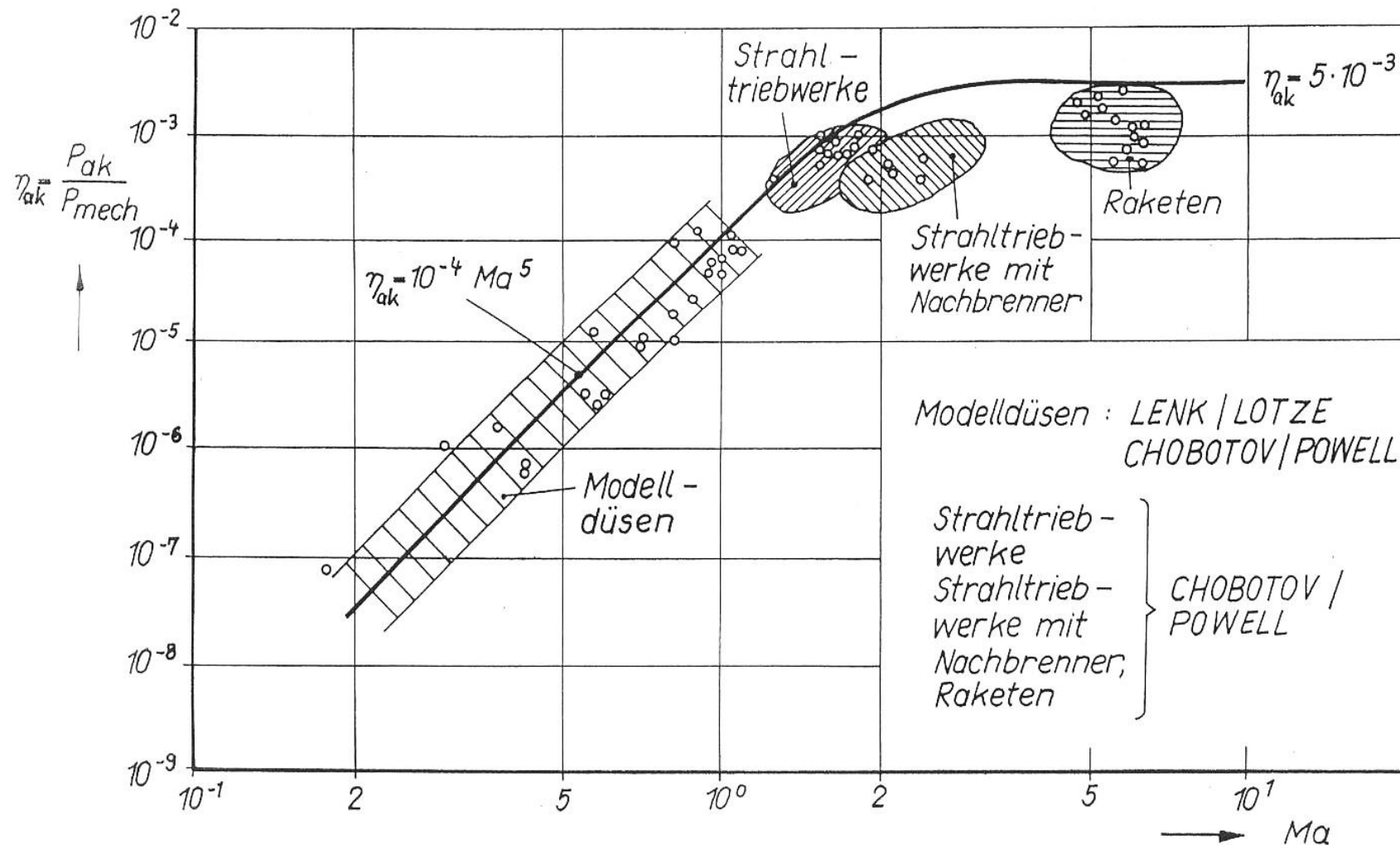
akustischer Umsetzungsgrad  $\eta_{\text{ak}} = P/P_{\text{mech}}$

$$\eta_{\text{ak}} = 2k \left( \frac{U_0}{c_0} \right)^5 = 2k \text{Ma}^5 \approx 10^{-4} \text{Ma}^5$$

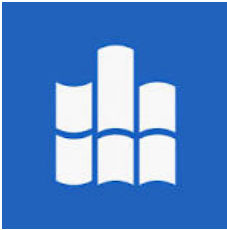


# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele



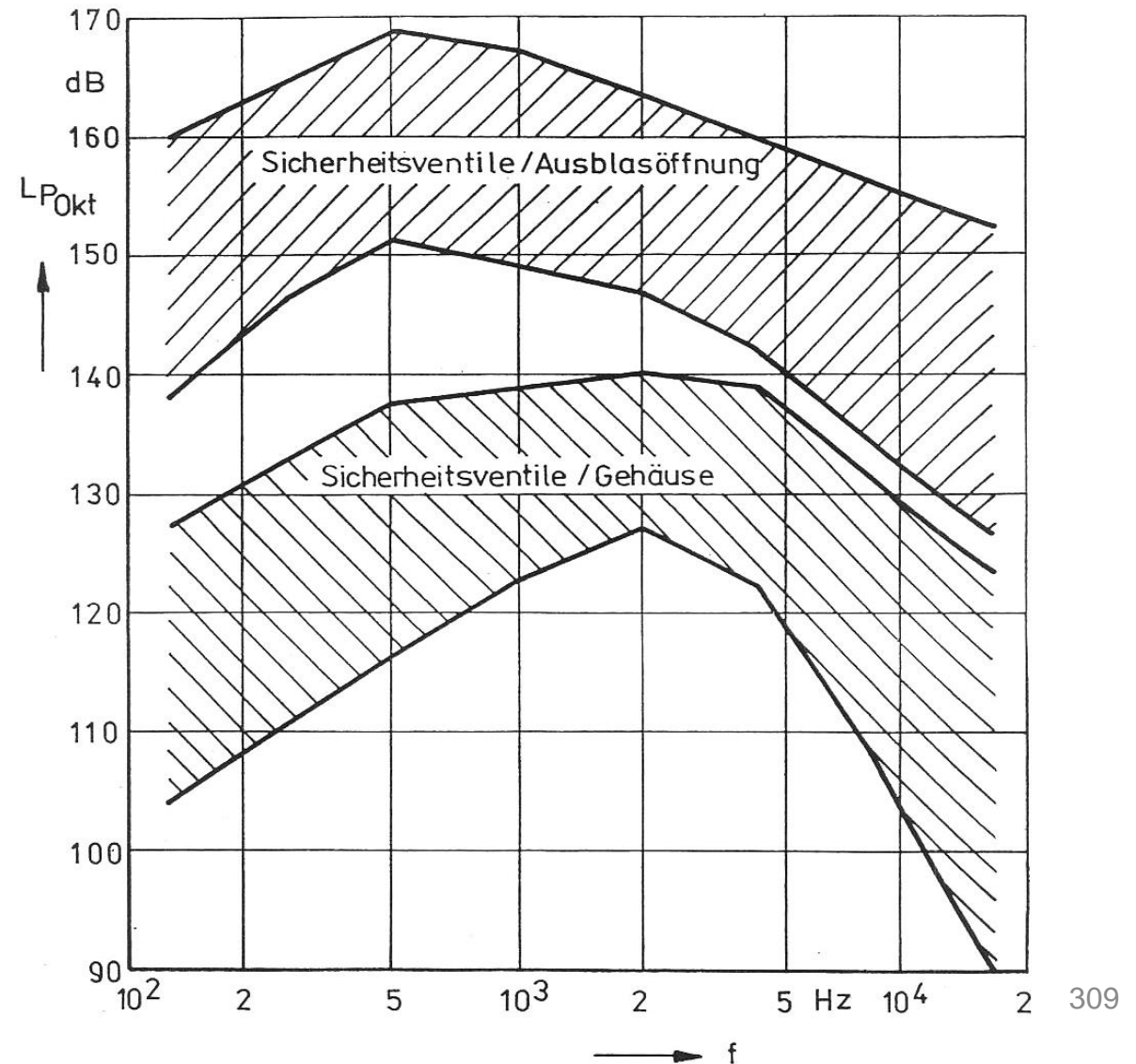
Strömungsmechanisch-akustischer Umsetzungsgrad des Freistrahls



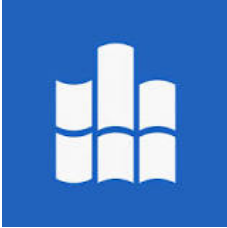
# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

Abgestrahlte Schalleistung  
für Sicherheitsventile  
in Kraftwerken





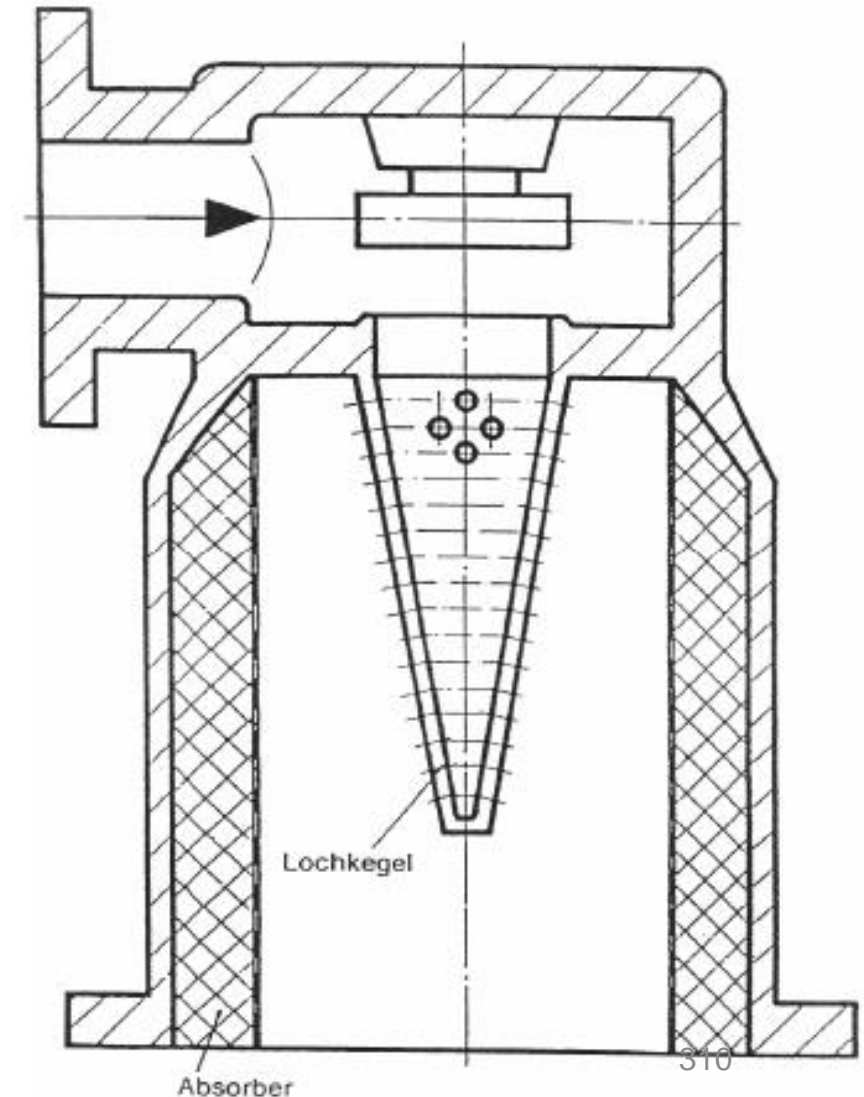


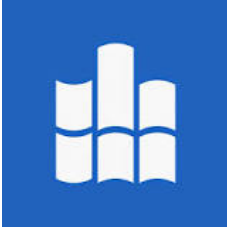
## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

#### Lärminderung an einem Ventil (nach DETSCH u. a.)

- Lärminderung durch
- Lochkegel 16 dB,
  - Absorber zusätzlich 10 dB



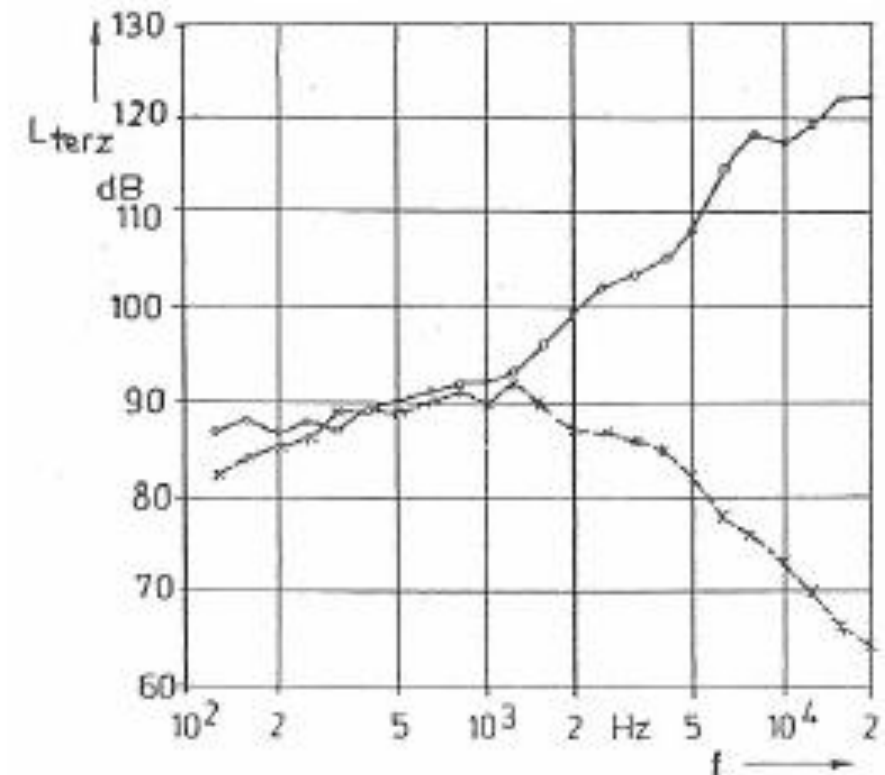


# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

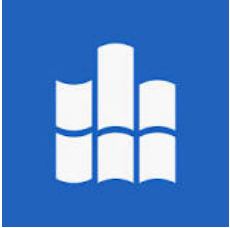
Lärmquelle strömendes Medium in Rohrleitungen bei Undichtigkeiten und Einschnürungen

Beispiel eines undichten Vorwärmers (Lärmquelle: Freistrahl).



—○— undichter Vorwärmer  
--x-- Vorwärmer im Originalzustand

Meßabstand: 1m



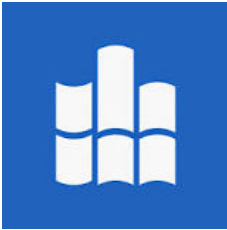
# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

Die Hauptlärmquelle bei Raketen ist der heiße, stark turbulente Düsenstrahl.

Beim Start von Weltraumraketen werden Schalleistungen erzeugt, die in der Größenordnung der Leistungen von Kraftwerken liegen: bis 1000 MW ( 210 dB Schalleistungspegel!).

Diese hohen Schalleistungen führen z.B. in 20 km Entfernung vom Startplatz noch zu Schalldruckpegeln von über 100 dB.

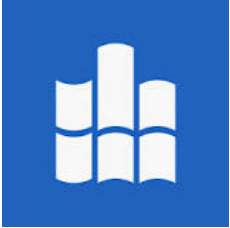


# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

Schallfeldgrößen in Fluiden:

Schalldruckpegel	20 dB	120 dB	145 dB
Praktische Situation	Wohnraum nachts, geschlossene Fenster, ruhige Wohnlage	Kesselschmiede, Stahlbau Flughafen, Beatkonzert	Strahltriebwerke, Schallreinigung (innerhalb des Kessels)
Schalldruck	$2 \cdot 10^{-4}$ Pa	20 Pa	360 Pa
Schallschnelle	$5 \cdot 10^{-7}$ m/s	0,05 m/s	1 m/s
Schallintensität	$10^{-10}$ W/m <sup>2</sup>	1 W/m <sup>2</sup>	300 W/m <sup>2</sup> (linear betrachtet)



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

Bei sehr großen Schallamplituden müssen auch nichtlineare Effekte berücksichtigt werden. Dabei zeigt sich der (auch physikalisch nachweisbare) Effekt, dass infolge der Einspeisung eines Schallfeldes, also eines instationären Strömungsfeldes, in der eigentlichen Strömung eine zusätzliche stationäre Strömung entsteht. Das sind die so genannten akustischen Strömungen, z.B.

- im KUNDTschen Rohr die sog. RAYLEIGHschen Strömungen,
- an schwingenden bzw. beschallten Platten (Membranen) die sog. akustischen Nahfelder,
- an schwingenden bzw. beschallten Zylindern, Kugeln und Gasblasen (in Flüssigkeiten), bei Zylindern die sog. SCHLICHTINGschen Strömungen:

Neben den linearen akustischen Wirkungen und den stationären akustischen Strömungen sind weitere Effekte durch die eingespeiste Schallenergie möglich:

- akustische Turbulenz, akustisch verursachte Stoßwellen
- akustisch verursachte Kraftwirkungen auf Partikel
- akustisch verursachte Schwingungen von Bauteilen.

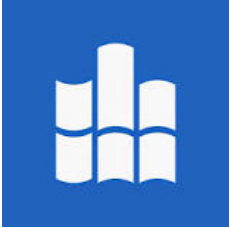


# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

Sichtbarmachung SCHLICHTINGscher  
akustischer Strömungen





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.2 Entstehung von Schall durch Strömungen, Beispiele

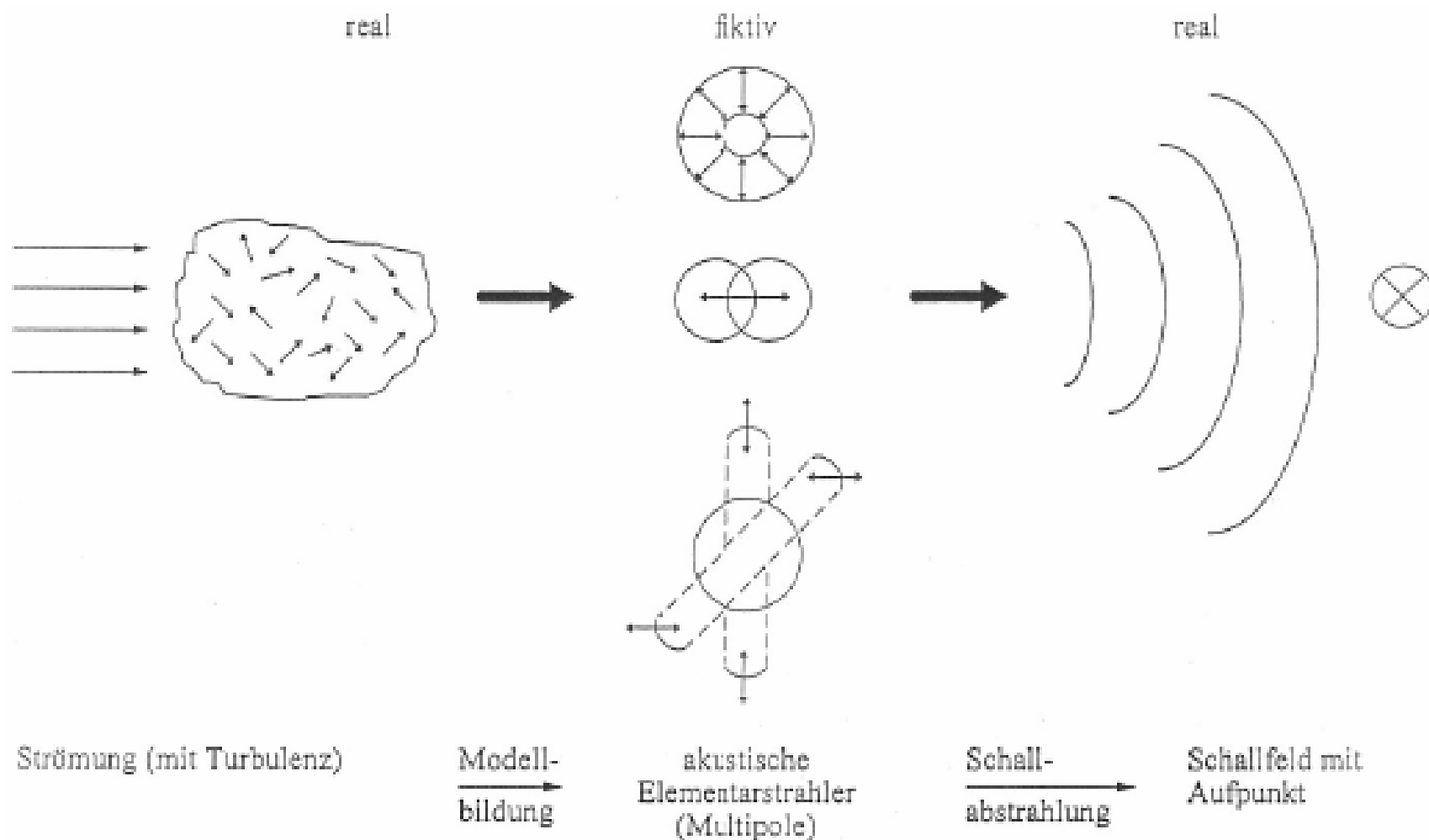
Die mit der Einspeisung von Schall beeinflussbaren Prozesse sind u. a. folgende:

- Optimierung von Brennstoffzellen
- Erhöhung des Wärmeüberganges bei Wärmeübertragern durch Beschallung, Verbesserung der Kühlung von Walzgut in Walzwerken
- Akustische Agglomeration von Feinstpartikeln in feststoffbeladenen Gasströmungen, z. B. Aschepartikel in Rauchgasströmungen
- Akustische Beeinflussung von Flammen, z. B. Kohlenstaubflamme im Dampferzeuger
- Akustische Beeinflussung von Stoffübergangsprozessen, z. B. Trocknung, Kondensation

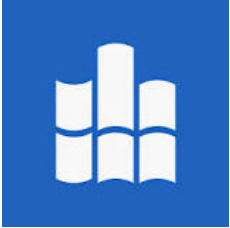


# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.3 Modellbildung

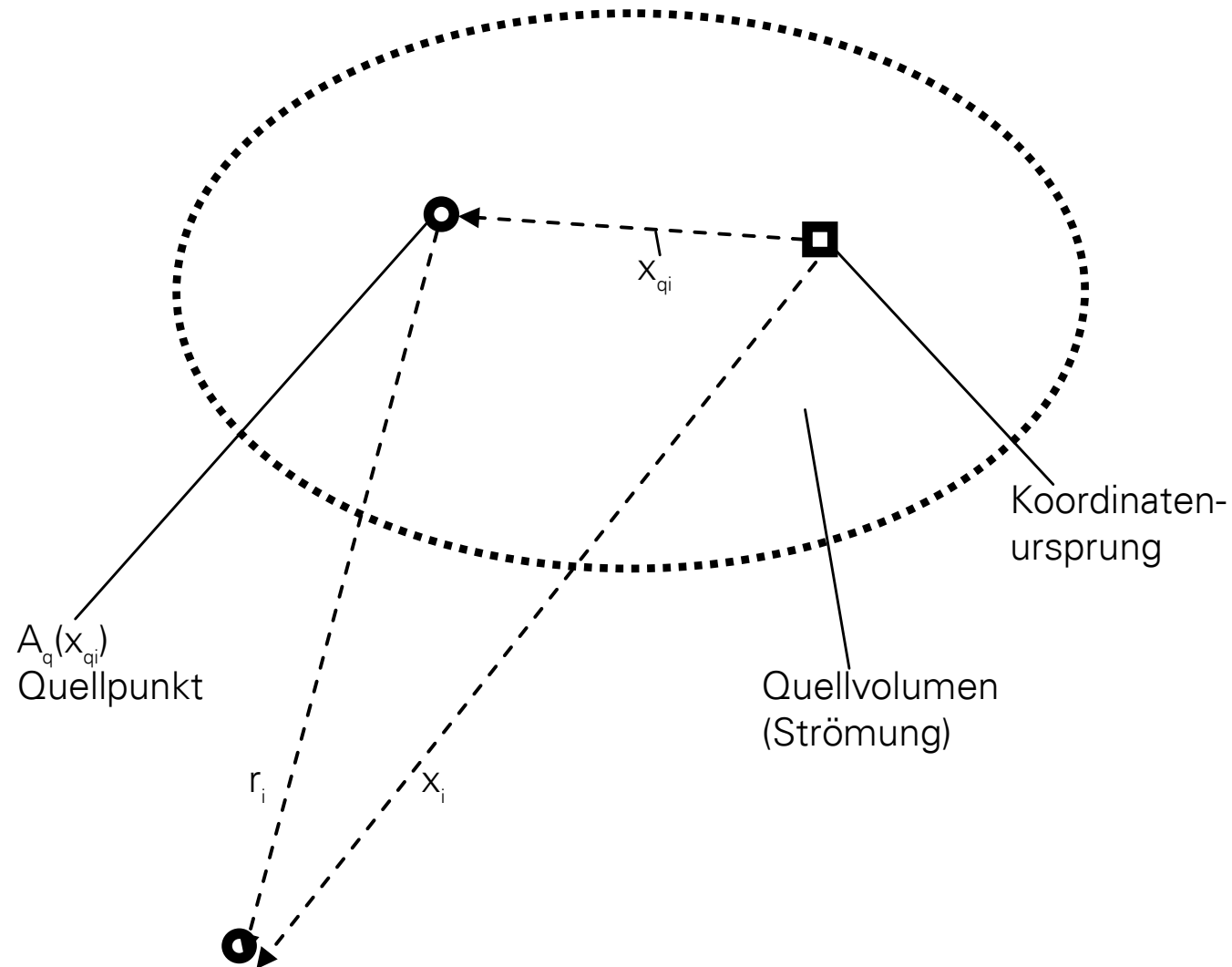




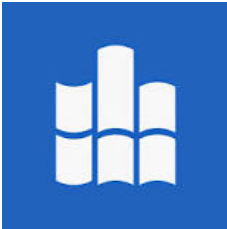


# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.3 Modellbildung

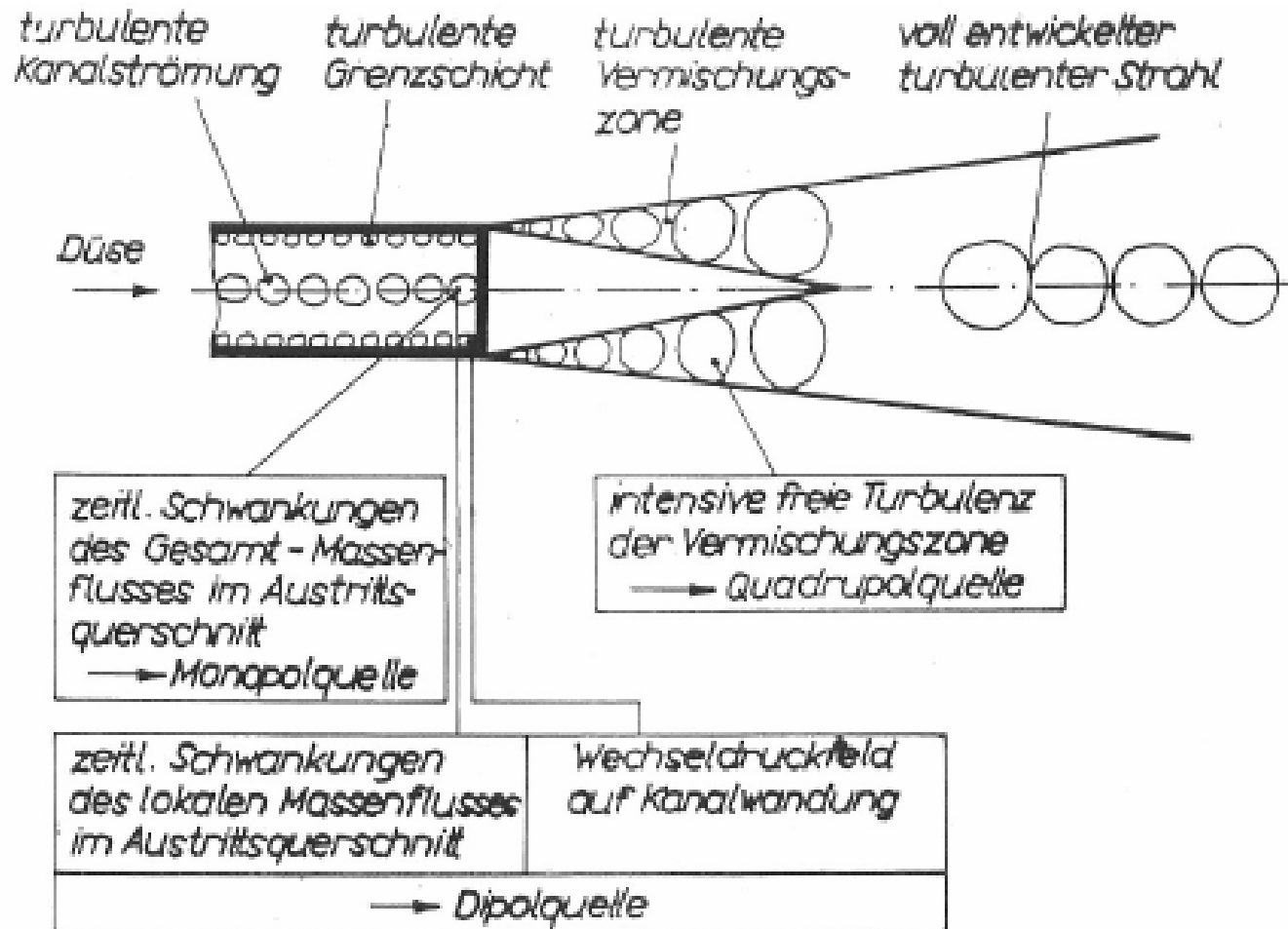


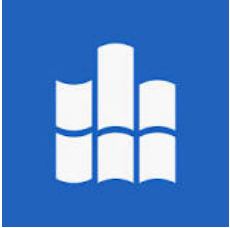
$A(x_i)$  Aufpunkt, außerhalb der Strömung, im Strahlungsbereich



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.4 Strahlärm





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.4 Strahlärm

Für den Vergleich dieser Schallentstehungsmechanismen folgt aus Abschätzungen zur Schalleistung und zum strömungsmechanisch-akustischen Umsetzungsgrad, dass

- im Bereich der MACH-Zahlen  $Ma < 0,25$  Monopol- und Dipolabstrahlung vorherrschen,
- im Bereich  $0,25 < Ma < 0,8$  je nach Art und Stärke der Schwankungen in der Strömung (im Düsenaustrittsquerschnitt) jeweils die Monopol-, Dipol- oder Quadrupolabstrahlung überwiegend ist,
- im Bereich  $Ma > 0,8$  die Schallabstrahlung des Quadrupolmechanismus, d. h. der Turbulenz und der Scherströmungen, vorwiegend in der Vermischungszone des Freistrahls, dominiert.

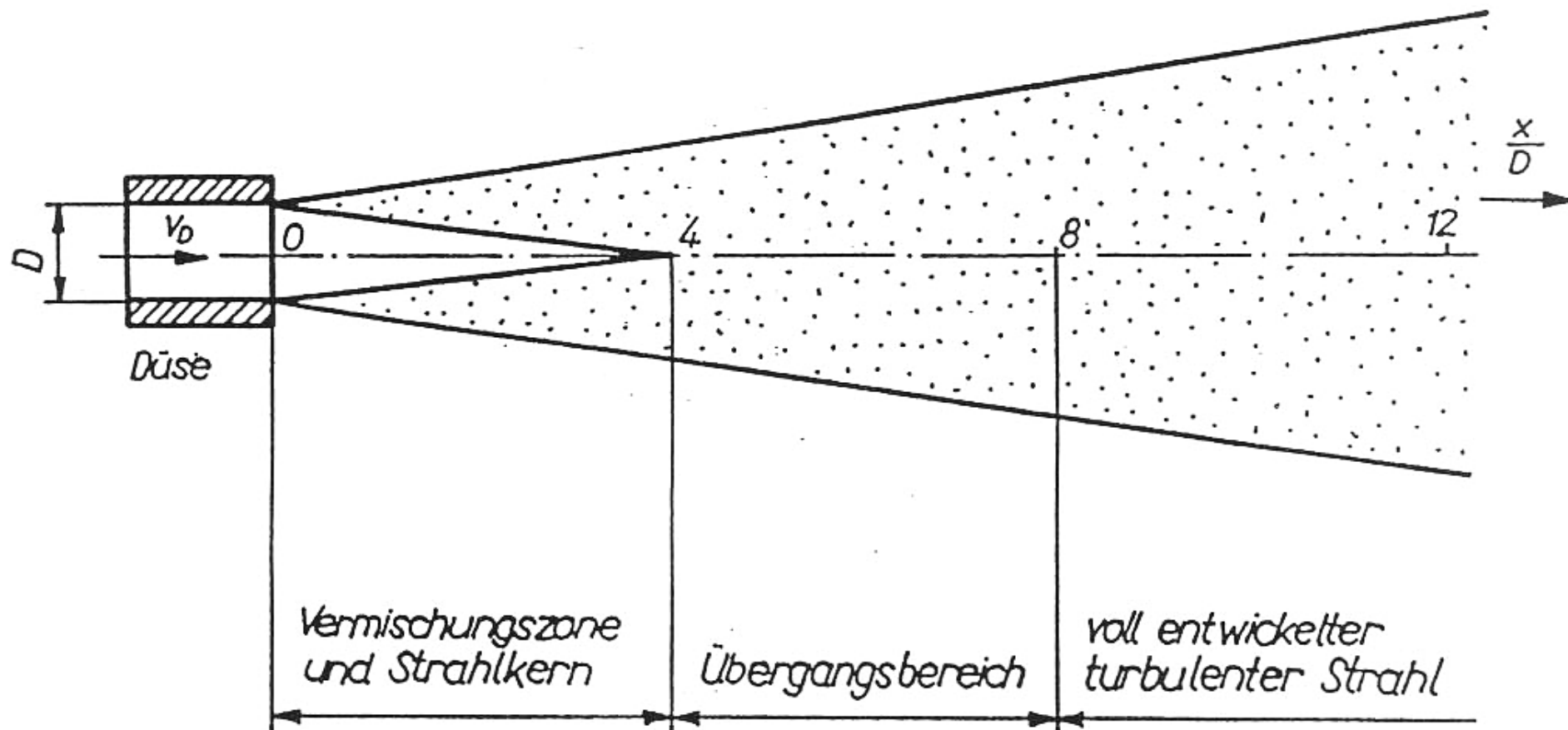
Das Phänomen Strahlärm, d. h. die Quadrupolabstrahlung, kann also im Bereich  $Ma > 0,25$  erwartet werden.

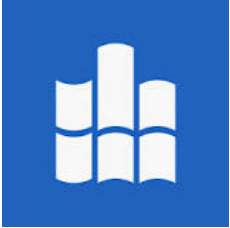


## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.4 Strahlärm

Für den Unterschallbereich ( $Ma < 1$ ) und große REYNOLDS-Zahlen ( $Re > 10^5$ ) zeigt das folgende Bild die charakteristischen Strahlzonen:





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.4 Strahlärm

Charakteristische Strahlzonen:

- Strahlkern bis

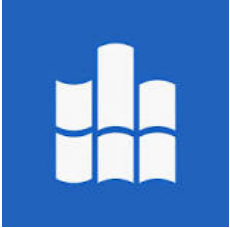
$$\frac{x}{D} \approx 4$$

- Übergangsbereich

$$4 < \frac{x}{D} < 8$$

- voll entwickelter turbulenter Strahl

$$\frac{x}{D} > 8$$



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.4 Strahlärm, Richtcharakteristik

Die Richtcharakteristik des Strahlärms hat drei physikalische Ursachen:

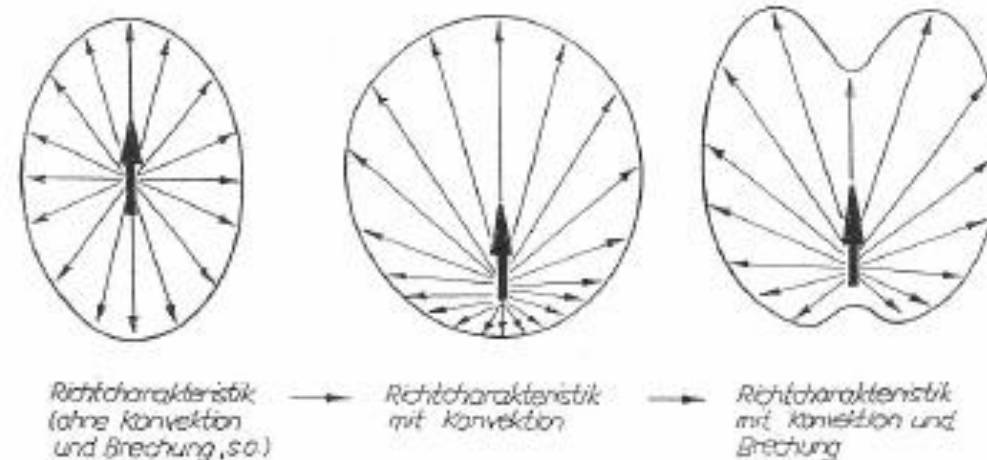
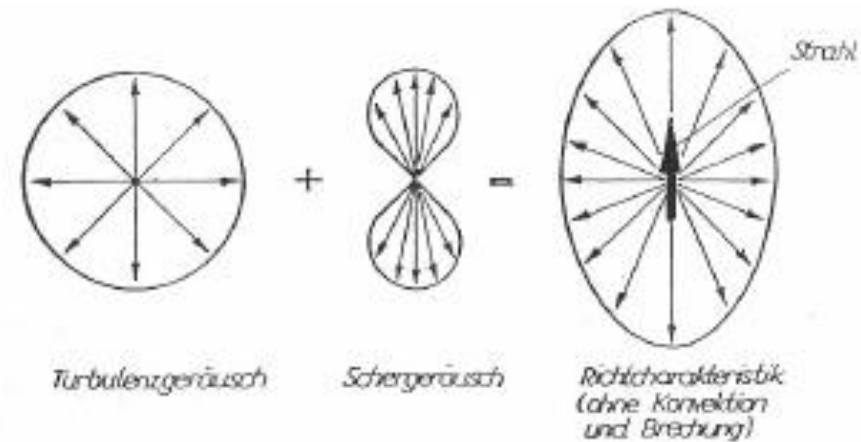
- Turbulenz- und Schergeräusche
- Konvektion der Schallquellen
- Brechung der Schallwellen

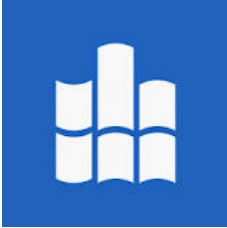
Der Winkel maximaler Schallabstrahlung, bezogen auf die Strahlachse, beträgt bei tiefen Frequenzen ca.  $30^\circ$ , bei hohen Frequenzen ca.  $50^\circ$ .



# 5. Strömungsmechanische Geräusentstehung

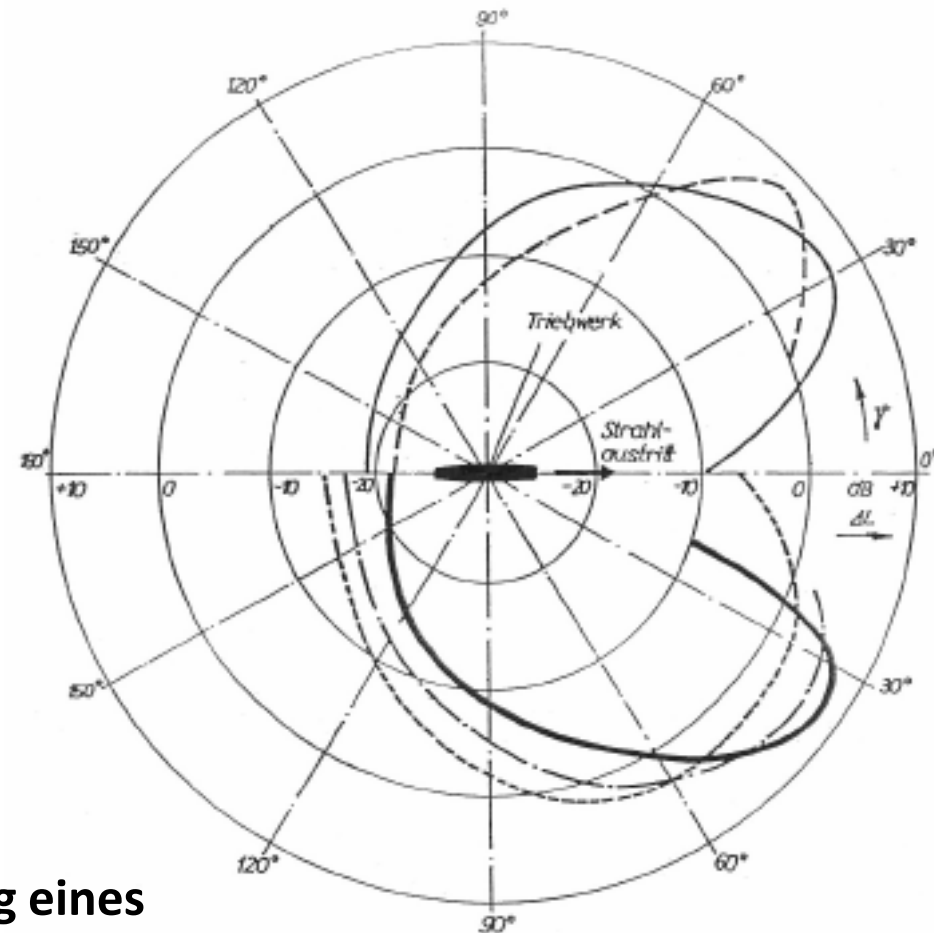
## 5.4 Strahlärm, Richtcharakteristik





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.4 Strahlärm, Richtcharakteristik



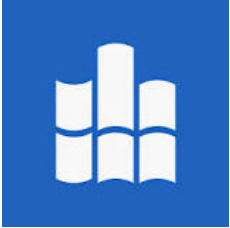
**Richtcharakteristik der Schallabstrahlung eines Strahltriebwerkes**

(nach v. Gierke)

Oktavbandbreite

—	37,5	–	75	Hz
- - -	150	–	300	Hz
· · · · ·	600	–	1200	Hz
· · · · ·	2400	–	4800	Hz
—	Gesamtschalldruckpegel			





## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.4 Strahlärm, Schallquellenverteilung

Der Freistrahler wird in einzelne, längs der Strahlachse  $x$  „aufgefädelt“ Strahlscheiben der Breite  $dx$ , unterteilt. Für die abgestrahlte Teilschallleistung  $dP$  je Strahlscheibe  $dx$  gilt:

Vermischungszone: 
$$\frac{dP}{dx} \sim \frac{\rho_0}{c_0^5} \bar{v}_D^8 D$$

$\Rightarrow$  d. h.  $\frac{dP}{dx}$  ist von  $x$  unabhängig!

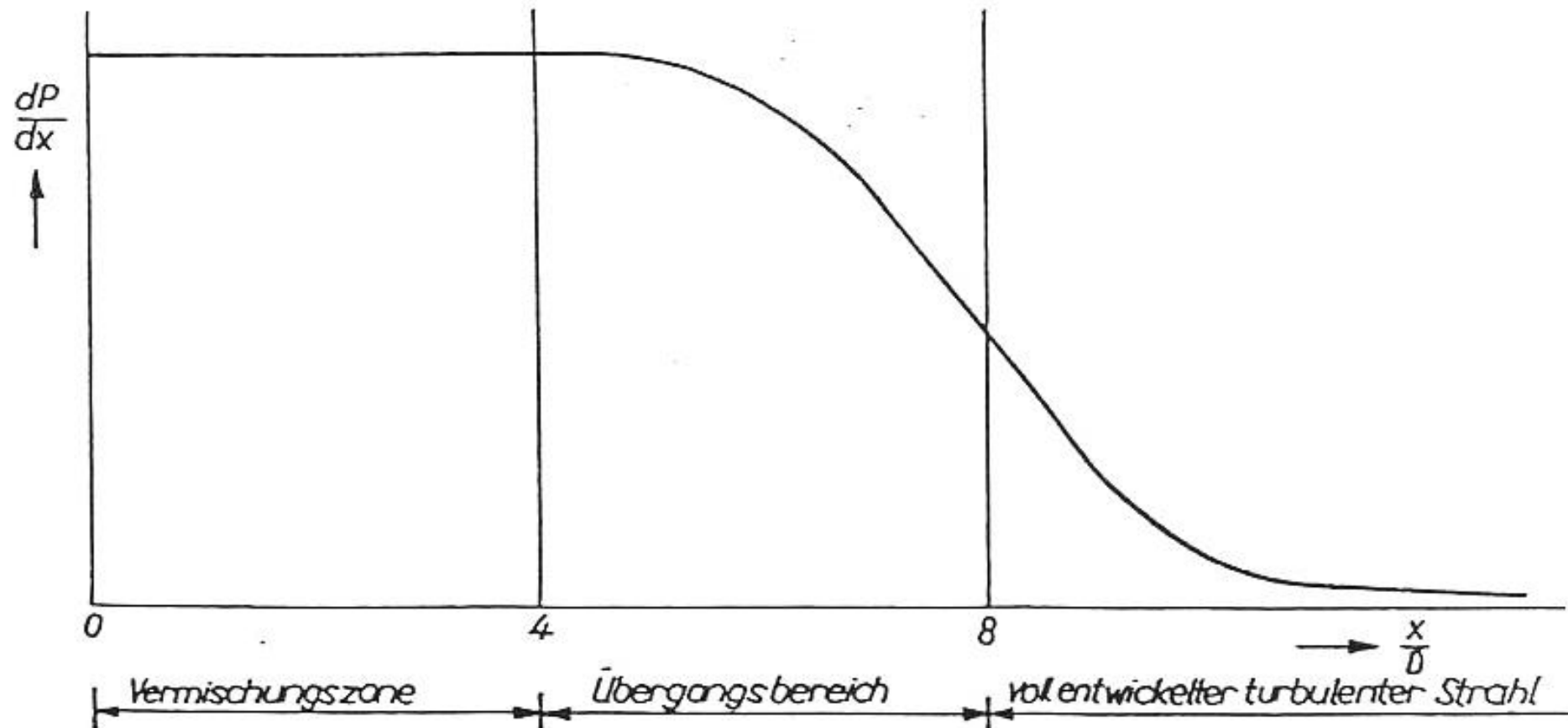
turbulenter Strahl: 
$$\frac{dP}{dx} \sim \frac{\rho_0}{c_0^5} \bar{v}_D^8 \left( \frac{x}{D} \right)^{-7}$$

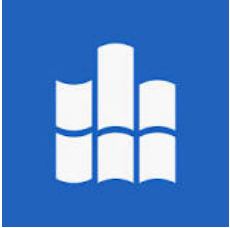
$\Rightarrow$  d. h.  $\frac{dP}{dx} \sim x^{-7}$



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.4 Strahlärm, Schallquellenverteilung





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.4 Strahlärm, Schalleistung

$$P = k \frac{\rho_q^2}{\rho_0 c_0^5} \bar{v}_D^8 S_D$$

mit:  $k = (2 \dots 10) \cdot 10^{-5}$

empirisch ermittelte Proportionalitätskonstante,  
(obere Grenze des Zahlenwertes bei hoher An-  
fangsturbulenz verwenden)

$$\rho_q$$

Dichte des ausströmenden Gases

$$\rho_0$$

Dichte des Umgebungsfluids

$$c_0$$

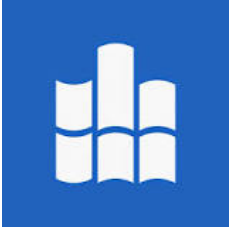
Schallgeschwindigkeit im Umgebungsfluid

$$\bar{v}_D$$

mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Düsen-  
austrittsquerschnitt Schallgeschwindigkeit

$$S_D = \frac{\pi}{4} D^2$$

Düsenaustrittsfläche



## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.4 Strahlärm, Schalleistung in Pegelschreibweise (für normale Umgebungsbedingungen)

$$L_W = (-51 \pm 3) \text{ dB} + 20 \lg \frac{\rho_q}{\rho_{q0}} \text{ dB} + 80 \lg \frac{\bar{v}_D}{v_0} \text{ dB} + 10 \lg \frac{S_D}{S_0} \text{ dB}$$

mit den Bezugswerten:  $\rho_{q0} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

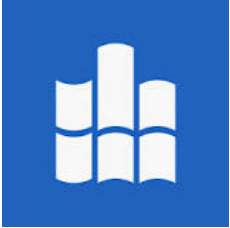
$$v_0 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$S_0 = 1 \text{ m}^2$$

Gültigkeit:

- im Unterschallbereich, für  $Ma = \frac{\bar{v}_D}{c_0} \leq 1$
- bei Strömungen ohne Verdichtungsstöße auch bis  $Ma < 1,5$

für  $Ma > 1,5$   $P \sim \bar{v}_D^3$



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.4 Strahlärm, Schalleistung in Pegelschreibweise (für normale Umgebungsbedingungen)

Aus der Definition des Umsetzungsgrades (siehe oben) folgt mit der Beziehung für die Schalleistung des Strahlärms

$$\eta_{ak} = 2k Ma^5$$

und mit Einsetzen der empirischen Konstanten  $k$

$$\eta_{ak} \approx 10^{-4} Ma^5 .$$

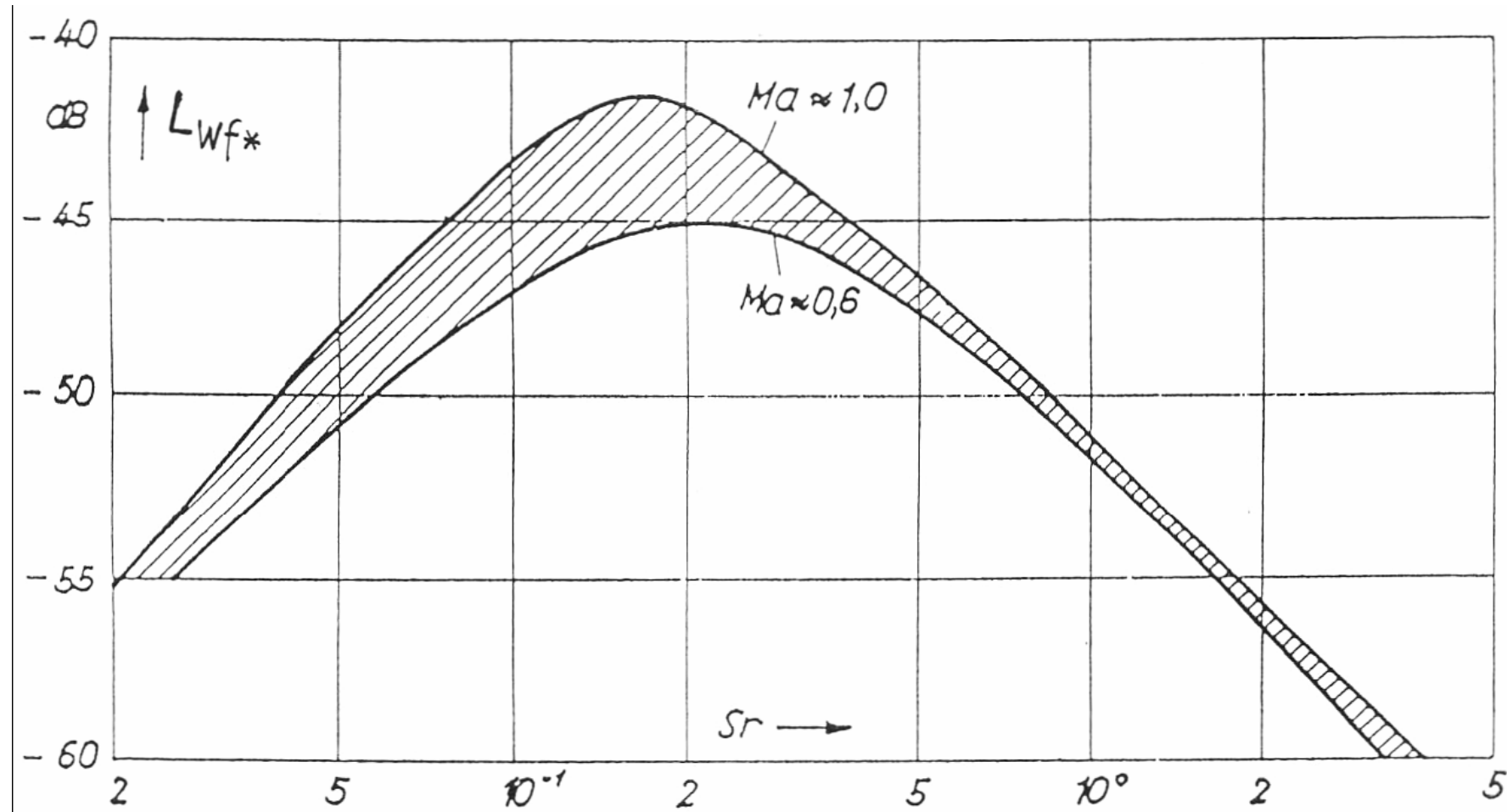
Bei Kenntnis dieses Umsetzungsgrades (es muss nur die Düsenaustrittsgeschwindigkeit bekannt sein) kann damit der Schalleistungspegel des Freistrahls berechnet werden

$$L_w = 10 \lg \eta_{ak} \text{ dB} + 10 \lg \frac{P_{\text{mech}}}{P_{m0}} \text{ dB} + 150 \text{ dB} .$$

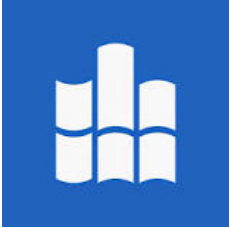


## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.4 Strahlärm, Spektrale Verteilung der Schalleistung



$$L_{Wf*} = L_{Wf} - 30 \lg \frac{D}{D_0} \text{ dB} - 70 \lg \frac{\bar{v}_D}{v_0} \text{ dB}$$



## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.4 Strahlärm, Spektrale Verteilung der Schalleistung

$$L_{Wf*} = L_{Wf} - 30 \lg \frac{D}{D_0} \text{ dB} - 70 \lg \frac{\bar{v}_D}{v_0} \text{ dB}$$

$$\text{mit: } L_{Wf} = L_{W\Delta f} - 10 \lg \frac{\Delta f}{f_0} \text{ dB}$$

Pegel der spektralen Schalleistungsdichte

für Terzbandbreiten:

$$\Delta f_{\text{terz}} = 0,23 \cdot f_{\text{m,terz}}$$

für Oktavbandbreiten:

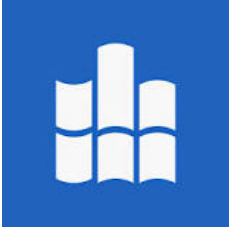
$$\Delta f_{\text{oct}} = 0,71 \cdot f_{\text{m,oct}}$$

Bezugswerte:  $D_0 = 1 \text{ m}$

$$v_0 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Sr} = \frac{f D}{\bar{v}_D}$$

STROUHAL-Zahl



## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.4 Strahlärm, Spektrale Verteilung der Schalleistung

Maximum der Schallenergie des Strahlärms bei der STROUHAL-Zahl

$$Str = \frac{f d}{\bar{v}_D} \approx 0,18 \dots 0,22$$

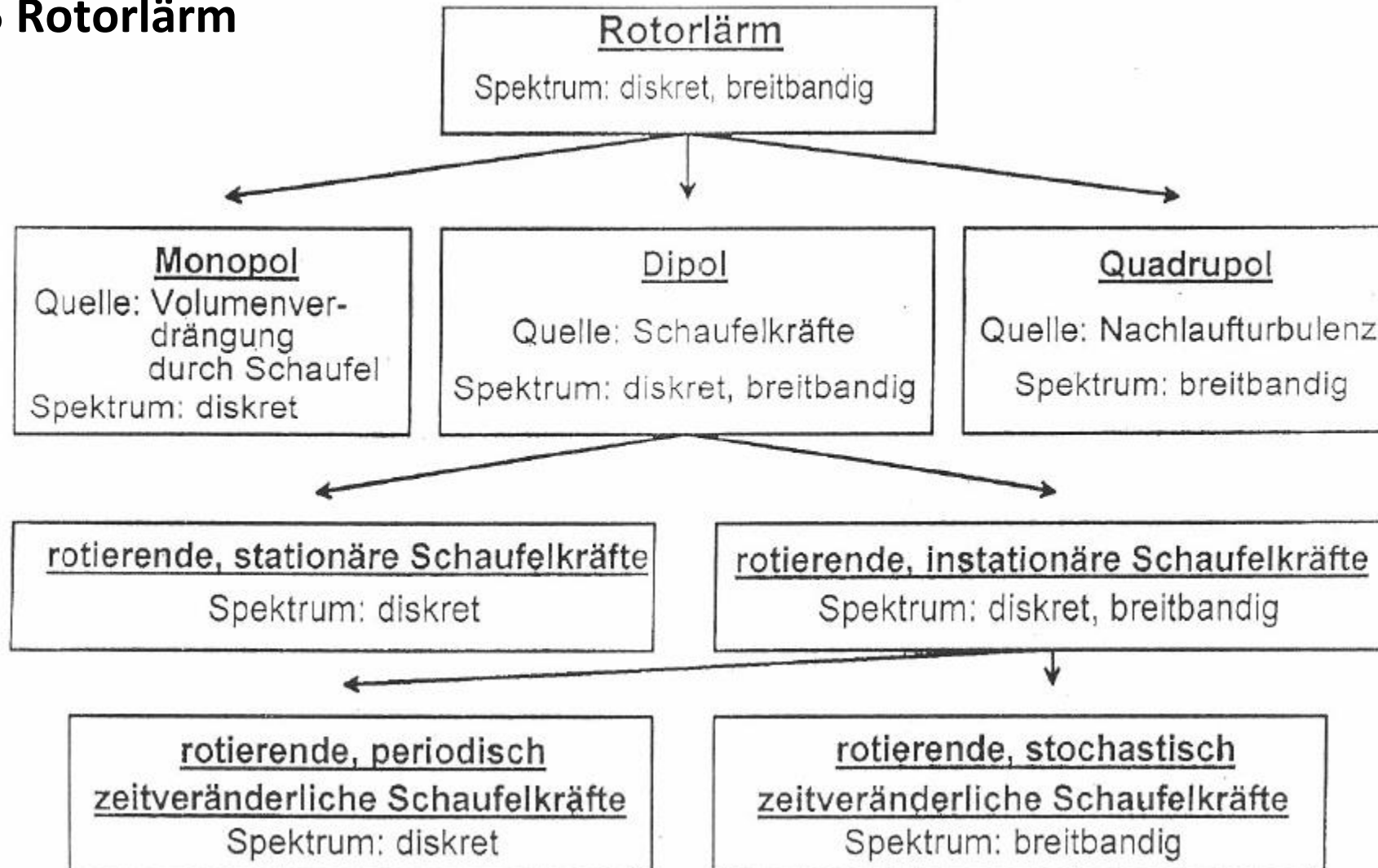
damit Abschätzung der Frequenz mit der maximalen Schallenergieabstrahlung für einen beliebigen Strahlärmvorgang möglich

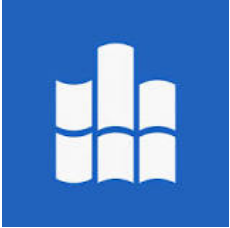




# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.5 Rotorlärm





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.5 Rotorlärm, strömungsmechanische Leistung eines Ventilators

$$P_{\text{mech}} = \Delta p_{\text{ges}} \dot{V}$$

strömungstechnische Parameter des Ventilators:

- Volumenstrom  $\dot{V}$
- Gesamtdruckerhöhung  $\Delta p_{\text{ges}}$ .

mechanischen Wirkungsgrad  $\eta_{\text{mech}}$  eines Ventilators

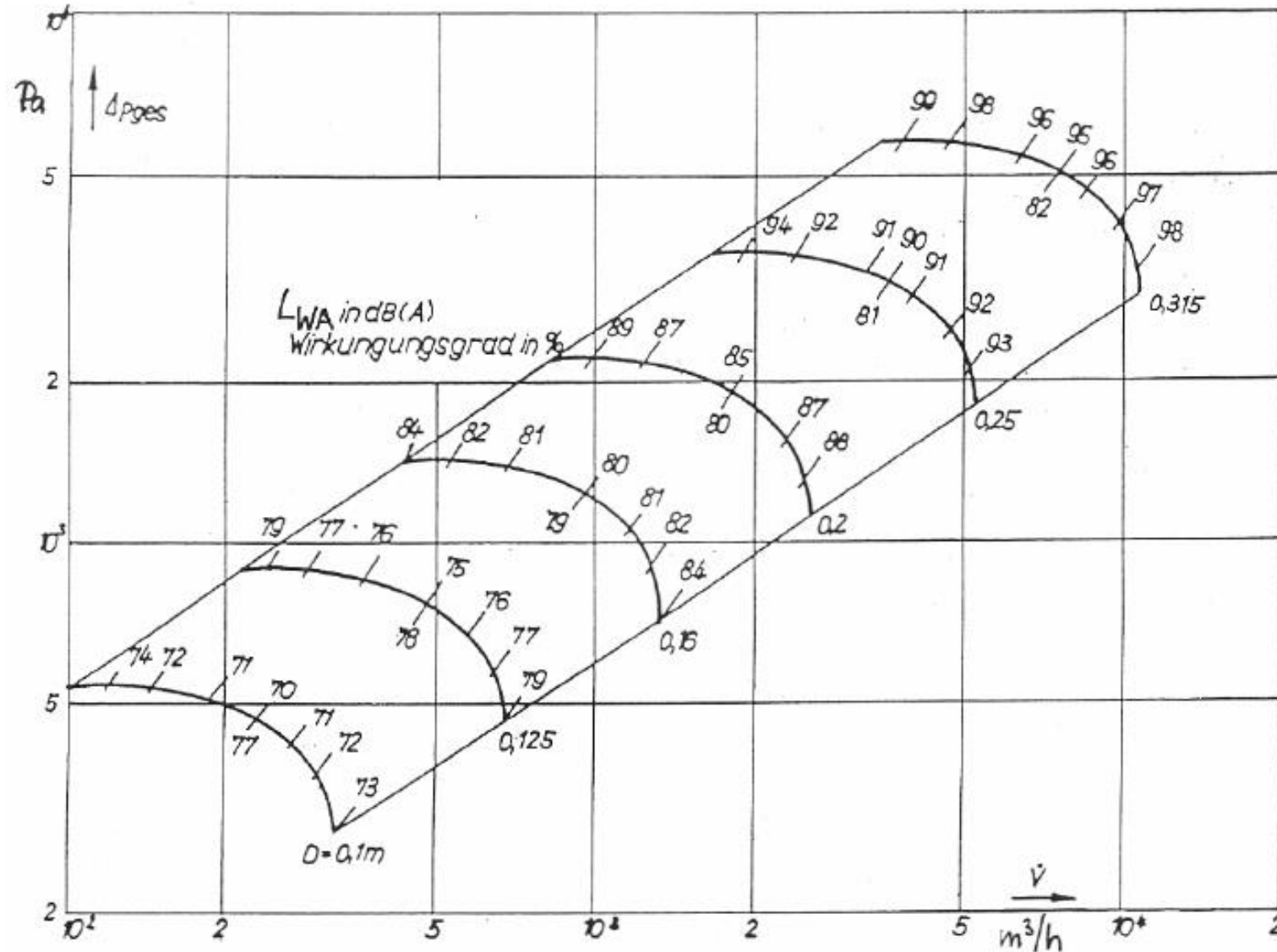
$$\eta_{\text{mech}} = \frac{\Delta p_{\text{ges}} \dot{V}}{P_{\text{w}}}$$

- zugeführte Wellenleistung am Laufrad  $P_{\text{w}}$



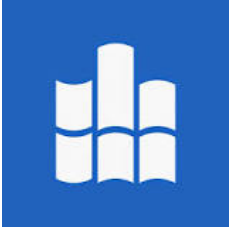
# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.5 Rotorlärm, Kennlinienfeld eines Ventilators



$D$  Rotordurchmesser

$n = 2900 \text{ min}^{-1}$



## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.5 Rotorlärm, Kennlinienfeld eines Ventilators

bei

- geometrisch ähnlichen Ausführungen
- gleichen Fluidichten
- gleichen REYNOLDS-Zahlen

gilt mit Proportionalitätsgesetzen für Kennlinienfelder von Ventilatoren:

$$\dot{V} \sim nD^3 \sim uD^2$$

$$\Delta p_{ges} \sim n^2 D^2 \sim u^2$$

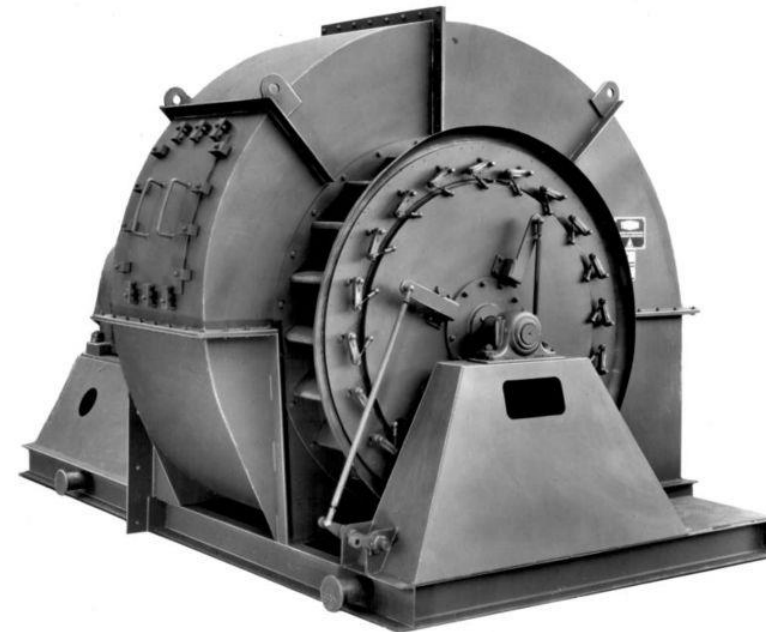
mit:  $n$  Drehzahl  
 $D$  Rotor-, Laufraddurchmesser  
 $u$  Umfangsgeschwindigkeit

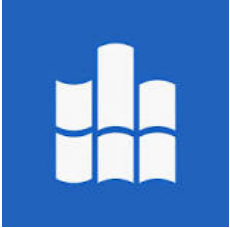
Damit ist eine Umrechnung zwischen beliebigen Baugrößen und Drehzahlen möglich.



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.5 Rotorlärm, Schalleistung von Radialventilatoren





## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.5 Rotorlärm, Schalleistung von Radialventilatoren

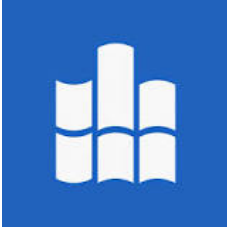
Abschätzung der Schalleistung von Radialventilatoren (abgeleitet aus Messungen von 50 Radial-Mitteldruck-Ventilatoren)

$$L_w = (31,5 \pm 3,5) \text{ dB} + \left[ 10 \lg \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} + 20 \lg \frac{\Delta p_{\text{ges}}}{\Delta p_0} - 20 \lg \frac{D}{D_0} \right] \text{ dB}$$

mit den Bezugswerten:  $\dot{V}_0 = 1 \text{ m}^3 / \text{s}$

$$\Delta p_0 = 1 \text{ Pa}$$

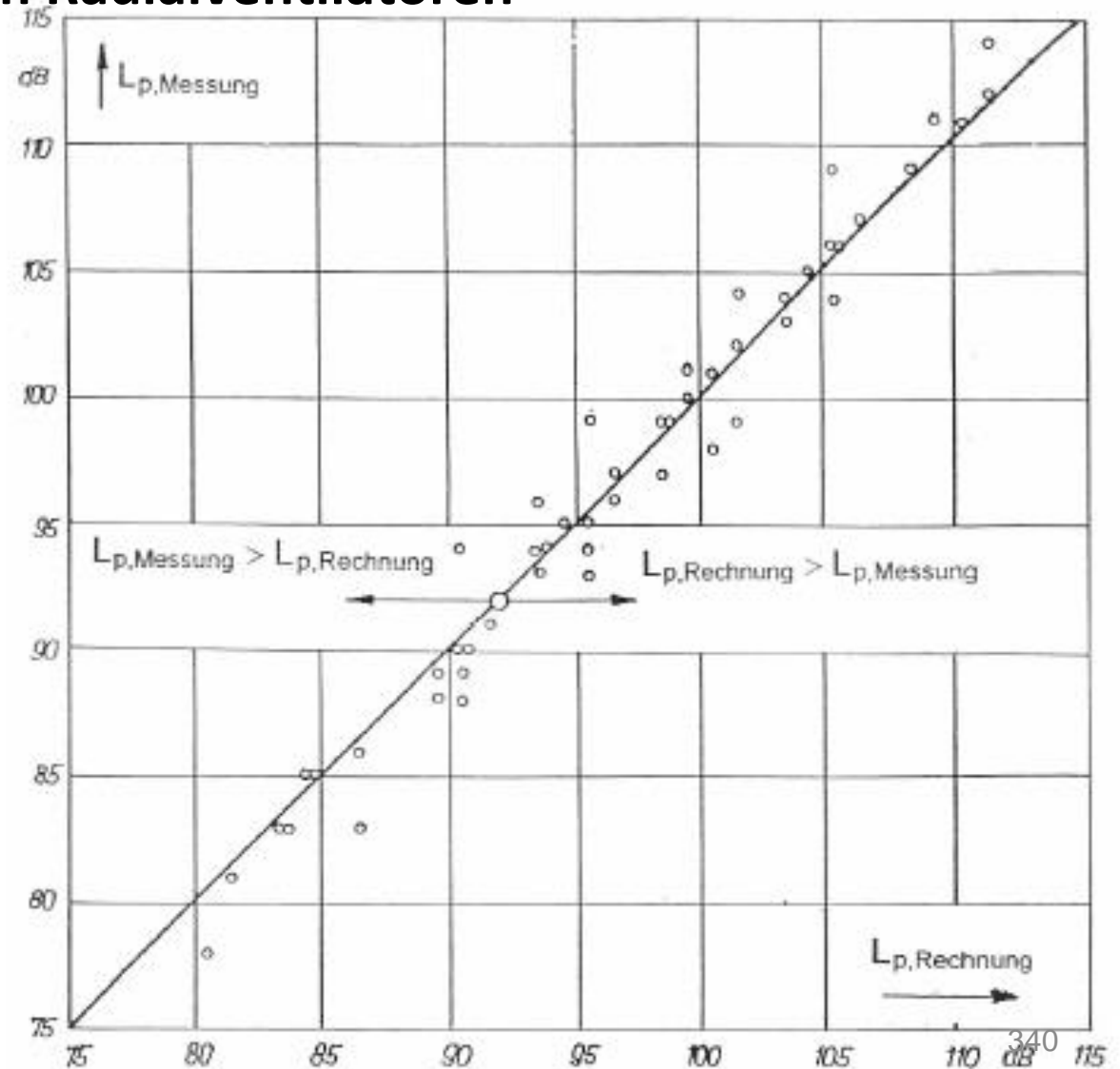
$$D_0 = 1 \text{ m}$$



## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.5 Rotorlärm, Schalleistung von Radialventilatoren

Treffsicherheit der speziellen  
Wirbellärmgleichung  
(Messwerte von 50 Radial-  
Mitteldruck-Ventilatoren)



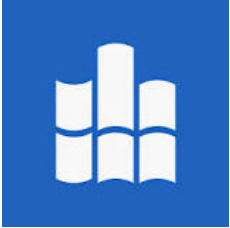


# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.5 Rotorlärm, Schalleistung von Axialventilatoren







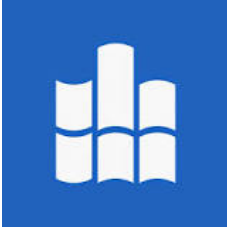
## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.5 Rotorlärm, Schalleistung von Axialventilatoren

Abschätzung der Schalleistung von Axialventilatoren (Beziehungen nach ALLEN)

$$L_{WA} = \left[ 62 + 10 \lg \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} + 10 \lg \frac{\Delta p_{ges}}{\Delta p_0} \right] \text{dB(A)} \quad \text{für} \quad \Delta p_{ges} < 250 \text{ Pa}$$

$$L_{WA} = \left[ 38 + 10 \lg \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} + 20 \lg \frac{\Delta p_{ges}}{\Delta p_0} \right] \text{dB(A)} \quad \text{für} \quad \Delta p_{ges} \geq 250 \text{ Pa}$$



## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.5 Rotorlärm, Schalleistung von umströmten Hindernissen im Kanal

$$P \sim \Delta p_{\text{ges}} S \sim \zeta^3 \bar{v}^6 S$$

mit:  $\Delta p_{\text{ges}}$  Gesamtdruckverlust durch das Hindernis  
 $\zeta$  Widerstandsbeiwert des Hindernisses  
 $S$  Kanalquerschnittsfläche  
 $\bar{v}$  mittlere Strömungsgeschwindigkeit im freien Kanalquerschnitt

für Lüftungsgitter (am Kanalaustritt)

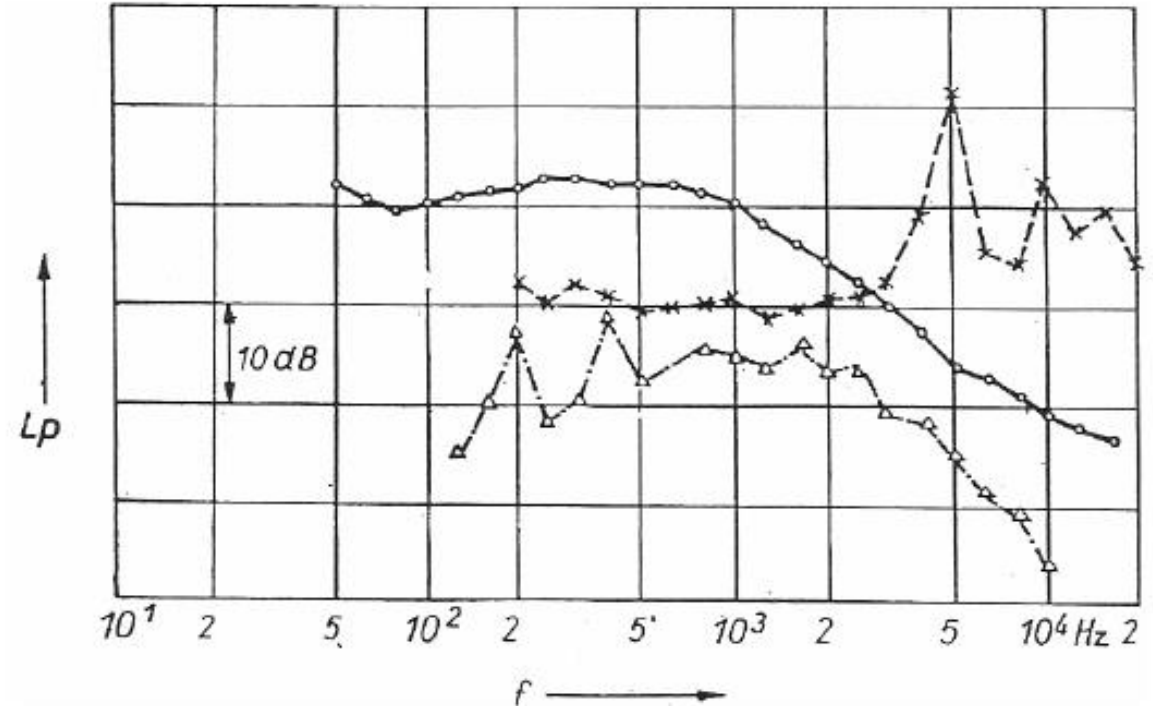
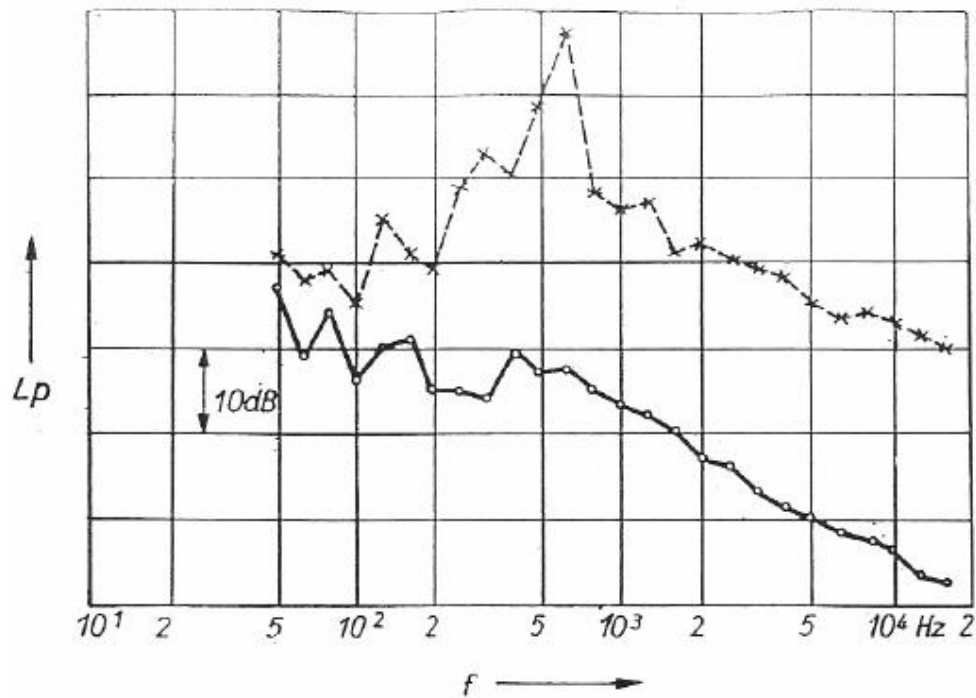
$$L_w = \left[ 10 + 30 \lg \zeta + 60 \lg \frac{\bar{v}}{v_0} + 10 \lg \frac{S}{S_0} \right] \text{dB}$$

mit den Bezugswerten:  $v_0 = 1 \text{ m/s}$   $S_0 = 1 \text{ m}^2$

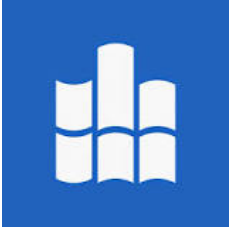


# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.5 Rotorlärm, Spektrale Verteilung



**Charakteristische Schalleistungsspektren  
von axialen (links) und radialen (rechts) Strömungsmaschinen**



## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.5 Rotorlärm, Spektrale Verteilung

Die tonalen Komponenten liegen für den Dreh- und Sirenenklang bei den Frequenzen

$$f_m = \frac{m z_R n}{60} = m z_R f_{\text{rot}}$$

$f_m$	$n$	$f_{\text{rot}}$
Hz	$\text{min}^{-1}$	Hz

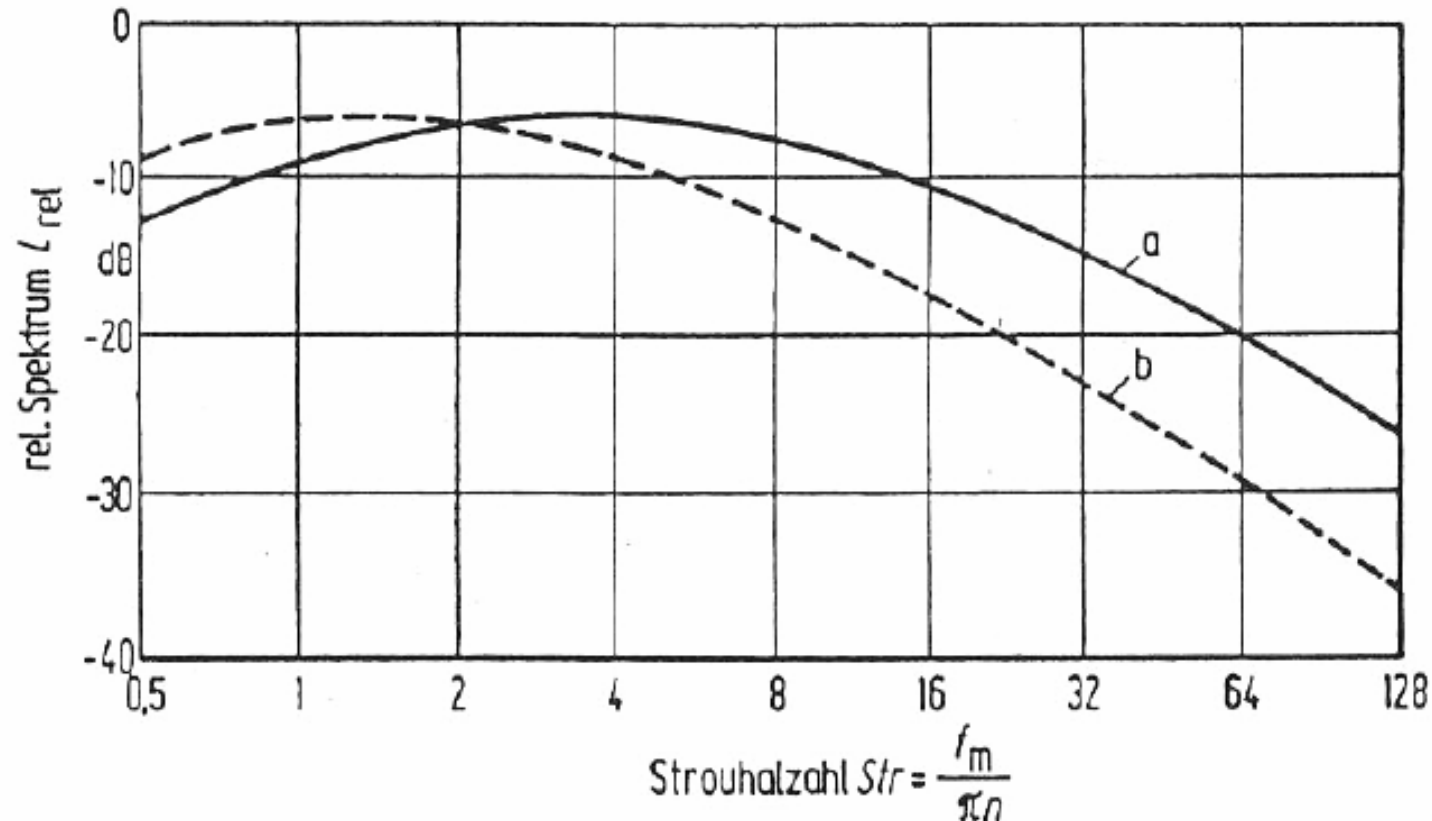
mit:  $m$  Ordnungszahl der Schallharmonischen  
 $z_R$  Schaufelzahl des Rotors  
 $f_{\text{rot}}$  Drehfrequenz des Rotors  
 $n$  Drehzahl des Rotors

Bei Anwendung halbempirischer Ventilatorlärmgleichungen können im Allgemeinen nur die breitbandigen Schalleistungsanteile berechnet werden. Die in der technischen Praxis erzielbare Genauigkeit ist ausreichend, da modern ausgelegte und konstruierte Ventilatoren bei ordnungsgemäßer Betriebsweise keine intensiven tonalen Komponenten abstrahlen sollten.



## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

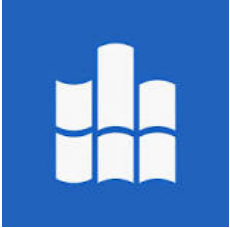
### 5.5 Rotorlärm, Spektrale Verteilung



- a Axialventilator und Radialventilator mit vorwärts gekrümmten Schaufeln (Trommel-läufer)
- b Radialventilator mit rückwärts gekrümmten Schaufeln

**Relative Schalleistungsspektren von Ventilatoren, breitbandig**  
(nach WIRKSTRÖM)

$$Str = \frac{f_m D}{u} = \frac{f_m D}{\pi D n} = \frac{f_m}{\pi n}$$



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

### Prinzip 1:

Ersatz des geräuschintensiven Strömungsvorganges durch ein anderes, weniger geräusch-

intensives Wirkprinzip, z. B.

- Verwendung eines mechanischen Auswerfers statt des Werkstücktransportes durch Druckluftdüsen bei Stanzen
- Elektroantrieb statt Druckluftantrieb

### Prinzip 2:

Auswahl des geräuschärmsten strömungsmechanischen Arbeitsprinzips, z. B.

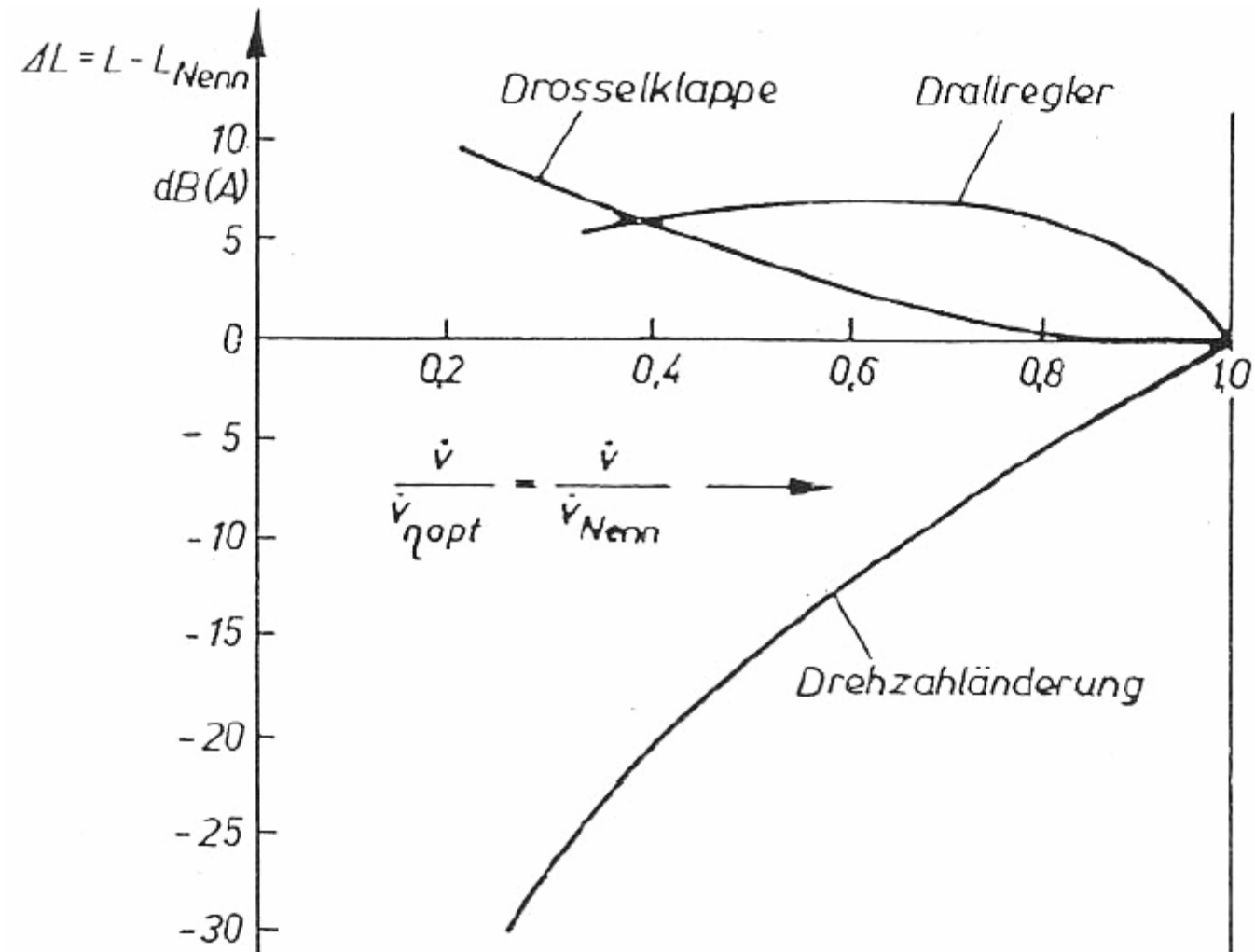
- Zentrale Hydraulikanlage für mehrere Automaten statt dezentraler Einbau der Hydraulik- aggregate in jeden Automat
- Bei Strahlflugzeugen: Zweikreistriebwerk mit hohem By-pass-Verhältnis statt Einkreis-Kreistriebwerk
- Zahnradpumpe statt Axial- oder Radialkolbenpumpe



## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

Änderung des  
Schalldruckpegels für  
verschiedene  
Methoden der  
Volumenstromvariation  
(nach PILTZ)

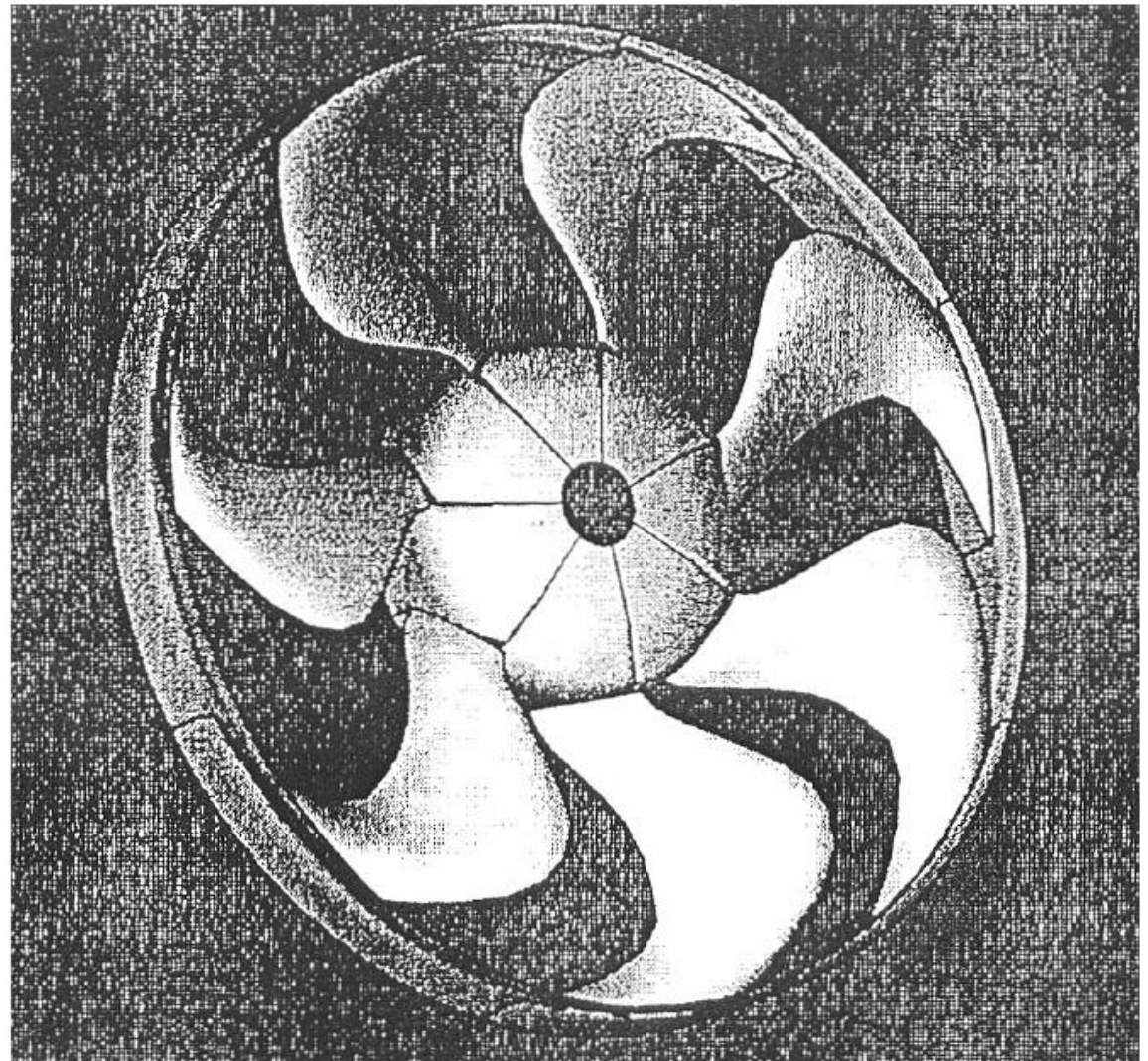




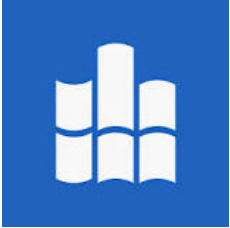
# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

**Modell eines optimierten Kfz-  
Lüfters mit sichelförmiger  
Geometrie  
(nach DLR Braunschweig)**



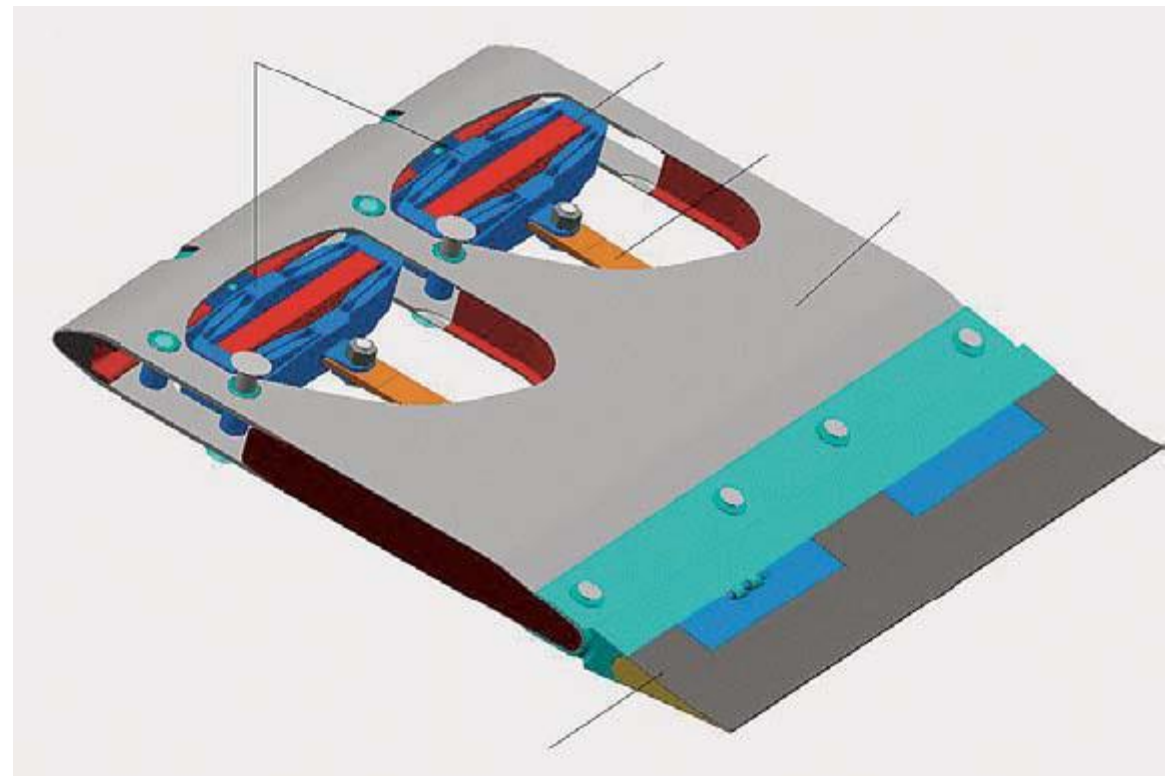


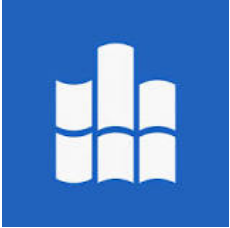


# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

Das charakteristische „Knattern“ eines fliegenden Helikopters:  
An den Blattspitzen des Rotors entstehen spiralförmige Wirbel. Wenn der Hubschrauber im Sinkflug in Hörentfernung kommt, durchschlägt das nachfolgende Rotorblatt die entstehenden Wirbel. Diese schlagartige Druckänderung nimmt man am Boden als lästiges Knattern wahr.





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

### Prinzip 3:

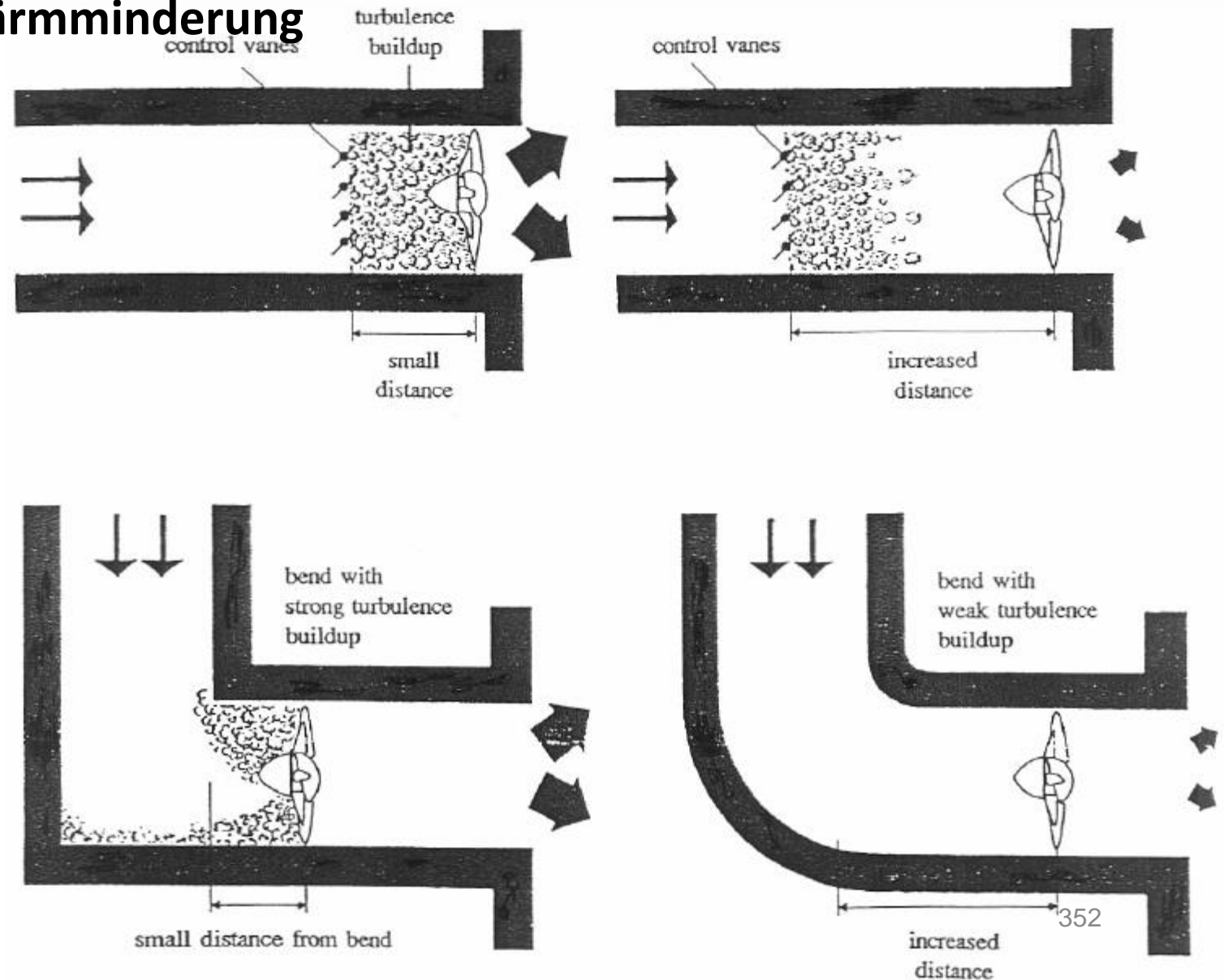
Auswahl akustisch optimaler Anordnungen der Anlagenbauteile, z. B.

- Großer Abstand von Krümmern, Wärmetauschern, Blenden und anderen Anlagenbauteilen zu Strömungsmaschinen
- Vermeidung des Anblasens von Körpern, Kanten, Bohrungen durch Strömungen
- Vermeidung von Resonanz- und Rückkopplungserscheinungen bei Wärmetauschern, Öfen, Lochplatten, Düsen, Dampfleitungen, Gittern
- Vermeidung der Ankopplung großflächiger, gut schallabstrahlender Bauteile an strömungsakustische Quellgebiete



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

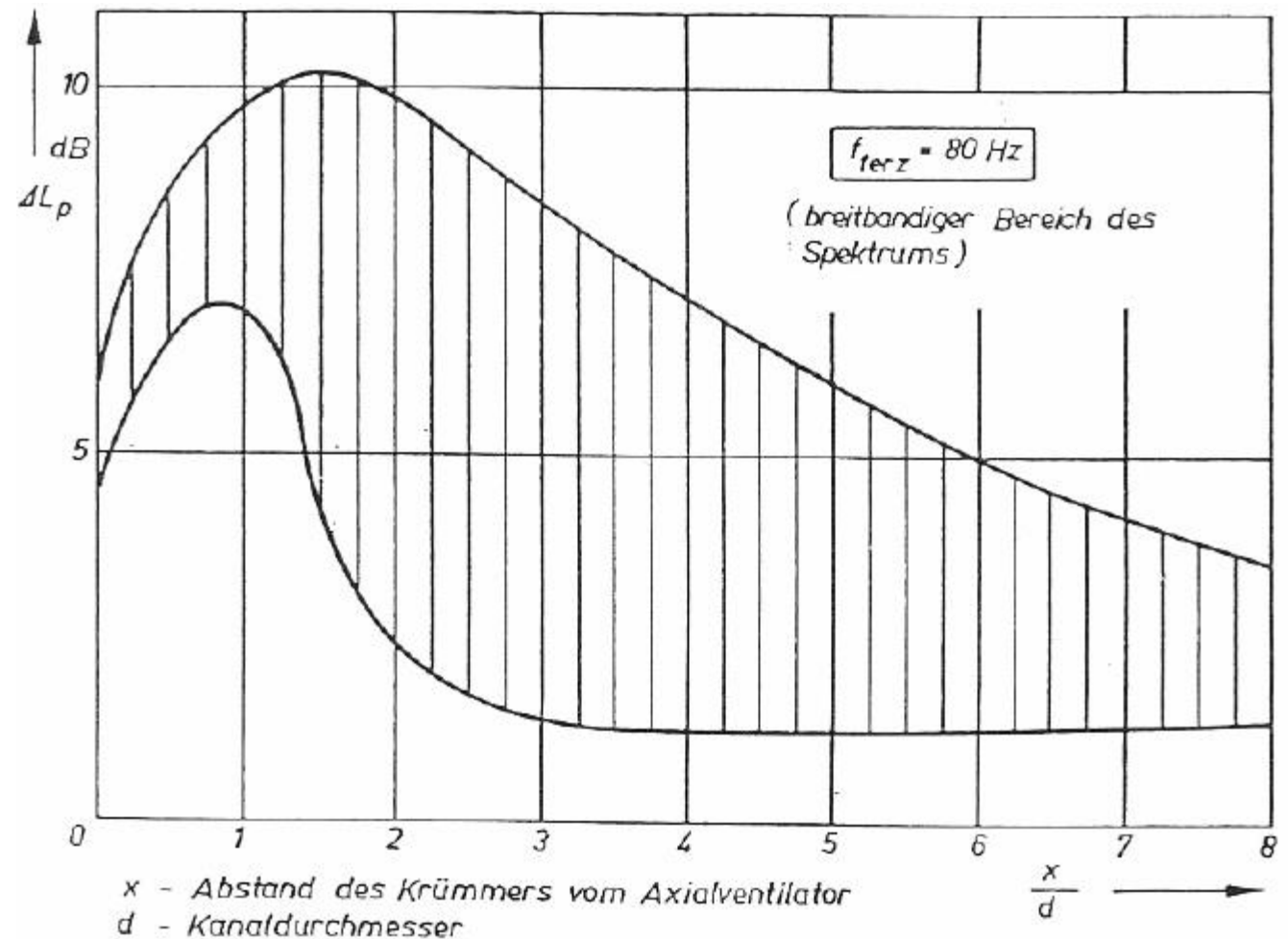


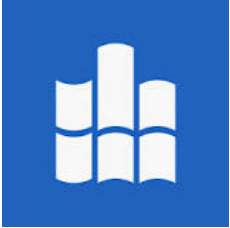


## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

**Einfluss des Krümmerabstandes  
im Zulauf eines Axialventilators  
auf den erzeugten  
Schalleistungspegel  
( $x$ : Abstand zwischen Krümmer  
und Ventilatorebene)  
(nach SCHMIDT)**





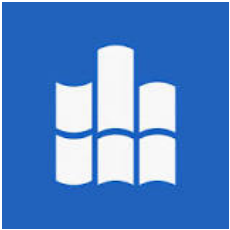
# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

### Prinzip 4:

Auswahl akustisch optimaler Betriebsverhältnisse, z. B.

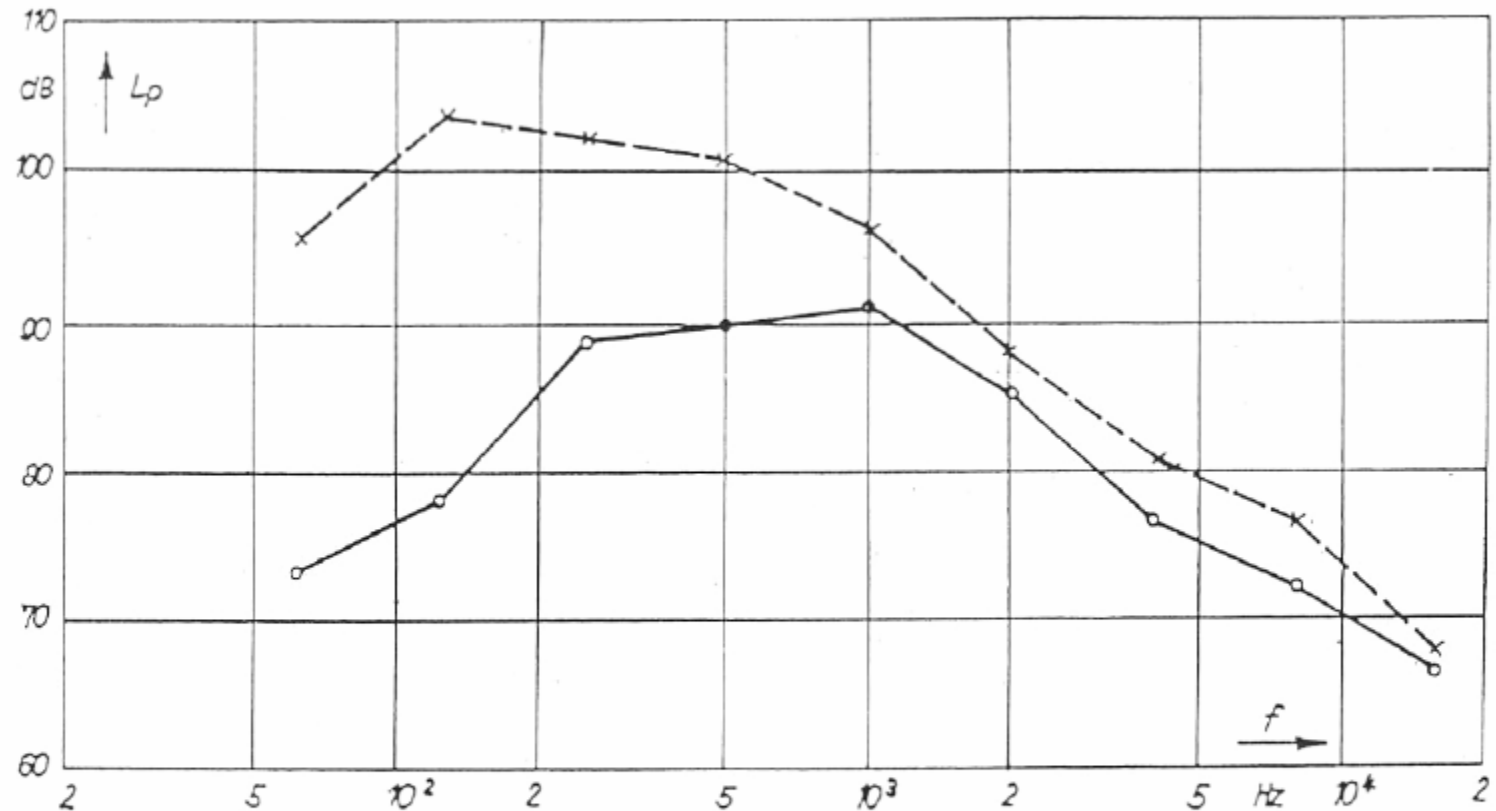
- Akustisch optimale Anpassung der Strömungsmaschine an die Anlage, in der die Strömungsmaschine arbeitet, d. h. im allgemeinen Wahl des Arbeitspunktes im Bereich des optimalen Wirkungsgrades und der minimalen Schallabstrahlung
- Vermeidung von Betriebspunkten mit Strömungsablöseerscheinungen bei Strömungsmaschinen
- Akustisch optimale Einstellung von Armaturen, Brennern und anderen Strömungsaggregaten, u. a. Vermeidung der Anregung von Resonanzen in der Anlage oder der Bauteile



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

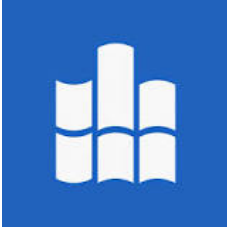
## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

Veränderung der Schallabstrahlung eines Ventilators bei ungünstiger Anpassung an das Leitungsnetz



	Betriebspunkte		
	$\dot{V}$ m <sup>3</sup> /s	$\Delta p_{ges}$ N/m <sup>2</sup>	$\eta$ %
○—○	5,21	284	59
×--×	2,57	466	45

○—○  $L_p = 96$  dB ; 94 dB(A)  
×--×  $L_p = 107$  dB ; 101 dB(A)



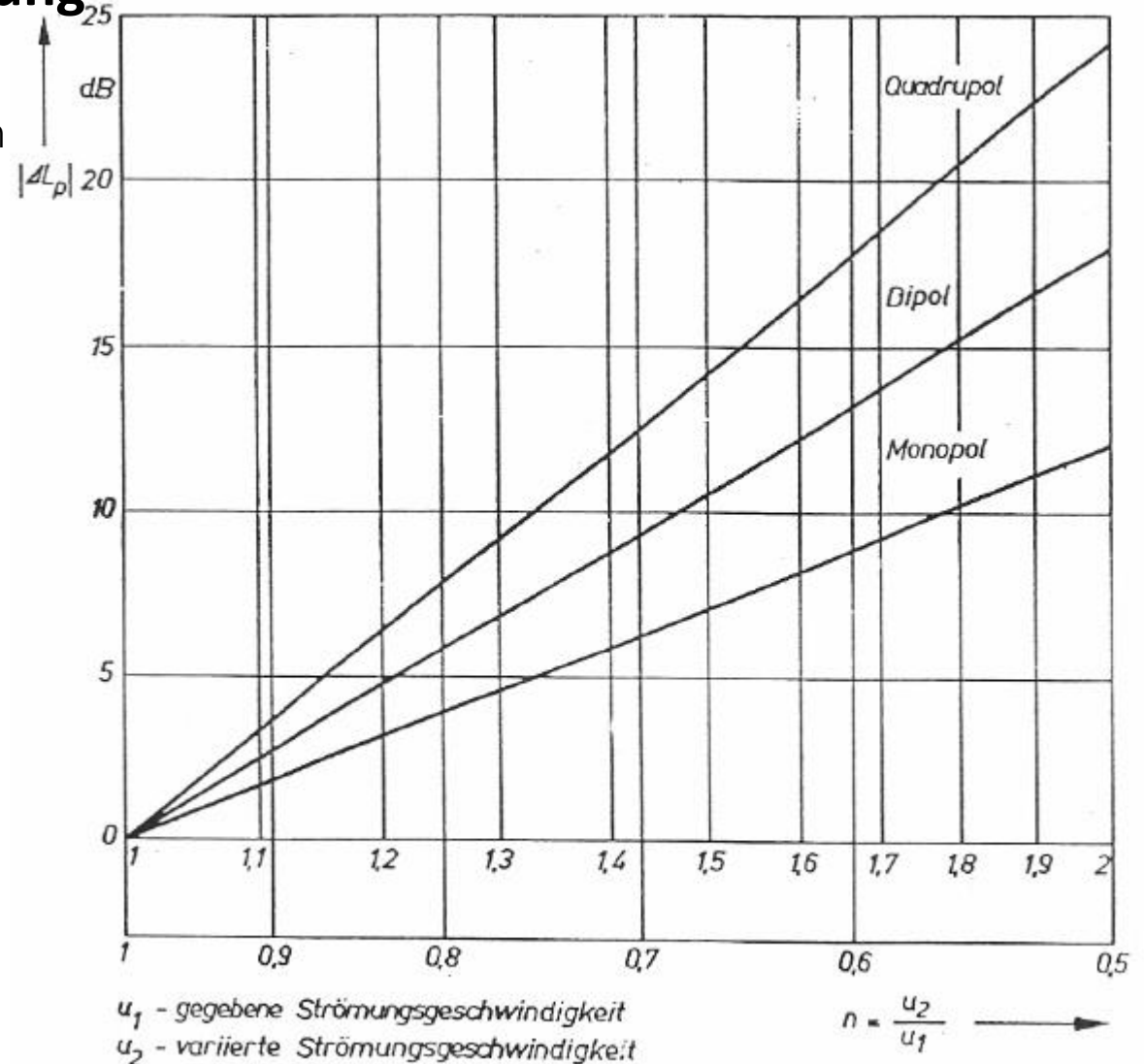
# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

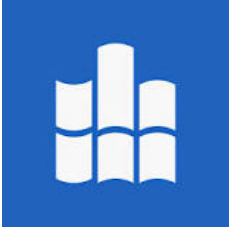
## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

Prinzip 5:

Wahl niedriger Strömungsgeschwindigkeiten

Erhöhung bzw. Verminderung des Schallleistungspegels bei Variation der Strömungsgeschwindigkeit um den Faktor  $n$





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

### Prinzip 6:

Vermeidung von Überschallgeschwindigkeiten, z. B.

- Vermeidung von Überschallgeschwindigkeiten (MACH-Zahl  $Ma > 1$ ) am Außenschnitt von Rotoren

Beispiele siehe Armaturen u. ä. Einrichtungen: stufenweise Entspannung mit jeweils unterkritischem Druckverhältnis (Prinzip 9)

### Prinzip 7:

Wahl kleiner Abmessungen (Kompaktheitsprinzip):

$$He = \frac{L}{\lambda} < 1$$

### Beispiele:

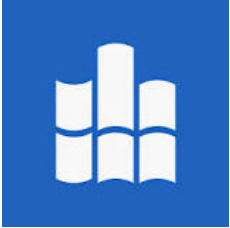
- Körperschallanregung von Platten durch Strömungen:  
minimale Körperschallanregung für  $He_L < 1$ ,

mit:  $He_L = L/\lambda_B$

L      Wirbelabmessung

$\lambda_B$       Biegewellenlänge der Platte



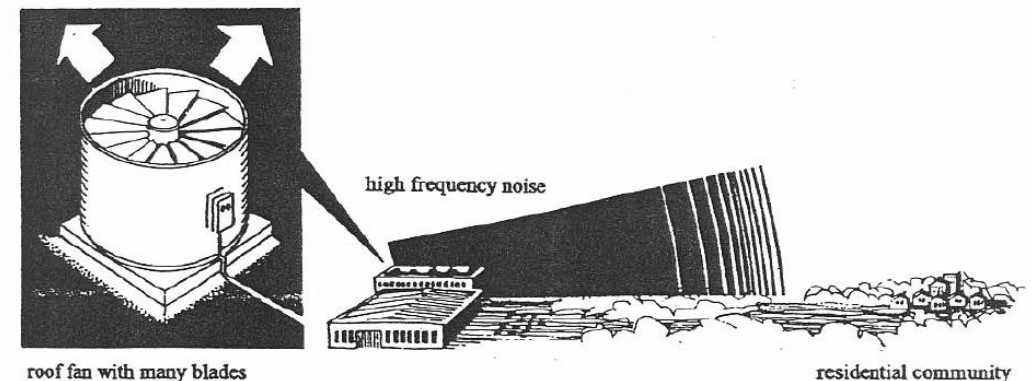
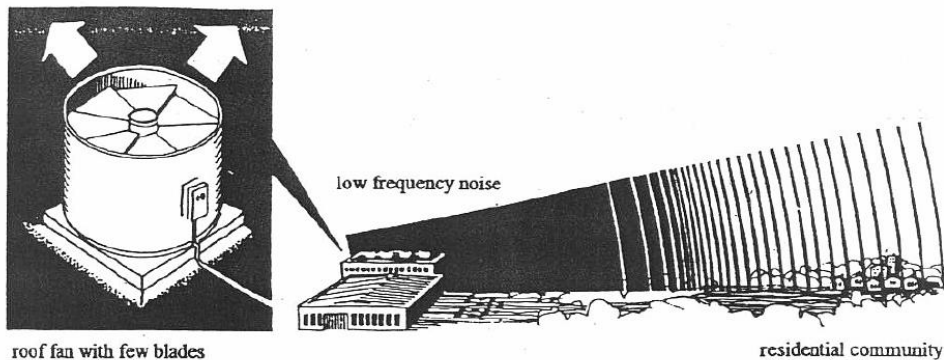


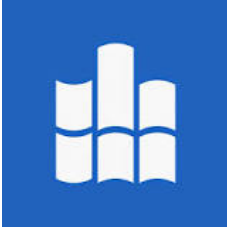
# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

zu Prinzip 7:

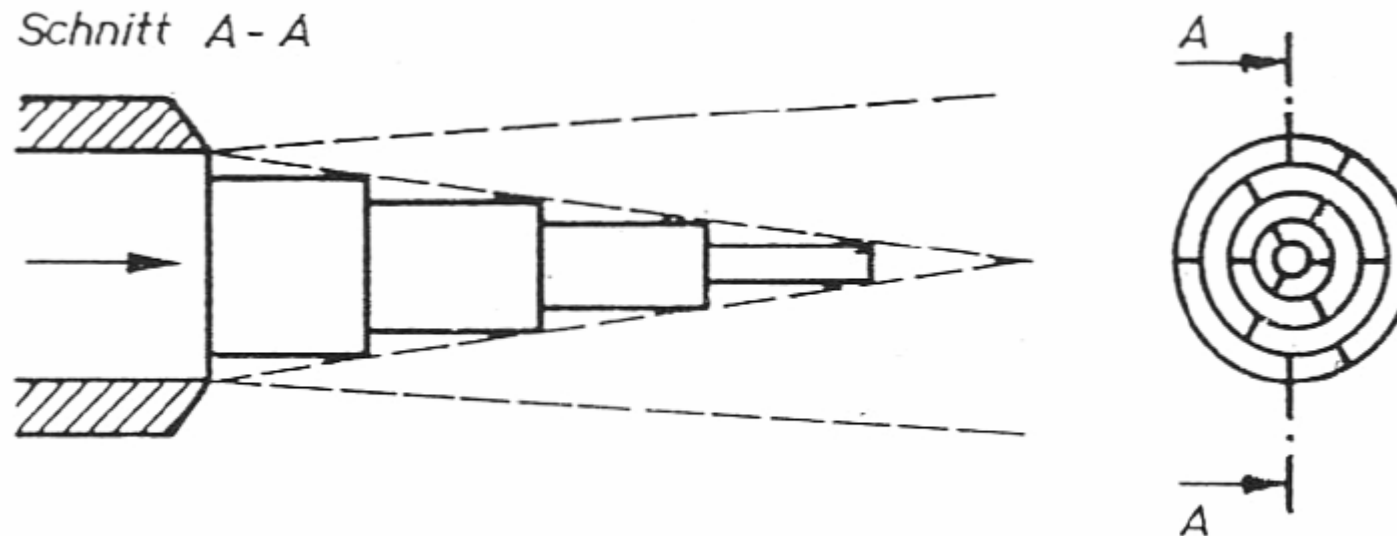
Verkleinerung der Abmessungen der charakteristischen Strahlerabmessungen (hier: insbesondere der Strömungsstrukturen) bewirkt eine Transformation der maximalen spektralen Schallleistungsdichte zu höheren Frequenzen (Konstanz der STROUHAL-Zahl).





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

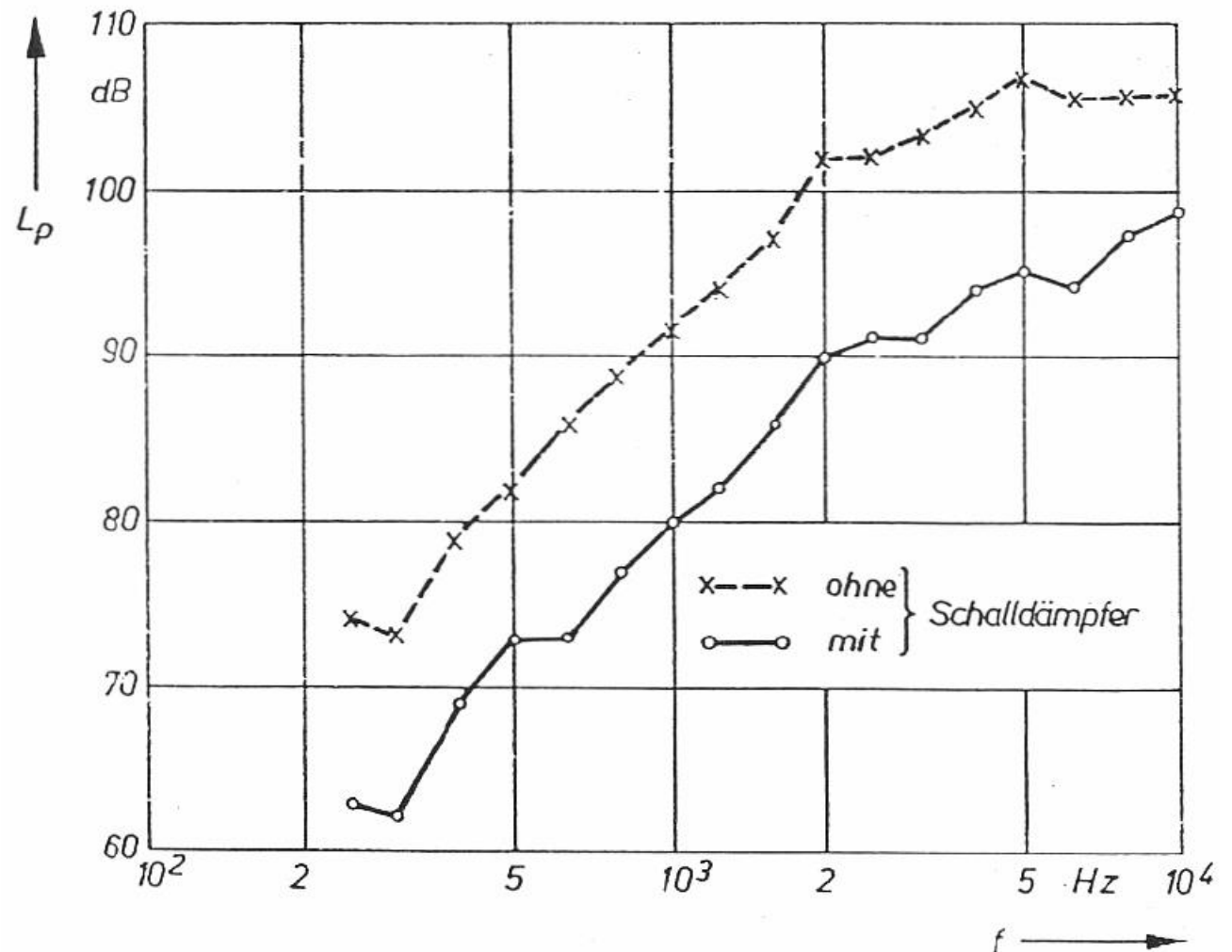


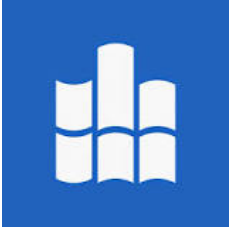


# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

**Strahlschalldämpfer mit einem  
konzentrischen  
Röhrensystem**  
(nach SCHARTON / WHITE)





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

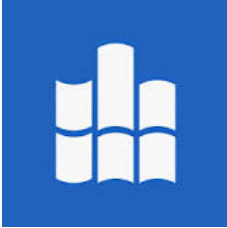
### Prinzip 8:

Vermeidung, Verminderung von Turbulenz, d.h. Vermeidung von

- der Entstehung verwirbelter Strömungsgebiete
- abgelösten Strömungen, freien Grenzschichten
- Unstetigkeitsflächen
- Strömungsinstabilitäten
- 

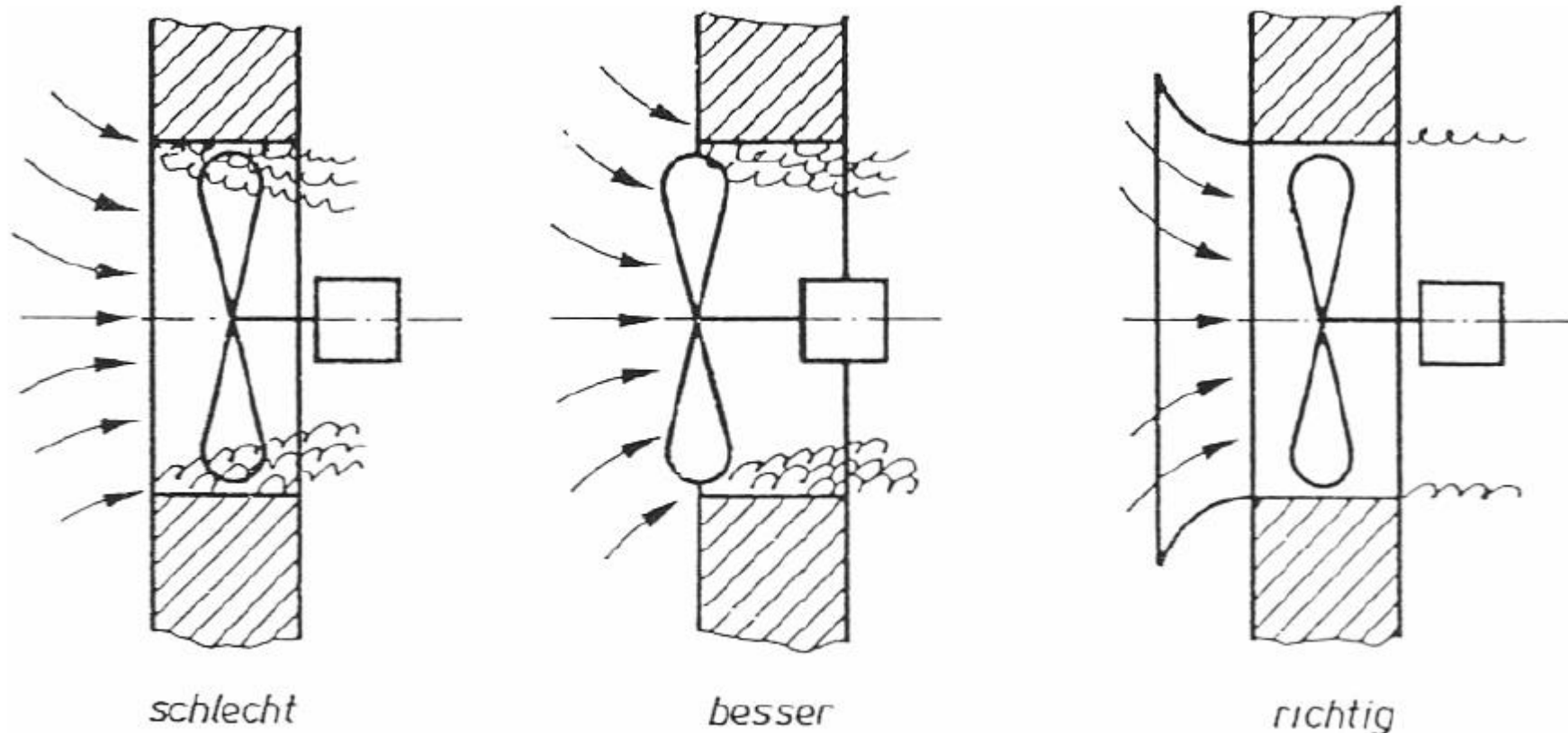
### Beispiele:

- Strömungsgünstige Gestaltung aller Bauteile, d. h. niedrige Strömungswiderstände, z. B. Anström- und Abströmkörper für Zwischenkulissen in Absorptionsschalldämpfern, Umlenkschaufeln in Krümmern, Profilierung der Schaufeln, Ansaugdüsen bei Ventilatoren
- perforierte Lüfterschaufeln bei stark gedrosselten Ventilatoren
- Absaugen von Grenzschichten

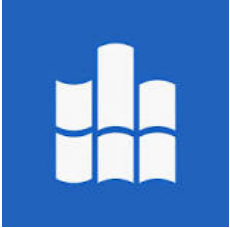


## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung



**Einbaumöglichkeiten von Axialventilatoren unter akustischen Gesichtspunkten**  
(nach SCHMIDT)



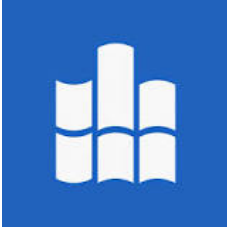
# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

### Prinzip 9:

Vermeidung großer und plötzlicher Druckänderungen, z. B.

- Einbau von Strömungswiderständen hinter dem Ventilsitz in Armaturen (Kugelschüttungen, Lochscheibenensemble) und bei Druckluftgeräten (Pneumatikschalldämpfer mit Schüttung oder porösem Keramikrohr)
- mehrstufiger, jeweils unterkritischer Druckabbau
- nicht plötzliches, sondern langsames, kontinuierliches Öffnen von Ventilen
- Ausgleichsschlitze oder Ausgleichsbohrungen bei hydraulischen Druckstromerzeugern
- Kammern zur Vorentspannung bei Druckluftgeräten
- Vorexpansion bzw. Vorkompression bei hydraulischen Druckstromerzeugern
- Schräggestellte Leitschaufeln bei Axialverdichtern, schräggestellte Gehäusezunge bei Radialventilatoren



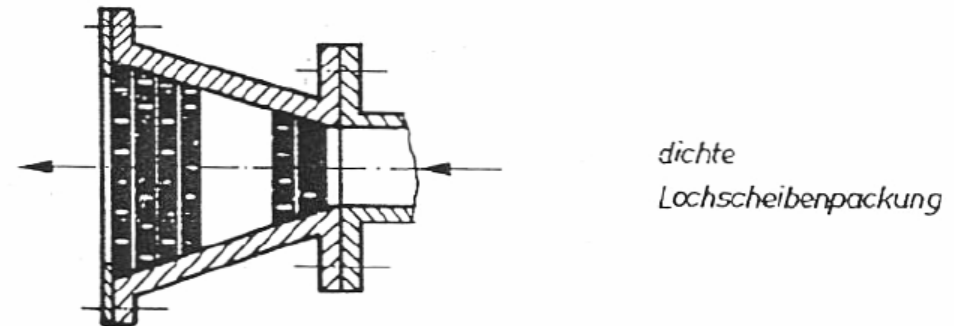
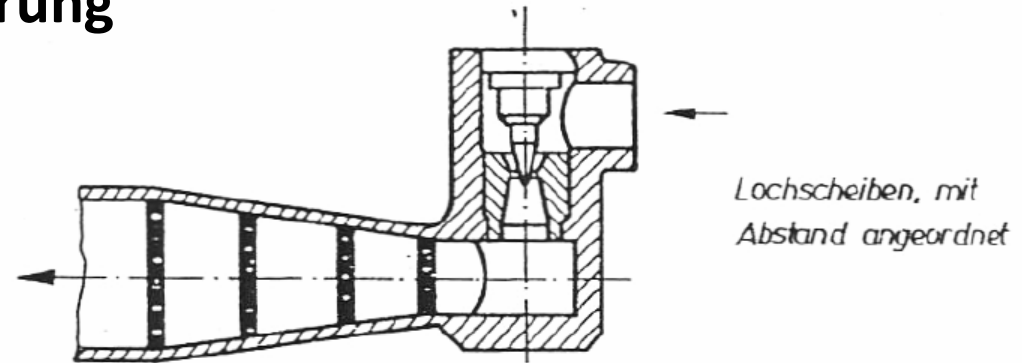
## 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

### 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

#### zu Prinzip 9

Nachgeschaltete Drosselstrecken bei Armaturen

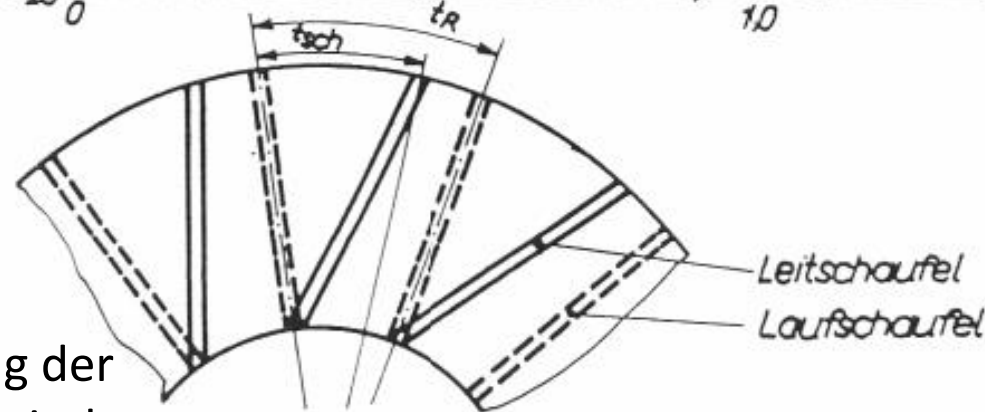
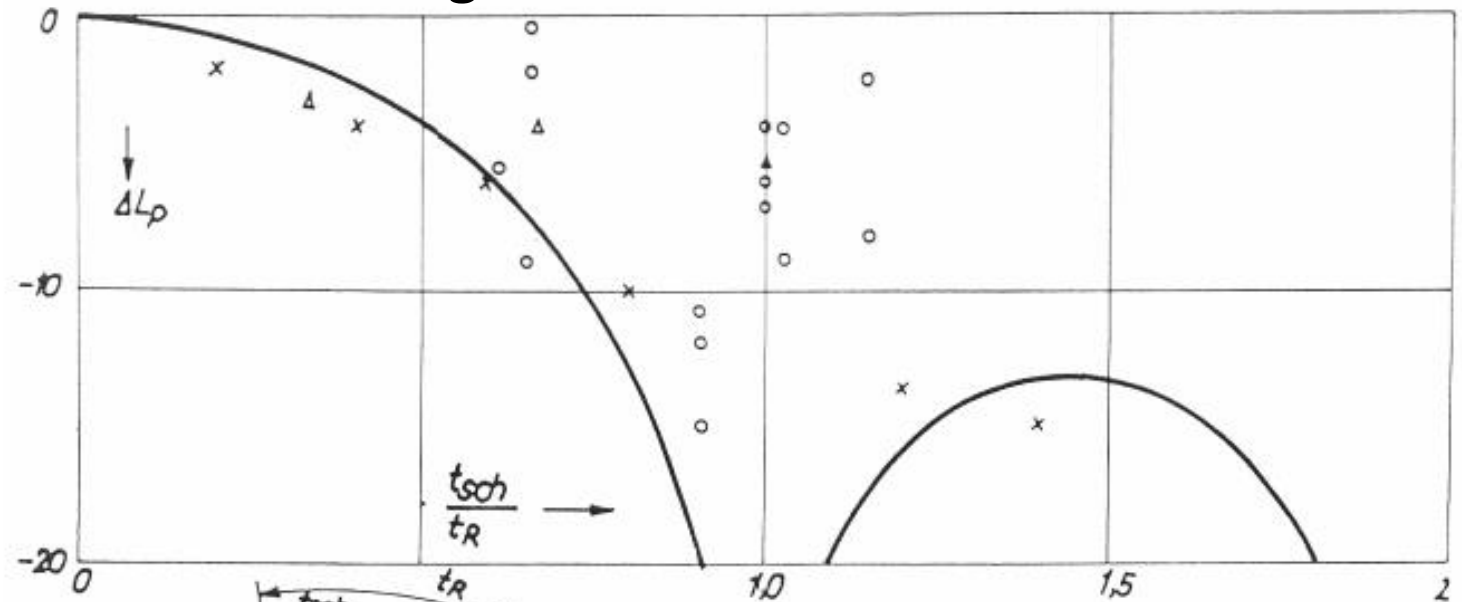
(nach CZARNECKI u. a.)





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung



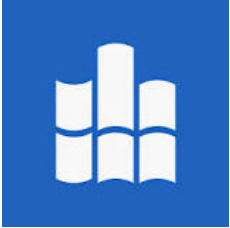
Meßwerte von  
 o NEMEC [61]  
 x SHARLAND [28]  
 Δ SUZUKI / KANEMITSU [55]  
 — Theorie

$$\Delta L_p = 20 \lg \frac{\sin \pi m \frac{t_{sch}}{t_R}}{\pi m \frac{t_{sch}}{t_R}} \text{ dB}$$

### zu Prinzip 9

Einfluss der Schrägstellung der Leitschaufeln auf die Verminderung der abgestrahlten Schalleistung





# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

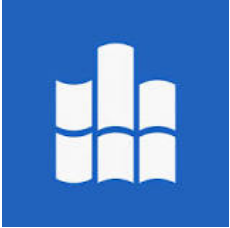
Prinzip 10:

Vermeidung von Kavitation:

Bei Wasserströmungen kann in Bereichen hoher Strömungsgeschwindigkeiten bzw. niedriger Drücke Kavitation auftreten, die zu erheblicher Schallabstrahlung führt.

Beispiele:

- Kavitationsfreie Drosselung bei Durchlauf- und Auslaufarmaturen durch ein elastisches Drosselement (z. B. weichelastisches Plastformteil mit parallelen Bohrungen, das durch zwei äußere Backen zusammengedrückt werden kann)
- niedrige Geschwindigkeiten in den engsten Querschnitten
- Einbau von Lochblechscheiben oder Röhrchenbündel in Wasserarmaturen



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

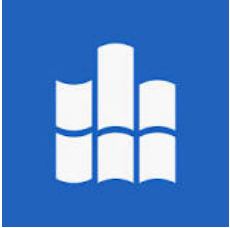
## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

### Prinzip 11:

Realisierung primärer und sekundärer Lärmbekämpfungsmaßnahmen so nahe wie möglich am Ort der Schallentstehung:

### Beispiele:

- bei Ventilen primäre Strahlbeeinflussung hinter Ventilsitz (z. B. Drosselscheiben) besser als Austrittsschalldämpfer,
- bei Lüftern Kanalschalldämpfer unmittelbar nach Lüfter besser als Schalldämpfer an einem entfernten Ort im Kanalsystem,
- bei Flugzeugen primäre und sekundäre Maßnahmen an den Triebwerken besser als sekundäre Maßnahmen auf den Flughäfen und an den Wohnbauten (z. B. Abschirmwände bezüglich Warmlaufen der Triebwerke und Taxibewegungen auf dem Flughafen, schalldämmende Fenster für Wohnbauten)



# 5. Strömungsmechanische Geräuscentstehung

## 5.6 Maßnahmen zur Lärminderung

### Prinzip 12:

Akustische Auslegung der Strömungsmaschine, des Strömungsaggregates:

Zur lärmarmen Gestaltung von Strömungsmaschinen und -aggregaten gehört deren akustische Auslegung. Das bedeutet, dass im Entwicklungsstadium der Maschine mit Hilfe wissenschaftlicher Verfahren interdisziplinär eine akustische Optimierung in engster Wechselwirkung mit der aerodynamischen, thermodynamischen, festigkeitsmäßigen Auslegung erfolgt.