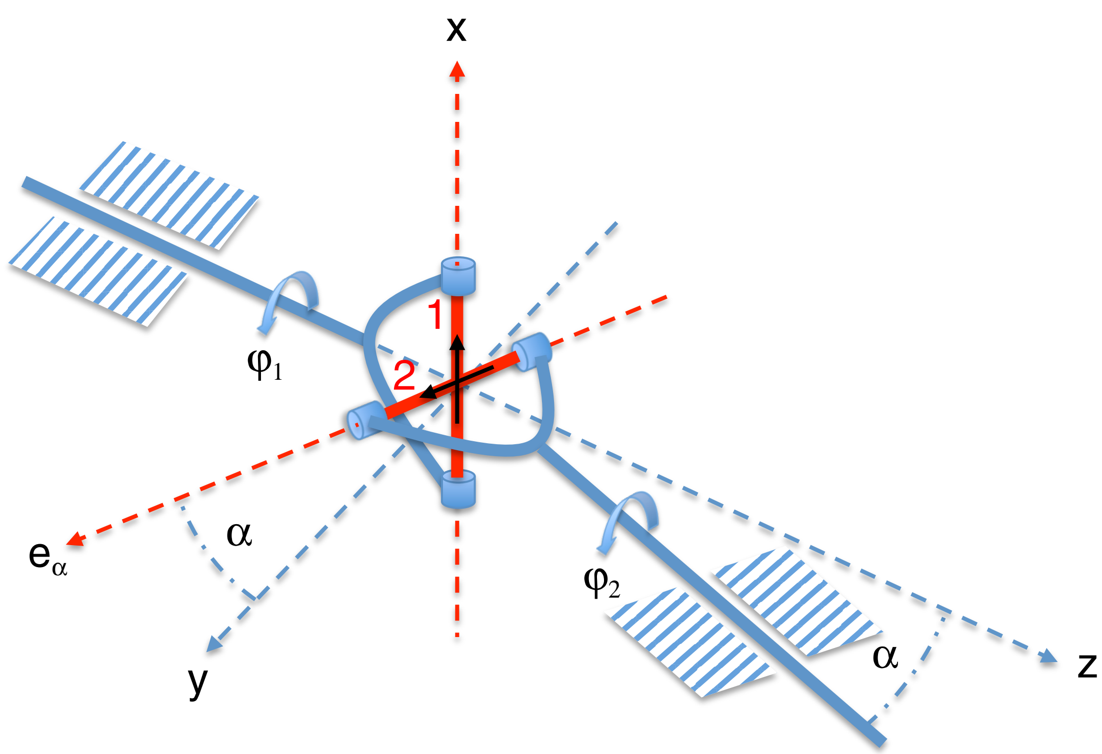
Kardangelenk

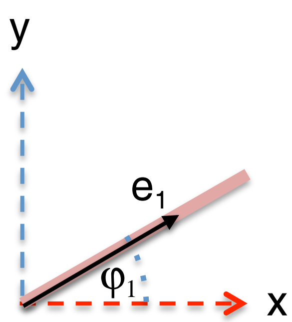


Die beiden Achsen des Kardangelenks spannen die (y,z)-Ebene auf; sie schließen den Winkel α ein. Die Verkippung der Achsen untereinander (s. Skizze) beschreibt der Einheitsvektor:

$$\vec{e}_\alpha = \vec{e}_y \cos\alpha - \vec{e}_z \sin\alpha$$

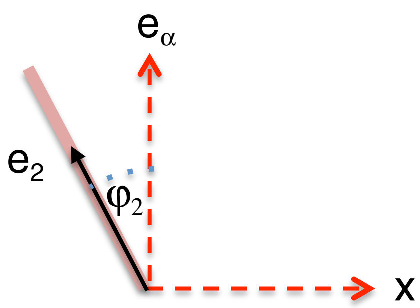
In Abhängigkeit von der Drehung φ_1 der Antriebs- bzw. der Rotation φ_2 der Abtriebs-welle nehmen die beiden Streben des starren Gelenkkreuzes folgende Lagen ein - zum einen in der globalen Ebene (x,y) :

$$\vec{e}_1(\varphi_1) = \vec{e}_y \sin\varphi_1 + \vec{e}_x \cos\varphi_1$$



zum anderen in der raumfesten Ebene (x, e_α) :

$$\vec{e}_2(\varphi_2) = \vec{e}_\alpha \cos\varphi_2 - \vec{e}_x \sin\varphi_2$$



Die Bedingung nach Orthogonalität beider Streben des in der Skizze rot markierten, starren Verbindungskreuzes

$$\vec{e}_1(\varphi_1)\vec{e}_2(\varphi_2) = 0$$

führt auf die Beziehung:

$$\sin\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos\alpha - \cos\varphi_1 \sin\varphi_2 = 0 \qquad \text{d. h.} \qquad \varphi_2 = \arctan(\cos\alpha \tan\varphi_1)$$

Die zeitliche Ableitung dieser Relation ergibt die gesuchte, kinematische Beziehung:

$$\omega_2 = \frac{\cos\alpha}{1 - \sin^2\alpha \sin^2\varphi_1}\omega_1$$

mit den Winkelgeschwindigkeiten ω_1 , ω_2 der beiden rotierenden Achsen.