Eulersche Gleichungen:

$$\boxed{\begin{aligned} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} - (J_2 - J_3)\omega_2\omega_3 &= M_1 \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} - (J_3 - J_1)\omega_3\omega_1 &= M_2 \\ J_3 \frac{d\omega_3}{dt} - (J_1 - J_2)\omega_1\omega_2 &= M_3 \end{aligned}}$$

J_1 , J_2 , J_3	Massenträgheitsmomente im körpereigenen Hauptachsensystem (1,2,3)
$\omega_1, \omega_2, \omega_3$	Koordinaten der Winkelgeschwindigkeit des rotierenden, körpereigenen Hauptachsensystems (1,2,3)
M_1 , M_2 , M_3	Koordinaten des resultierenden, äußeren Moments

Momentenfreier Kreisel:

- stabile Rotation um die Achse 1 mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_1
- kleine Störungen $\delta\omega_2, \delta\omega_3$ —>0

$$\begin{aligned} J_1\dot{\omega}_1 - (J_2 - J_3)\delta\omega_2\delta\omega_3 &= 0 \quad (1) \\ J_2\delta\dot{\omega}_2 - (J_3 - J_1)\omega_1\delta\omega_3 &= 0 \quad (2) \\ J_3\delta\dot{\omega}_3 - (J_1 - J_2)\omega_1\delta\omega_2 &= 0 \quad (3) \end{aligned}$$

Die Gleichung (1) ist nach den Voraussetzungen näherungsweise erfüllt.
(stabile Rotation um die Achse 1, d. h.: $\dot{\omega}_1 \to 0 \quad , \quad \delta\omega_2, \delta\omega_3 \to 0$)

Die Kombination der Gleichungen (2) und (3) wird zur Elimination der Variablen $\delta\omega_3$ genutzt.

$$\delta\dot{\omega}_3 = \frac{(J_1 - J_2)}{J_3}\omega_1\delta\omega_2 \quad (3)$$

$$J_2\delta\ddot{\omega}_2 + \frac{(J_1 - J_2)(J_1 - J_3)}{J_3}\omega_1^2\delta\omega_2 \approx 0 \quad (2,3)$$

$$\delta\ddot{\omega}_2 + \lambda^2\delta\omega_2 = 0 \qquad \text{mit } \lambda^2 = \frac{(J_1 - J_2)(J_1 - J_3)}{J_2 J_3}\omega_1^2$$

Die allgemeinen Lösungen der obigen (Schwingungs-)Differentialgleichung unterscheiden sich für reelle oder imaginäre Werte von λ.

$$\delta\omega_2(t) = \begin{cases} C_1 \sin \lambda t + C_2 \cos \lambda t & \left(\lambda^2 > 0\right) \\ C_1 e^{\tilde{\lambda} t} + C_2 e^{-\tilde{\lambda} t} & \left(\lambda^2 = -\tilde{\lambda}^2 < 0\right) \end{cases}$$

Nur die erste, periodische Lösung bleibt zeitlich begrenzt. Stabile Rotation des momentenfreien Kreisels ist nur dann möglich, wenn gilt:

$\left(J_1 - J_2\right)\left(J_1 - J_3\right) > 0$ → stabile Rotation um die Achse 1

Der Kreisel muss sich um die Achse des größten oder kleinsten Massenträgheitsmomentes im körpereigenen Hauptachsensystem drehen.