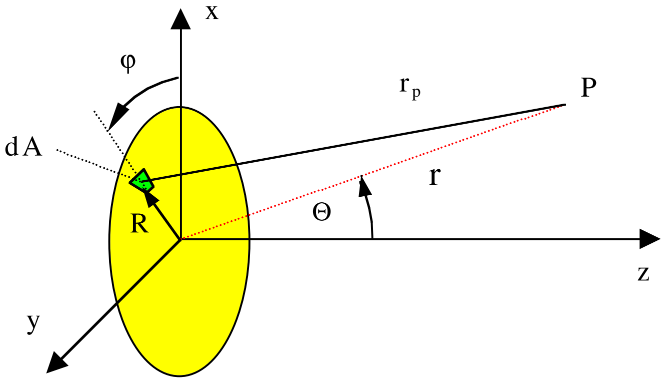
Kolbenstrahler als einfaches, akustisches Lautsprechermodell



Der Schalldruck p am Aufpunkt P wird nach dem Huygensschen Prinzip aus den Teilschall-drucken dp aller Flächenelemente dA der Membran zusammengesetzt. Der senkrecht zur Plattenebene schwingende, starre kreisförmige Kolben (Radius R_o) ist in eine abschirmende Wand eingefügt und soll nur in den rechten Halbraum (z>0) ausstrahlen.

$$dp = i\frac{\omega Z_o}{2\pi c}\frac{e^{i\omega\left(t-\frac{r_p}{c}\right)}}{r_p}vRd\varphi dR$$

Z_o Schall-Kennimpedanz
c Schallgeschwindigkeit
ω Kreisfrequenz
v Kolbenschnelle

Berücksichtigt man die geometrische Beziehung

$$r_p = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR\sin\Theta\cos\varphi} \approx r - R\sin\Theta\cos\varphi$$

für das Fernfeld (R<<r), so ergibt sich der Schalldruck aus der Integration über die gesamte Kolbenfläche

$$p = i\frac{\omega Z_o}{2\pi cr}e^{i\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}\int_0^{R_o}\int_0^{2\pi}e^{i\frac{\omega}{c}R\sin\Theta\cos\varphi}d\varphi RdR$$

Der Kolbenstrahler sendet eine modifizierte Halbkugelwelle aus, deren Schalldruck richtungs-abhängig ist; das Ergebnis lautet:

pwill@htwm.de

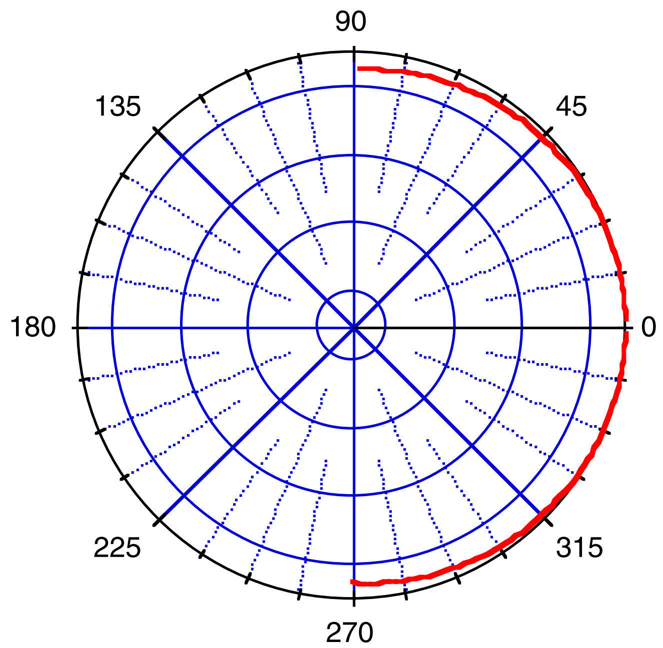
$$p(r,\Theta) = \frac{2J_1\left(\frac{\omega}{c}R_o \sin\Theta\right)}{\frac{\omega}{c}R_o \sin\Theta}\, i\frac{\omega Z_o}{2cr} R_o^2 v e^{i\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}$$

Richtungsfaktor *Halbkugelwelle*

Das Symbol J_1 steht für die Besselfunktion 1. Ordnung.

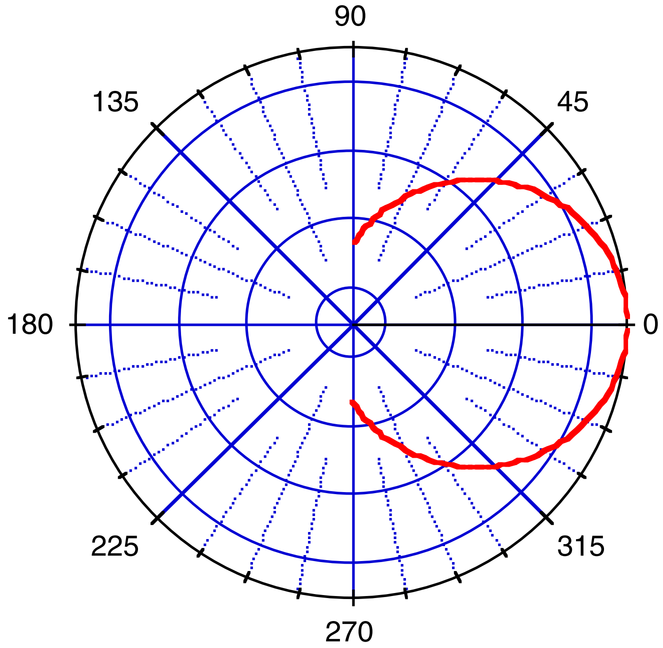
Der frequenzvariante ***Richtungsfaktor*** des Kolbenstrahlers hat den Wert:

$$\Gamma(\Theta,\omega) = \frac{2J_1\left(\frac{\omega}{c}R_o \sin\Theta\right)}{\frac{\omega}{c}R_o \sin\Theta}$$

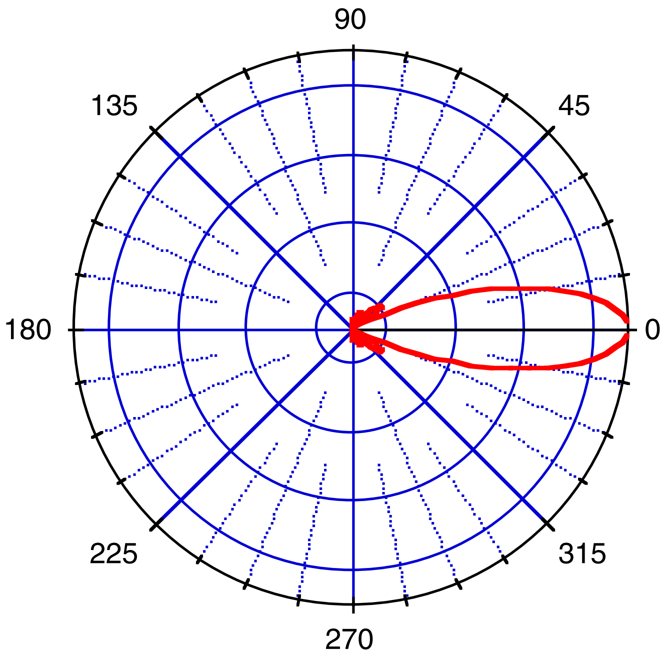


$$\frac{\omega}{c}R_o = 1$$

pwill@htwm.de



$$\frac{\omega}{c}R_o = 4$$



$$\frac{\omega}{c}R_o = 16$$

<u>Lösung:</u>
Kugelkalotte zur gleichmäßigen Abstrahlung hoher Töne

Alternativ zum Richtungsfaktor kann das ***Richtungsmaß*** verwendet werden, um das anisotrope Abstrahlverhalten von Schallsystemen zu beschreiben.

$$D(\alpha,\omega) = 20\log\Gamma(\alpha,\omega) \quad dB$$

Bei der graphischen Darstellung des Richtungsmaßes im Polardiagramm ist zu beachten, daß die Werte von D(α,ω) nicht dem vollen (normierten) Bereich $0 \le \Gamma(\alpha,\omega) \le 1$ des Richtungsfaktors zugeordnet werden können. Im allgemeinen beschränkt man sich auf das Intervall

$$\sqrt{10}\,/\,1000 \le \Gamma(\alpha,\omega) \le 1, \text{ d. h. } -50dB \le D(\alpha,\omega) \le 0dB\,.$$

Daneben existiert noch die Definition für eine Größe zur globalen Kennzeichnung der gebündelten Schallabstrahlung, der Bündelungsgrad γ.

$$\gamma(\omega) = \frac{S}{\oiint \Gamma^2(\alpha,\varphi,\omega)dS} \qquad \text{mit} \qquad dS = Rd\varphi R\cos\varphi d\alpha$$

Im allgemeinen Fall 3-achsiger Anisotropie der Schallabstrahlung ist der Richtungsfaktor Γ eine Funktion der Raumrichtung (α,φ).

Im zweiachsigen Fall reduziert sich der vorliegende Definition auf den Ausdruck:

$$\gamma(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\Gamma^2(\alpha,\omega)d\alpha}$$

Der Nenner entspricht dem Verhältnis aus gemittelter, abgestrahlter Schalleistung in der (y,z) Ebene zur entsprechenden Schalleistung eines Kugelstrahlers.

Bündelungsmaß: $d = 10\lg\gamma \quad dB$

Kugel	Acht	Niere	Superniere	Keule
0 dB	4.8 dB	4.8 dB	5.6 dB	6...10 dB

pwill@htwm.de

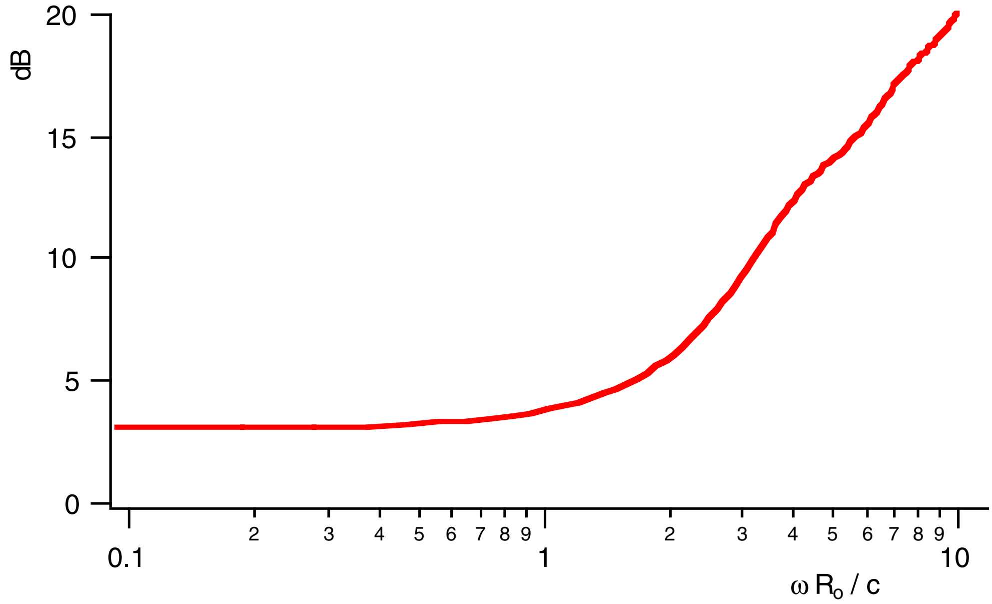
Bündelungsmaß des Kolbenstrahlers

$$d = 10\lg \frac{S}{\oiint \Gamma^2 dS} \quad dB$$

Der Kolbenstrahler sendet nur in einen Halbraum; die Definition des Bündelungsmaßes geht vom Vergleich mit einem Kugelstrahler aus, der in den gesamten Raum abstrahlt.

Die Integration führt auf den Wert:

$$d = 10\lg \frac{(\omega R_o / c)^2}{1 - \dfrac{J_1(2\omega R_o / c)}{\omega R_o / c}} \quad dB$$



Bündelungsmaß

pwill@htwm.de

Die abgestrahlte akustischeWirkleistung der Kolbenplatte hat den Wert:

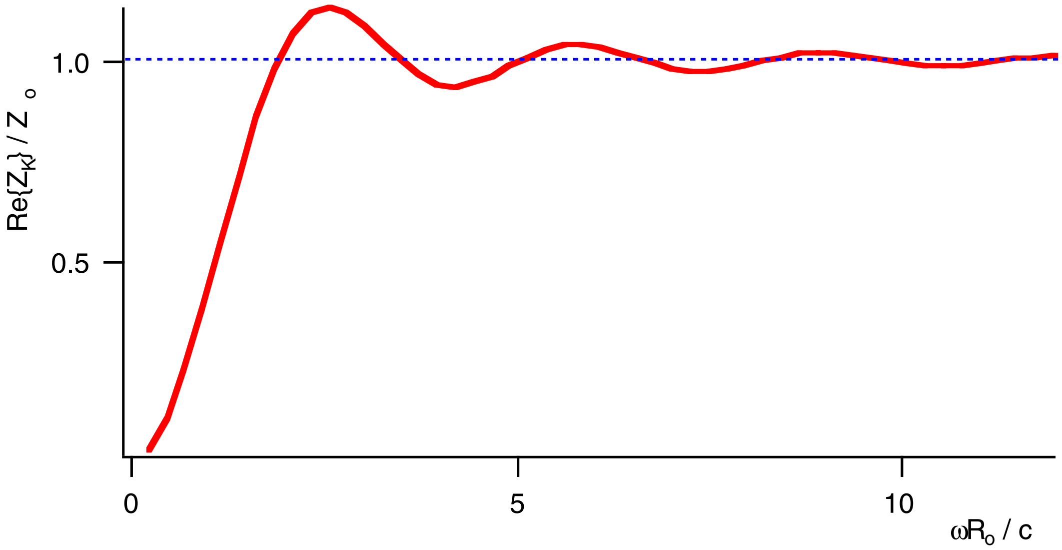
$$P_{ak} = \frac{1}{2}\hat{v}^2 S \operatorname{Re}\{Z_K\}$$

$\hat{v}$ Amplitude der Plattenschnelle
S Kolbenfläche

Die Luft, in der die Kolbenplatte schwingt, setzt letzterer einen Widerstand (Strahlungsimpedanz) entgegen. Der Realteil der Strahlungsimpedanz Z_K folgt aus der Beziehung:

$$\operatorname{Re}\{Z_K\} = Z_o\left(1 - \frac{J_1(2\omega R_o / c)}{\omega R_o / c}\right)$$

Z_o Schall-Kennimpedanz



Strahlungswiderstand (Kolbenstrahler)

Unterhalb der Frequenz $\omega = c/R_o$ tritt kaum eine wirksame Schallabstrahlung auf. Wie beim Kugelstrahler folgt das umgebende Medium Luft in diesem Frequenzbereich einfach den Bewegungen des Kolbens, ohne dabei wesentlich komprimiert zu werden.