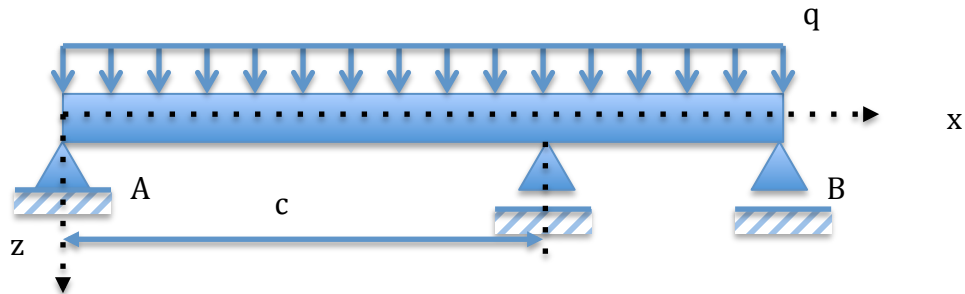


Ein Biegeträger (Elastizitätsmodul E, Flächenmoment 2. Ordnung I, Länge L) ist auf drei Stützen statisch unbestimmt gelagert (s. Skizze). Bis zu welchem maximalen Abstand c zwischen linkem und mittlerem Lager ist das rechte Lager B noch sinnvoll, wenn der Träger mit einer konstanten Linienlast q belastet wird?

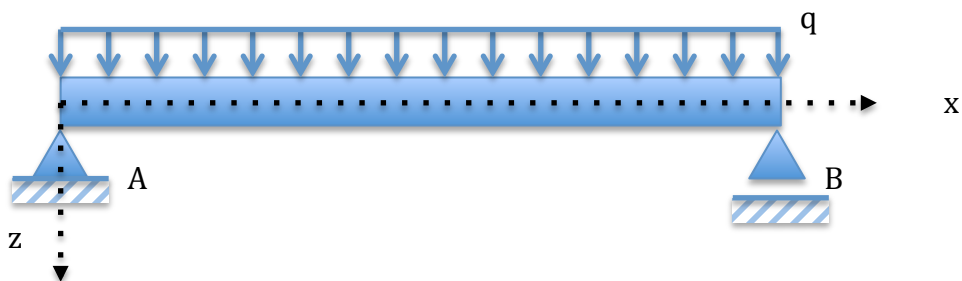
Auf das rechte Lager kann verzichtet werden, wenn der Biegeträger dort nicht mehr aufliegt.



Betrachten Sie das Problem als Superposition bekannter Standardlösungen.

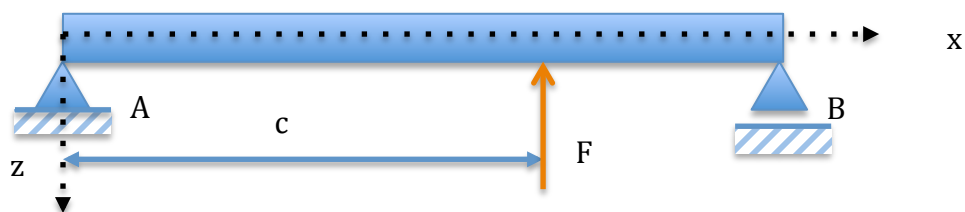
Will P., Lämmel B., Kleine Formelsammlung Technische Mechanik, Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 5. Auflage 2009, 71

$$u_{z2}(x=c) = \frac{qc}{24EIL} [L^4 - 2c^2L^2] + \frac{q}{24EI} c^4 = \frac{qc}{24EI} [L^3 - 2c^2L + c^3]$$



Will P., Lämmel B., Kleine Formelsammlung Technische Mechanik, Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 5. Auflage 2009, 67

$$u_{z1}(x=c) = -\frac{F}{6EIL} 2c^2(L-c)^2$$



Superposition: Durchbiegung am mittleren Lager

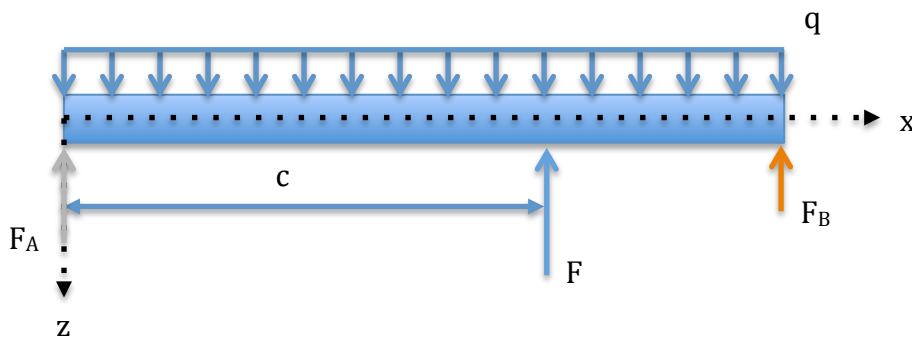
$$u_{z1}(x=c) + u_{z2}(x=c) = 0 \quad \text{d. h.} \quad \frac{cL^2}{24EI} \left[-8FX(1-X)^2 + qL[1-2X^2+X^3] \right] = 0$$

mit $X = \frac{c}{L}$

kompatible Lagerkraft

$$\Rightarrow F = \frac{qL}{8} \left[1 + \frac{1}{X(1-X)} \right]$$

Momentenbilanz bzgl. $x=0$



$$-\frac{qL^2}{2} + \frac{qL}{8} \left[1 + \frac{1}{X(1-X)} \right] XL + F_B L = 0$$

Lagerkraft am rechten Lager

$$\Rightarrow F_B = \frac{qL}{2} \left[1 - \frac{1}{4} \left(X + \frac{1}{1-X} \right) \right]$$

Nullstelle von $F_B(X)$

$$X + \frac{1}{1-X} = 4 \quad \Rightarrow \quad c \leq \frac{L}{2} (5 - \sqrt{13}) = 0.6972244L$$

Symmetrie: Gespiegelt um die vertikale Mittelachse gilt das Ergebnis gleichermaßen auch für das linke Festlager.

$$c \geq \frac{L}{2} (\sqrt{13} - 3) = 0.3027756L$$