

Anpassung von Piezodämpfern in mechanischen Systemen

Prof. Dr. rer. nat. habil. Peter Will
Hochschule Mittweida, Deutschland

An optimized controlling of piezoelectric switches is published. Moreover bimorph, piezoelectric transformers which operate in bending vibrations as damper are simulated numerically.

1. Einleitung

Typische, technische Anwendungen piezoelektrischer Wandler sind Schaltvorgänge. In der Form von Piezobiegeaktoren werden sie u. a. eingesetzt als Umschalter in mikrooptischen Fasersystemen und zur Ansteuerung von Lese- und Schreibköpfen in verschiedensten Computerspeichermedien. Entscheidende Charakteristika derartiger Applikationen sind zu einem die Schaltwege in Abhängigkeit von den Steuerspannungen und zum anderen das dynamische Verhalten der Systeme.

Das piezoelektrische Wandlerprinzip nutzt die Verformung elektrisch aktiver Kristalle. Die lokale Durchbiegung $u_z(x)$ eines bimorphen Piezobiegers ergibt sich aus folgender Differentialgleichung der Biegelinie:

$$\frac{d^2 u_z}{dx^2} = \frac{3Ue}{2h^2 E}$$

Im vorliegenden Fall werden zwei identische Schichten der Dicken h mit den Spannungen U angesteuert, wobei sich ihre Polarisierungen bzgl. der vorgesehenen Biegerichtung ergänzen sollen. Der Parameter e steht für die Piezokonstante des Materials mit dem Elastizitätsmodul E .

Im Allg. sind die verwendeten Piezobiegestrukturen nur sehr schwach gedämpft, so dass ihre Schaltdynamik durch ein Systemverhalten gemäß folgendem Diagramm beschrieben werden kann.

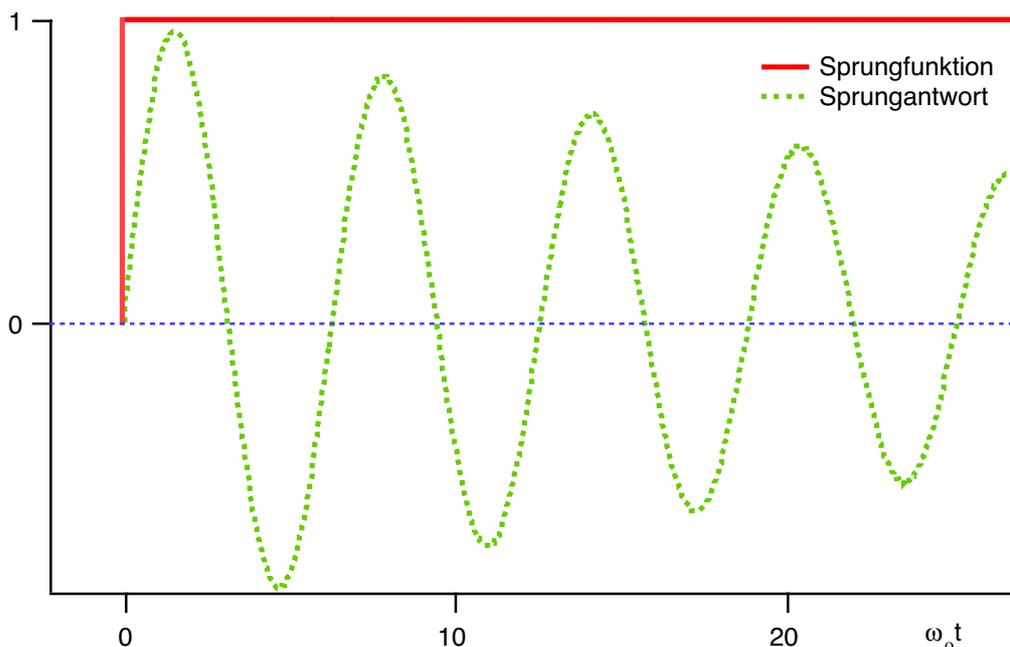


Abb. 1: Sprungantwort

Abb. 1 zeigt die normierte Auslenkungsgeschwindigkeit als Reaktion auf eine normierte Sprungfunktion für einen vorgegebenen Piezomikrobiegeschalters mit der Eigenkreisfrequenz ω_0 . Zusätzlich zur geringen Eigendämpfung des Piezomaterials wird dabei eine schwache, externe Dämpfung der Anordnung im Umgebungsmedium angenommen.

Es kommt zu einem deutlichen Über- und Nachschwingen des Schalters um seine Endlage. Diese Vibrationen führen letztendlich zu verlängerten Schaltzeiten, welche die Periodendauer der schwach gedämpften Schwingung um eine Größenordnung überschreiten.

Ziel des Vortrags ist es, Lösungen vorzustellen, die diese unerwünschten Schwingungen verhindern bzw. entscheidend dämpfen und damit den Schaltvorgang deutlich verkürzen. Außerdem werden der Aufbau von Piezodämpfern und ihre elektrische Anpassung in mechanischen Strukturen erklärt.

2. Dynamisches Modell

Beim Piezobieger handelt es sich um ein elastisches Kontinuum; die Dynamik der Anordnung hängt im wesentlichen von den Massenverteilungen und lokalen Belastungen im Schalter ab. Um diese Gegebenheiten auf bekannte Modelle elektromechanischer Wandler anzupassen, die von singulären Massenelementen ausgehen, sind folgende Äquivalenzen sinnvoll.

Das Kontinuum (Dichte ρ , Elastizitätsmodul E) wird durch einen Masse-Feder Schwinger (Masse m , Nachgiebigkeit n) ersetzt.

- Die effektive, punktförmige Masse des Federschwingers soll mit einer Amplitude schwingen, die der maximalen, lokalen Auslenkung C des Kontinuumschwingers entspricht.
- Die kinetischen Energien und Eigenfrequenzen der unterschiedlichen Systeme sollen sich nicht unterscheiden.

Diese Vorgehensweise wird am Beispiel eines einfachen Biegeschwingers (Länge L , Querschnitt A , Flächenmoment 2. Ordnung J) verdeutlicht.

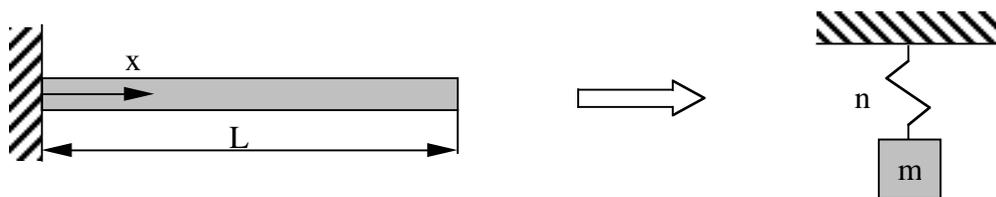


Abb. 2: Ersatzmodell

Der Biegeschwinger weist in der Eigenschwingung mit dem Index j folgende lokale Geschwindigkeitsamplitude auf [1]:

$$v(x) = -\omega_j \frac{C}{2} \left[\cos \kappa_j x - \cosh \kappa_j x - \frac{\cos \kappa_j L + \cosh \kappa_j L}{\sin \kappa_j L + \sinh \kappa_j L} (\sin \kappa_j x - \sinh \kappa_j x) \right]$$

$$\omega_j = \kappa_j^2 \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}} \quad \text{Eigenkreisfrequenz zum Index } j$$

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= 1.875104 / L \\ \kappa_2 &= 4.694091 / L \end{aligned} \quad \text{Eigenwerte der beiden ersten Eigenschwingungen}$$

Die Bedingung nach gleichen, kinetische Energien beider Systeme:

$$\frac{1}{2} \rho A \int_0^L v^2(x) dx = \frac{1}{2} m v^2(x=L)$$

ergibt unabhängig vom Index der Eigenschwingung eine einfache Relation zwischen der Masse des Biegeschwingers und der singulären Masse des Ersatzmodells.

$$m = \frac{1}{4} \rho A L$$

Die effektiven Nachgiebigkeiten des Masse-Feder Schwingers folgen aus der Forderung nach gleichen Eigenkreisfrequenzen beider Modelle. Im vorliegenden Fall gilt:

$$n_j = \frac{1}{m \omega_j^2} = \frac{4}{(\kappa_j L)^4} \frac{L^3}{EJ} \Rightarrow \begin{aligned} n_1 &= 0.3236 \frac{L^3}{EJ} \\ n_2 &= 0.008239 \frac{L^3}{EJ} \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der skizzierten, mechanischen Äquivalenzen läßt sich das Kontinuumsmodell in das Ersatzmodell eines einfachen, gedämpften Masse-Feder Schwingers überführen.

Die bekannten Wandlergleichungen elektromechanischer Wandler auf der Basis singulärer Masse-Feder Systeme können damit auch das dynamische Verhalten von Strukturen mit kontinuierlich verteilten Massenelementen beschreiben, vorausgesetzt man beschränkt sich auf ausgewählte Eigenfrequenzen der Anordnungen.

Die Wandlergleichung eines realen, piezoelektrischen Aktors lautet [2]:

$$\begin{pmatrix} F \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau} \begin{pmatrix} 1 & Z_{\text{mech}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ i\omega C & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ I \end{pmatrix}$$

Die frequenzabhängige, mechanische Impedanz Z_{mech} des schwingungsfähigen Systems charakterisiert die mechanischen Reaktanzen (Trägheit, Verformung, Dämpfung) des Masse-Feder Schwingers; die Kapazität C berücksichtigt Eigen- und Zuleitungskapazitäten des Piezowandlers. Der Parameter τ (Maßeinheit N/V) schließlich kennzeichnet die Wandlerkonstante des Piezosystems.

Das zum Piezowandler gehörige Vierpolnetzwerk ist heterogen aufgebaut. Es enthält sowohl ein mechanisches Tor (Kraft F , Geschwindigkeit v) als auch ein elektrisches (Spannung U , Strom I). Mit der Einführung elektrischer Entsprechungen der mechanischen Komponenten lassen sich elektrische Ersatzschaltungen ableiten, die in Form eines Pseudoelektrischen Schemas (PES) mit rein elektrischen Eingangs- und Ausgangsgrößen das gleiche frequenzabhängige Verhalten zeigen wie das originale Netzwerk.

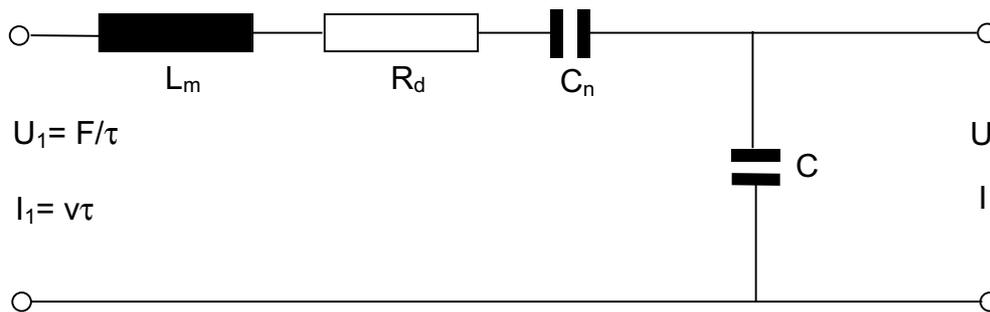
Basis für die Ableitung vom pseudoelektrischen Schema des piezoelektrischen Wandlers sind die elektrischen Entsprechungen:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F / \tau \\ v\tau \end{pmatrix}$$

Ersetzt man den Ausdruck für die skalierte, mechanische Impedanz (Masse m , Nachgiebigkeit n , Dämpfungskonstante d)

$$\frac{Z_{\text{mech}}}{\tau^2} = \frac{i\omega m}{\tau^2} + \frac{1}{i\omega n \tau^2} + \frac{d}{\tau^2} \Rightarrow Z = i\omega L_m + \frac{1}{i\omega C_n} + R_d$$

durch eine analoge, elektrische Impedanz mit gleichem Frequenzgang, so nimmt die zum vorgegebenen Gleichungssystem gehörige, elektrische Schaltung folgende Form an:



Induktivität: $L_m = m / \tau^2$ Widerstand: $R_d = d / \tau^2$ Kapazität: $C_n = n\tau^2$

Abb. 3: Pseudoelektrisches Schema (PES) des Piezowandlers

3. Simulation

Wie Abb. 1 zeigt, kommt die Dynamik des Schaltprozesses erst nach einer Zeit zum Erliegen, die deutlich größer ist als die Periodendauer der 1. Eigenschwingung des niedrig gedämpften Systems. Die Ansteuerung des Schalters mittels Sprungfunktion ist damit ungeeignet. Wesentlich bessere Ergebnisse werden dagegen mit einer, transienten Schaltfunktion folgender Struktur erreicht.

$$U(t) = U_0 \left(1 - 2\omega_0 t e^{-\omega_0 t} \right)$$

Die Amplitude des Schaltsignals wird zunächst kurzzeitig verringert, um danach wieder schnell auf ihren stationären Endwert U_0 hochgefahren zu werden. Die Schaltspannung wird aperiodisch innerhalb eines zeitlichen Intervalls variiert, dessen Dauer umgekehrt proportional zur 1. Eigenkreisfrequenz $\omega_1 = \omega_0$ des Schalters ist.

Abb. 4 zeigt die Auslenkungsgeschwindigkeit bzw. die zugehörige Entsprechung I_1 als Reaktion auf die modifizierte Schaltfunktion. Die Modellierung des Schalters unter Verwendung eines PES für den piezoelektrischen Wandler erfolgte mit der Simulationssoftware PSPICE (Version 8); die Kurven wurden wie im ersten Diagramm normiert. Die Antwort des Systems (Dämpfungsgrad $D \ll 1$) auf die optimierte, transiente Ansteuerung besitzt ihrerseits folgende mathematische Struktur:

$$I_1(t) = A\omega_0 t e^{-\omega_0 t} - B e^{-D\omega_0 t} \sin\left(\omega_0 t \sqrt{1 - D^2}\right)$$

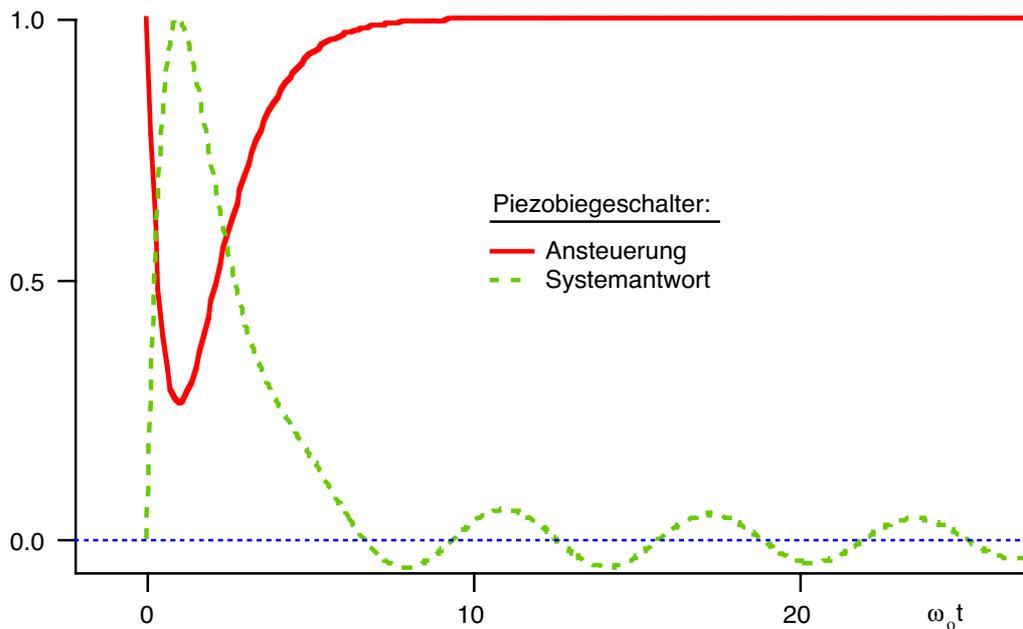


Abb. 4: Optimierte Schaltfunktion

Die Dynamik des eigentlichen Schaltvorgangs klingt innerhalb kürzester Zeit exponentiell ab und geht über in ein unkritisches, gedämpftes Nachschwingen mit einer deutlich kleineren Amplitude als die originale Sprungantwort (s. Abb. 1).

4. Piezoelektrischer Dämpfer

Die optimierte Ansteuerung des Schalters beruht auf der Analyse einer diskreten, elektrischen Schaltung mit einer Eigenkreisfrequenz, die der 1. Eigenschwingung des realen Kontinuummodells entspricht. Der Piezobieger weist in seiner Dynamik aber verschiedene Eigenschwingformen auf (s. **Abb. 5**).

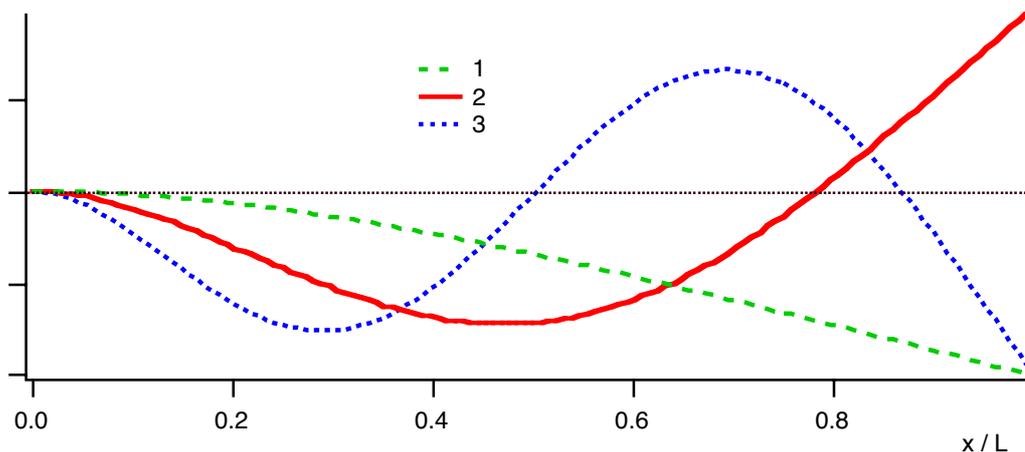


Abb. 5: Biegeeigenschwingungen

Entscheidend für ein effizientes Funktionieren des Schalters ist neben einer sinnvollen Steuerung des Schaltprozesses die Vermeidung bzw. Reduzierung möglicher, höherer Eigenschwingformen im elektromechanischen System. Dies ist dadurch erreichbar, dass der Piezobieger simultan als piezoelektrischer Dämpfer, z.B. abgestimmt auf die 2. Eigenschwingung, betrieben wird. Die Wirkungsweise des Piezodämpfers folgt aus **Abb. 6**. Das Ausgangstor des Piezowandlers, gerahmt dargestellt in Form eines PES, wird mit

einer, auf die zu unterdrückende Frequenz abgestimmten RLC-Kombination abgeschlossen.

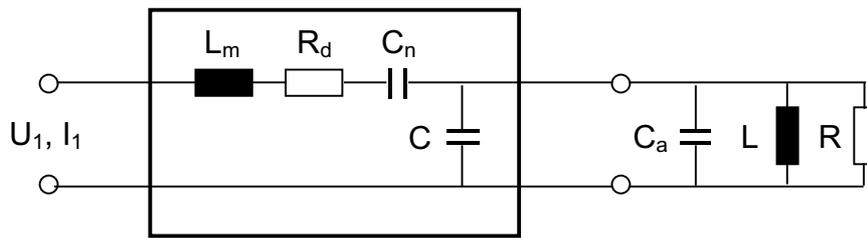


Abb. 6: Piezoelektrischer Dämpfer (PES)

Die resultierende Admittanz der Gesamtschaltung führt über die dissipative Vernichtung mechanischer Schwingungsenergie am Widerstand R zur Dämpfung der mechanischen Struktur. Es gilt:

$$\left| \frac{I_1}{U_1} \right| = \frac{C_n \omega}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4D^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \alpha \frac{g_2(\omega)}{(1 + g_1^2(\omega))}}$$

Die einzelnen Größen bedeuten:

- (I_1, U_1) pseudoelektrische Signale am Eingang des Piezowandlers
- D Dämpfungsgrad des Piezowandlers
- ω Erregerkreisfrequenz
- ω_0 Eigenkreisfrequenz der Wandlerstruktur

$$g_1(\omega) = \frac{\omega}{\omega_{RC}} - \frac{\omega_{RL}}{\omega}$$

$$g_2(\omega) = \left[(4D + \alpha) \frac{\omega}{\omega_0} + 2g_1(\omega) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 \right] \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$\alpha = \frac{C_n}{C + C_a} \frac{\omega_0}{\omega_{RC}} \quad \omega_{RC} = \frac{1}{(C + C_a)R} \quad \omega_{RL} = \frac{R}{L}$$

Abb. 7 zeigt die Frequenzgänge entsprechender Admittanzen zu unterschiedlichen RLC-Abschlußkombinationen. Im vorliegenden Fall beziehen sich die Resultate im Gegensatz zum vorausgegangenen Abschnitt auf die Eigenschwingung 2. Ordnung $\omega_2 = \omega_0$. Das Diagramm verdeutlicht mögliche Variationen im Dämpfungsverhalten einer ausgewählten, realen Anordnung.

Die gestrichelte Kurve gibt die Reaktion des Piezobiegers auf periodische Erregungen ohne dämpfenden Widerstand R wieder. Neben einer gleichmäßigen Reduzierung der Schwingungen um etwa 20% in einem begrenzten Intervall um die Eigenkreisfrequenz ω_0 (durchgezogene Kurve), sind auch wesentlich höhere Dämpfungsgrade in einem schmalbandigeren Bereich realisierbar (gepunkteter Kurvenzug).

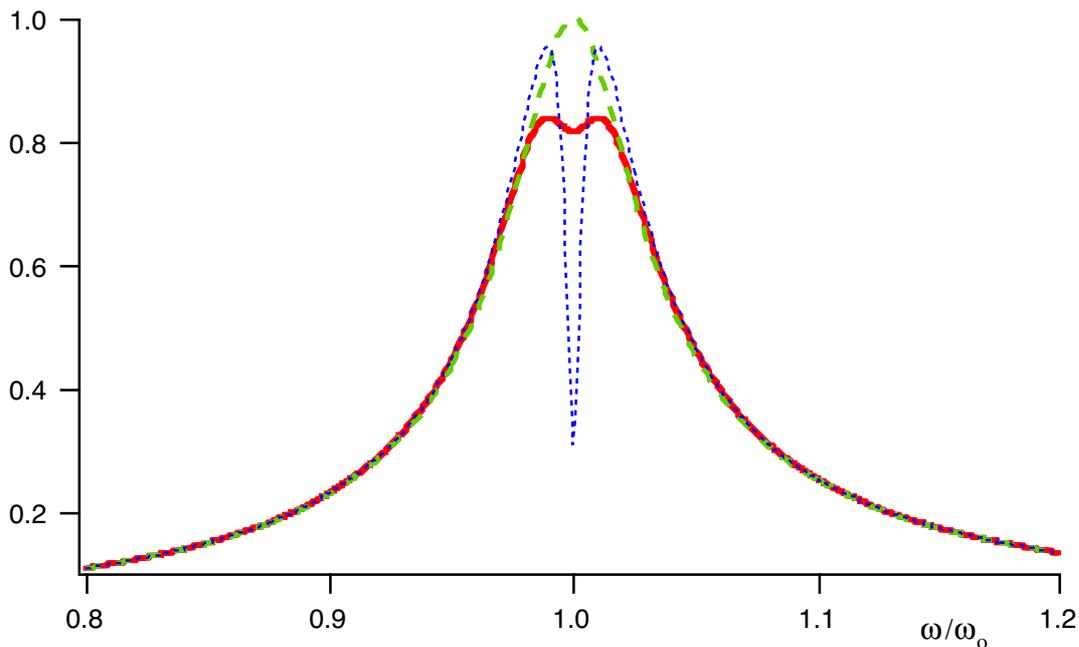


Abb. 7: Piezoelektrischer Dämpfer

Größere Konstruktionen wie z.B. Lautsprechermembranen oder sogar Snow Boards können nach dem gleichen Prinzip wie die beschriebenen Mikroaktoren lokal gedämpft werden.

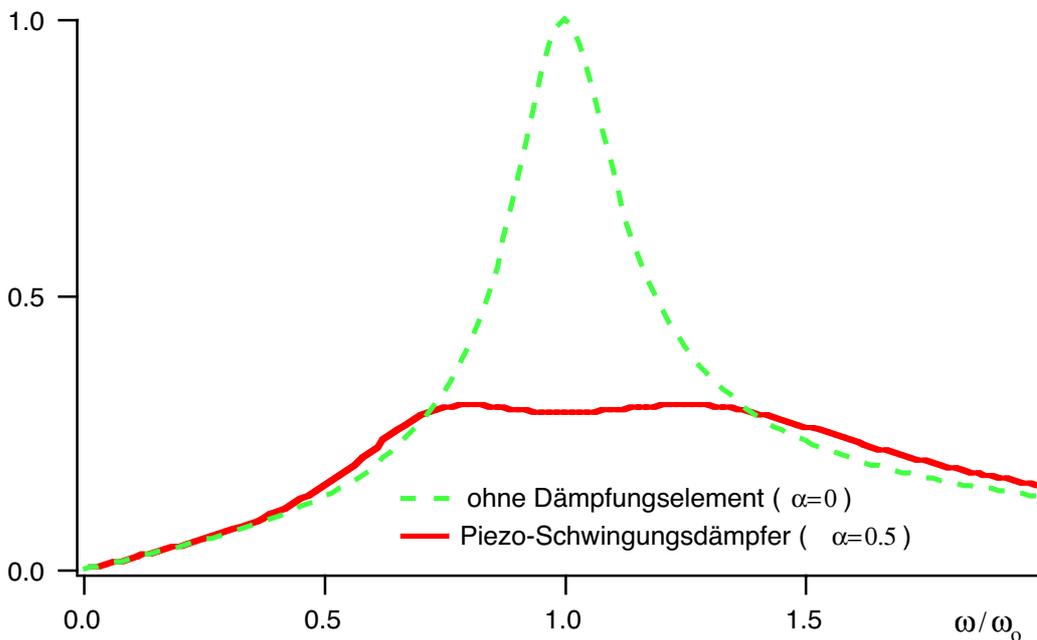


Abb. 8: Lokale piezoelektrische Dämpfung einer makroskopischen Struktur

Kompositwerkstoffe mit eingebetteten Piezoelementen in Bereichen hoher Verformungen ermöglichen in Analogie zu den vorgestellten Überlegungen die Reduzierung vorgegebener Eigenschwingformen auch in makroskopischen Strukturen. Durch die Beschränkung der Dämpfung auf lokale Bereiche mit hoher Nachgiebigkeit sind günstigere Werte des Parameters α als bei mikroskopischen Anordnungen erreichbar. Dies führt neben der stärkeren, mechanischen Eigendämpfung D des makroskopischen Bauteils zu wesentlich größeren Dämpfungswerten über einen breitbandigen Frequenzbereich (s. **Abb. 8**).

Die vorliegenden Ergebnisse basieren auf der Analyse eines mechatronischen Systems; die Kombination aus Mechanik, Elektro-, Regeltechnik und Signaltheorie gewährleistet die überschaubare Modellierung und Simulation piezoelektrischer Aktoren und Dämpfer. Damit sind prinzipielle Untersuchungen zur Optimierung entsprechender, heterogener Kompositstrukturen möglich.

Literatur- bzw. Quellenhinweise:

- [1] Will P., Lämmel B.: Kleine Formelsammlung Technische Mechanik, 2. Auflage, München, Wien, Fachbuchverlag Leipzig im Carl-Hanser-Verlag (1998) 169-175
[2] Will P.: Elektromechanische Wandler, <http://www.htwm.de/pwill/metro.pdf>

Adresse des Autors:

Prof. Dr. rer. nat. habil. Peter Will
Hochschule Mittweida
Fachbereich Medien & Elektrotechnik
Technikumplatz 17
09648 Mittweida
Tel.: 03727/581371
Fax: 03727/581634
Email: pwill@htwm.de
Homepage: <http://www.htwm.de/pwill>