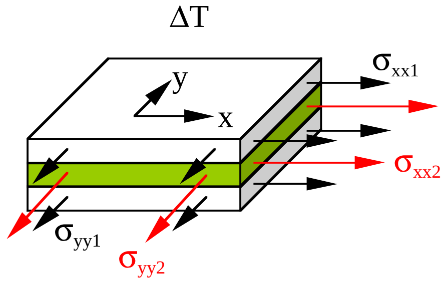
Cauchy-Gleichungen zur Thermoelastizität

$$\frac{\Delta x}{a} = \frac{1}{E_1}\left(\sigma_{xx1} - \nu_1\sigma_{yy1}\right) + \alpha_1\Delta T = \frac{1}{E_2}\left(\sigma_{xx2} - \nu_2\sigma_{yy2}\right) + \alpha_2\Delta T$$



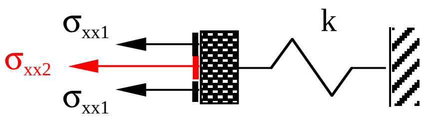
(feste Verbindung der Schichten untereinander)

$$\frac{\Delta y}{a} = \frac{1}{E_1}\left(\sigma_{yy1} - \nu_1\sigma_{xx1}\right) + \alpha_1\Delta T = \frac{1}{E_2}\left(\sigma_{yy2} - \nu_2\sigma_{xx2}\right) + \alpha_2\Delta T$$

Vorzeichenkonvention der Spannungen beachten !

Kräftebilanzen (federnd gelagerte, starre Platten)

$$\left(-2\sigma_{xx1} - \sigma_{xx2}\right)a\frac{h}{3} - \frac{k}{2}\Delta x = 0$$



$$\left(-2\sigma_{yy1} - \sigma_{yy2}\right)a\frac{h}{3} - \frac{k}{2}\Delta y = 0$$

Symmetrie

$$\Delta x = \Delta y \qquad \begin{matrix}\sigma_{xx1} = \sigma_{yy1} \\ \sigma_{xx2} = \sigma_{yy2}\end{matrix} \quad \Rightarrow$$

Reduzierung auf 3 Unbekannte (σ_{xx1} , σ_{xx2} , Δx)

$\Rightarrow$

Veränderungen des Schichtsystems (Breite, Länge)

$$\Delta x = \Delta y = a\Delta T\frac{\left(\alpha_2\frac{E_2}{1-\nu_2} + \alpha_1\frac{2E_1}{1-\nu_1}\right)}{\frac{3k}{2h} + \frac{2E_1}{1-\nu_1} + \frac{E_2}{1-\nu_2}}$$

pwill@htwm.de

Zwangsspannungen innerhalb der Einzelschichten

$$\sigma_{xx1} = \sigma_{yy1} = \Delta T \frac{E_1}{1-\nu_1} \left[\frac{(\alpha_2 - \alpha_1)\frac{E_2}{1-\nu_2} - \alpha_1 \frac{3k}{2h}}{\frac{3k}{2h} + \frac{2E_1}{1-\nu_1} + \frac{E_2}{1-\nu_2}} \right]$$

$$\sigma_{xx2} = \sigma_{yy2} = \Delta T \frac{E_2}{1-\nu_2} \left[\frac{(\alpha_1 - \alpha_2)\frac{2E_1}{1-\nu_1} - \alpha_2 \frac{3k}{2h}}{\frac{3k}{2h} + \frac{2E_1}{1-\nu_1} + \frac{E_2}{1-\nu_2}} \right]$$

pwill@htwm.de