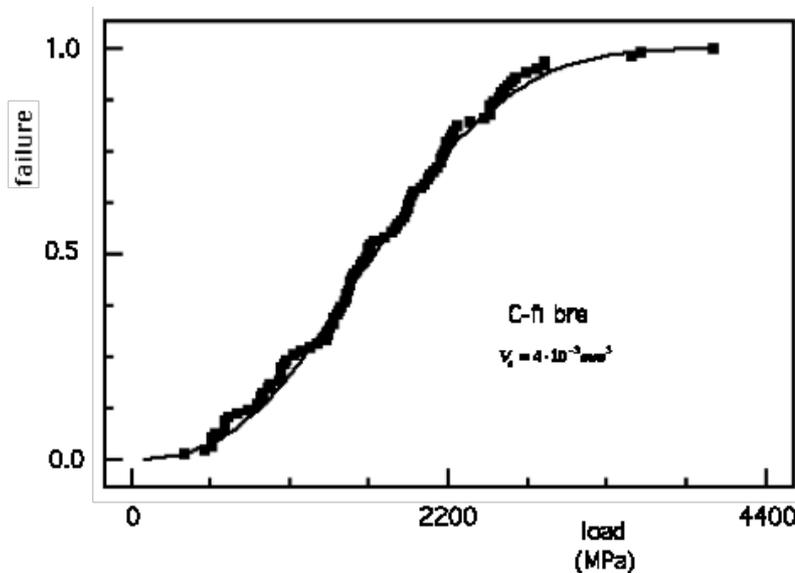


Mechanische Zuverlässigkeit von Mikrostrukturen

Eine Besonderheit von Werkstoffen der Mikrosystemtechnik, zu denen Substratmaterialien wie Si, SiON, SiO₂, SiC, Si₃N₄, GaAs, Al₂O₃, ... ebenso gehören wie Funktionskeramiken (Piezo-, Ferroelektrika, ...), besteht darin, dass sie i. Allg. spröde sind und stochastisch verteilte Festigkeiten aufweisen. Ein Beispiel für derartiges Materialverhalten zeigt die folgende Abbildung, welche die gemessene Festigkeitsverteilung von Kohlenstofffasern wiedergibt.



Auffällig ist die Tatsache, dass einige Fasern bereit bei einer Belastung von wenigen MPa versagen, während die besten Fasern innerhalb der Charge Festigkeitswerte aufweisen, die deutlich über denen hochfester Stähle liegen. Diese Tatsache ist bei Planung, Produktion und Vertrieb von Mikrosystemen unbedingt zu beachten.

Wie Versuche weiter zeigen, unterscheiden sich mittlere Festigkeiten einzelner Chargen bei unterschiedlichen Probenvolumina. Nach theoretischer Überlegungen gilt in diesem Zusammenhang folgende formelmäßige Beziehung:

$$\frac{\bar{\sigma}(V_1)}{\bar{\sigma}(V_2)} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{1}{m}} \quad \text{Festigkeitswerte volumenbezogen} \quad (1)$$

Die vorliegende Gleichung besagt, dass Miniaturisierungen, die mittleren Festigkeiten mechanischer Strukturen verbessern, vorausgesetzt die Technologie zur Herstellung derartiger Mikrostrukturen erzeugt keine zusätzlichen, mechanischen Fehler im Material.

Mathematisch wird die Festigkeit spröder Werkstoffe mit der sogenannten Weibullverteilung beschrieben; die Versagenswahrscheinlichkeit von Bauteilen mit inhomogenen Spannungsfeldern hat den Wert:

$$P_v(F) = 1 - \exp \left[- \frac{1}{V_o} \iiint_V \left\{ \frac{\sigma(x, y, z, F) - \sigma_c}{\sigma_o} \right\}^m \theta(\sigma - \sigma_c) dV \right] \quad (2)$$

$$\theta(\sigma - \sigma_c) = \begin{cases} 1 & \sigma \geq \sigma_c \\ 0 & \sigma < \sigma_c \end{cases}$$

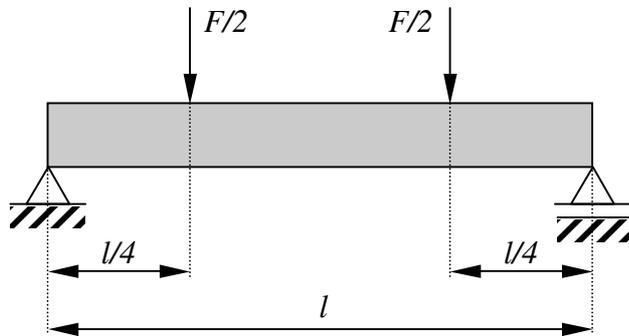
$\sigma(x, y, z, F)$ lokale, versagensrelevante Spannung

F	Betriebslast
m	Formparameter
σ_o	Skalenparameter (Referenzfestigkeit)
σ_c	Schwellwert
V	Probenvolumen
V_o	Referenzvolumen bei Messung von σ_o

Ziel des Versuches "Mechanische Zuverlässigkeit von Mikrostrukturen" ist es, Form- und Skalenparameter der Festigkeitsverteilung eines ausgewählten Modellmaterials experimentell zu ermitteln, und damit die Versagenswahrscheinlichkeit von zwei, unterschiedlichen Sensorelementen bei vorgegebener Belastung vorauszusagen. Aus Gründen der Vereinfachung wird von einer 2-parametrischen Weibullverteilung ausgegangen. Der Schwellwert σ_c wird näherungsweise dem Wert Null gleichgesetzt.

Die Messung erfolgt an 4-Punkt-Biegeproben mit der Universalprüfmaschine Zwick 1446.

Es gelten folgende Beziehungen:



2 - parametrische Weibull - Verteilung ($\sigma_c=0$)

$$P_v(F) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{F}{F_o} \right)^m \right] \quad (3)$$

F_o Probenspezifische Referenzlast

Referenzfestigkeit des Materials

$$\sigma_o = \frac{3LF_o}{4bh^2} \left(\frac{4(1+m)^2}{2+m} \right)^{-\frac{1}{m}} \quad (4)$$

b Breite des Probenquerschnitts

h Höhe des Probenquerschnitts

mittlere, probenspezifische Biegefestigkeit

$$\bar{\sigma}_{4PB} = \sigma_o \left(\frac{4(1+m)^2}{2+m} \right)^{\frac{1}{m}} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \quad (5)$$

relative, probenspezifische Streuung der Festigkeit

$$\frac{\Delta\sigma_{APB}}{\bar{\sigma}_{APB}} = \left[\frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Γ Gaußsche Gammafunktion (s. math. Tabellen oder Taschenrechner: $\Gamma(1+\xi) = \xi!$)

Die eigentliche experimentelle Ermittlung der Festigkeitsparameter geschieht nach folgendem Muster: Zunächst werden die Versagenslasten aller Proben einer Charge gemessen; vorausgesetzt sind gleiche Probenvolumina V_o . Nach dem Ordnen der experimentellen Festigkeitswerte

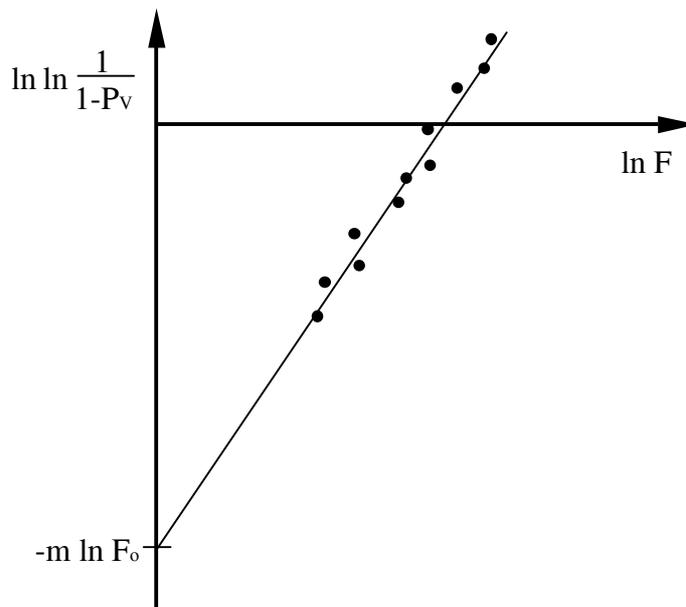
$$F_1 < F_2 < F_3 < \dots < F_i < \dots < F_n$$

ergibt sich eine Schätzung der Versagenswahrscheinlichkeit zur Last F_i gemäß folgender Beziehung:

$$P_v(F_i) \approx \frac{i - \frac{3}{8}}{n + \frac{1}{4}} \quad \text{n - Stichprobenumfang} \quad (n > 50) \quad (7)$$

Die so gemessenen Wertepaare (F_i, P_v) werden mittels einer quasilinearen, gewichteten Regression an die theoretische Gleichung (3) angepasst.

$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - P_v(F_i)} \right) \right] = m \ln(F_i) - m \ln(F_o) \quad (8)$$



Eine intelligente Wichtung der Messwerte ist notwendig, um die Überbewertung von Daten an den Rändern der Verteilung infolge der Linearisierung (8) zu kompensieren.

Formparameter m und Regressionsparameter F_o ergeben sich aus Anstieg und Achsenabschnitt der Ausgleichsgeraden. Der Wert des Skalenparameters σ_o zur zugehörigen Festigkeitsverteilung nach Weibull wird unter Verwendung der Beziehung (4) aus der probenspezifischen Referenzlast F_o berechnet. Es ist zu beachten, dass die materialspezifische Festigkeit σ_o gemäß Gleichung (1) an das Referenzvolumen V_o der Probe gebunden ist.

Die mechanischen Zuverlässigkeiten folgender Applikationen sollen im Versuch analysiert werden:

a) Mikrozunge (Einzellast F am freien Ende)



Versagenswahrscheinlichkeit

$$P_V(F) = 1 - \exp \left[- \frac{1}{2(1+m)^2} \frac{V}{V_o} \left(\frac{6lF}{bh^2\sigma_o} \right)^m \right] \quad (9)$$

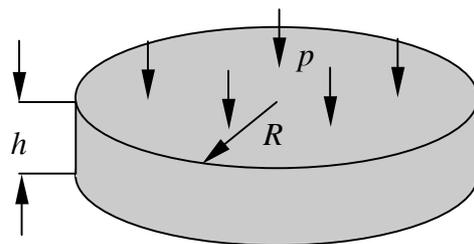
V Probenvolumen

V_o Referenzvolumen bei Messung von σ_o

probenspezifische mittlere Biegefestigkeit

$$\bar{\sigma}_B = \sigma_o \left(2(1+m)^2 \frac{V_o}{V} \right)^{\frac{1}{m}} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \quad (10)$$

b) kreisförmige Elektrode unter Druckbelastung



Versagenswahrscheinlichkeit (radiale Spannung)

$$P_V(p) = 1 - \exp \left[- \frac{V}{V_o} \left\{ \frac{(2)^{m+1} + (1+\nu)^{m+1}}{2(m+1)^2(3+\nu)} \right\} \left(\frac{3pR^2}{8h^2\sigma_o} \right)^m \right] \quad (11)$$

ν Querdehnzahl des Materials

P Druck

Praktikum Mikrosystemtechnik Versuch Festigkeitsverteilung nach Weibull

Aufgabe:

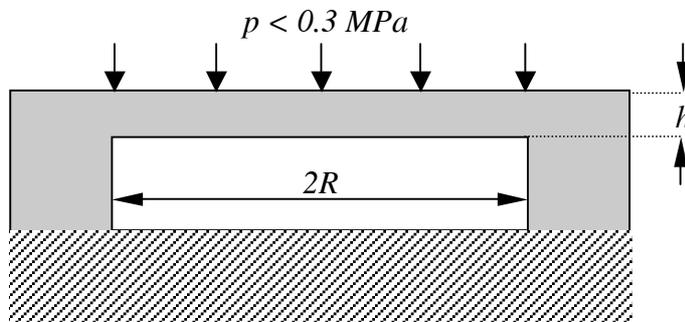
Experimentelle Ermittlung des Skalen- und Formparameters einer 2-parametrischen Festigkeitsverteilung nach Weibull sowie der mittleren Festigkeit und der relativen Streuung der Festigkeit für ein vorgegebenes sprödes Modellmaterial mittels 4-Punkt-Biegeproben an der Universalprüfmaschine Zwick 1446

Unter Beachtung der experimentell ermittelten Festigkeitsverteilung des Modellmaterials sind folgende Kenngrößen ausgewählter, mikromechanischer Grundstrukturen vorherzusagen:

- a) Versagenswahrscheinlichkeit einer Mikrobiegezugung (Formel 9), mittlere Biegefestigkeit (Formel 10)

Abmessungen: $l=1\text{ mm}$, $b=100\text{ }\mu\text{m}$, $h=150\text{ }\mu\text{m}$,
Belastung: $F=100\text{ mN}$ (Einzellast am freien Ende)

- b) Versagenswahrscheinlichkeit eines mikromechanischen, kapazitiven, kreisförmigen Drucksensors (Formel 11)



$\nu = 0.37$ (Querdehnzahl) $R = 1\text{ mm}$ $h = 25\text{ }\mu\text{m}$

- c) Protokollierung des Versuchs und der Ergebnisse

Literatur:

Willp., Lämmel B., Kleine Formelsammlung Technische Mechanik, 4. Auflage (2007), München, Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, p 180-187

Prof. Dr. rer. nat. habil. Peter Will
Fachbereich Medien
Hochschule Mittweida
Tel.: 03727/581371
email: pwill@htwm.de
homepage: <http://www.htwm.de/pwill>