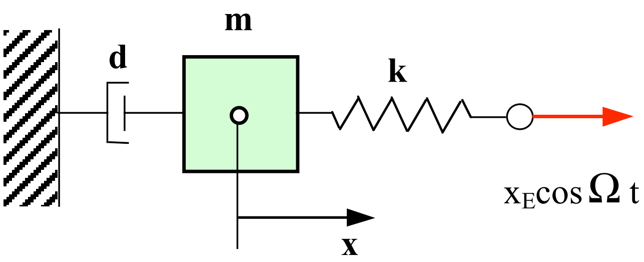
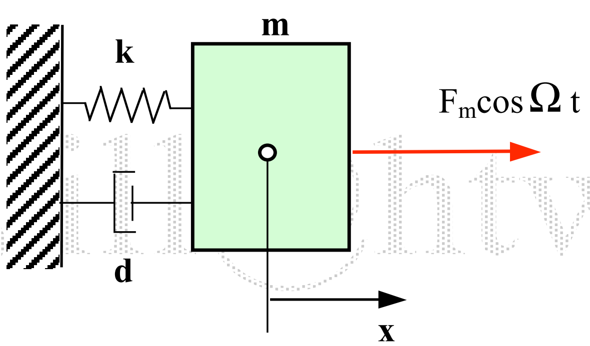
Elektromechanische Analogien

Erregung über Masse oder Feder

$$m\ddot{x} = -kx - d\dot{x} + F_E(t)$$

m	schwingende Masse
k	Federkonstante
d	Dämpfungskonstante
F_E	erregende Kraft





Harmonische Erregung

$$F_E(t) = kx_E \cos\Omega t = F_m \cos\Omega t$$

k	Federkonstante
Ω	Erregerkreisfrequenz
x_E	Erregeramplitude

Standardisierte Schwingungsgleichung

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega^2 x = \omega^2 x_E \cos\Omega t \qquad x(t) = x_H(t) + x_P(t)$$

$x_H(t)$ freie gedämpfte Schwingung
(Lösung der homogenen Differenzialgleichung)

Partikularlösung

$$x_P(t) = V_F x_E \cos(\Omega t - \alpha)$$

Abklingkonstante

$$\delta = \frac{d}{2m}$$

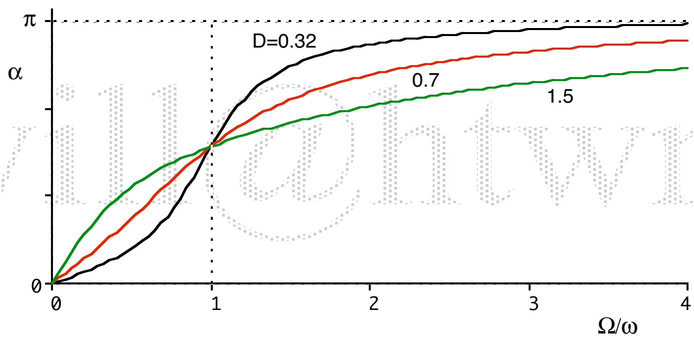
Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Phasenverschiebung (Phasen-Frequenzgang)

$$\tan\alpha = \frac{2D\frac{\Omega}{\omega}}{1-\frac{\Omega^2}{\omega^2}}$$

D Dämpfungsgrad
Ω Erregerkreisfrequenz
ω Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung



Vergrößerungsfunktion (Amplituden-Frequenzgang)

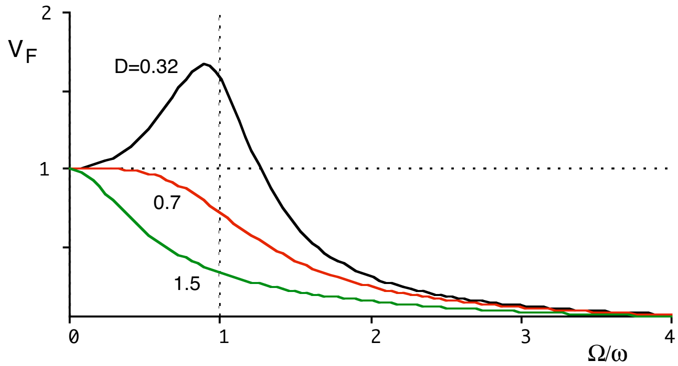
$$V_F = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2\frac{\Omega^2}{\omega^2}}}$$ (s. Diagramm)

D Dämpfungsgrad
Ω Erregerkreisfrequenz
ω Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

Dämpfungsgrad

$$D = \frac{\delta}{\omega}$$

δ Abklingkonstante
ω Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung



Vergrößerungsfunktion im Resonanzfall
($D^2 < 0.5$)

$$V_{F\max} = V_F\left(\Omega^*\right) = \frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$$

D	Dämpfungsgrad
ω	Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

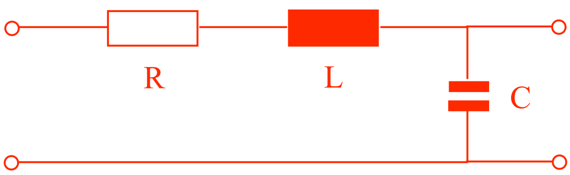
Resonanzkreisfrequenz

$$\Omega^* = \omega\sqrt{1-2D^2}$$

D	Dämpfungsgrad
ω	Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

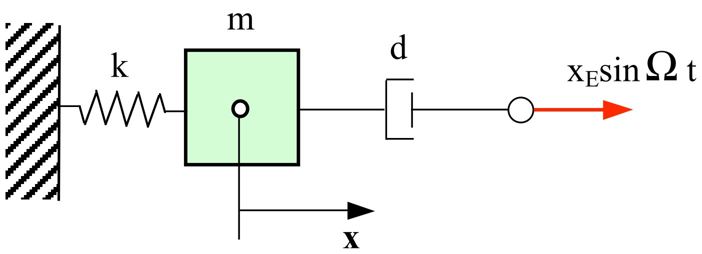
Elektromechanische Analogie

Tiefpassfilter 2. Ordnung



$$\boxed{R \Leftrightarrow d \quad L \Leftrightarrow m \quad C \Leftrightarrow n = \frac{1}{k}}$$

Erregung über Dämpfer



$$m\ddot{x} = -kx - d\left(\dot{x} - \dot{x}_D\right)$$

m	schwingende Masse
k	Federkonstante
d	Dämpfungskonstante

Harmonische Erregung

$$x_D\left(t\right) = x_E \sin \Omega t$$

Ω	Erregerkreisfrequenz
x_E	Erregeramplitude

Standardisierte Schwingungsgleichung

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega^2 x = 2\delta\Omega x_E \cos \Omega t$$

$$x\left(t\right) = x_H\left(t\right) + x_P\left(t\right)$$

$x_H\left(t\right)$	freie gedämpfte Schwingung (Lösung der homogenen Differenzialgleichung)

Partikularlösung

$$x_P\left(t\right) = V_D x_E \sin\left(\Omega t - \beta\right)$$

Abklingkonstante

$$\delta = \frac{d}{2m}$$

d	Dämpfungskonstante
m	schwingende Masse

Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

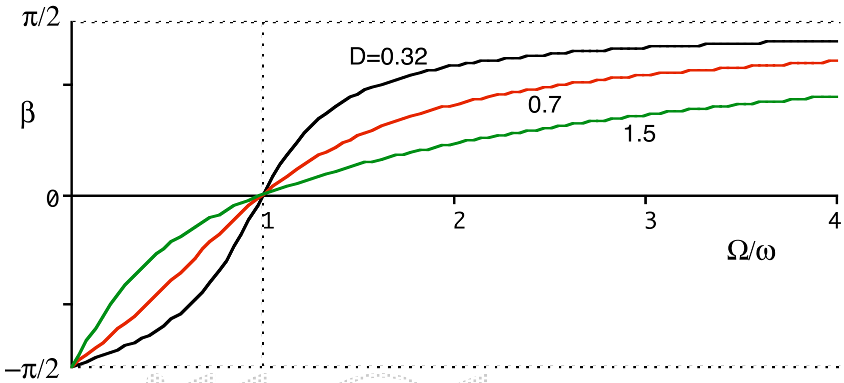
k	Federkonstante

m	schwingende Masse

Phasenverschiebung (Phasen-Frequenzgang)

$$\tan \beta = \frac{\frac{\Omega^2}{\omega^2} - 1}{2D\frac{\Omega}{\omega}}$$

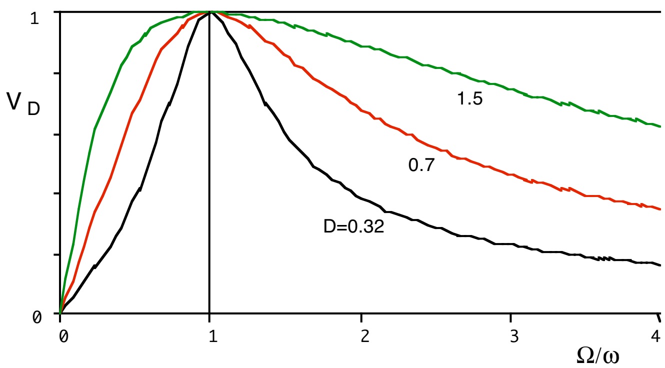
D	Dämpfungsgrad
Ω	Erregerkreisfrequenz
ω	Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung



Vergrößerungsfunktion (Amplituden-Frequenzgang)

$$V_D = \frac{2D\frac{\Omega}{\omega}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2\frac{\Omega^2}{\omega^2}}}$$

D	Dämpfungsgrad
Ω	Erregerkreisfrequenz
ω	Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung



Dämpfungsgrad

$$D = \frac{\delta}{\omega}$$

δ Abklingkonstante

ω Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

Vergrößerungsfunktion im Resonanzfall

$$V_{D\max} = V_D\left(\Omega^*\right) = 1$$

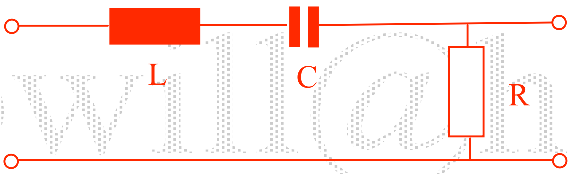
Resonanzkreisfrequenz

$$\Omega^* = \omega$$

ω Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

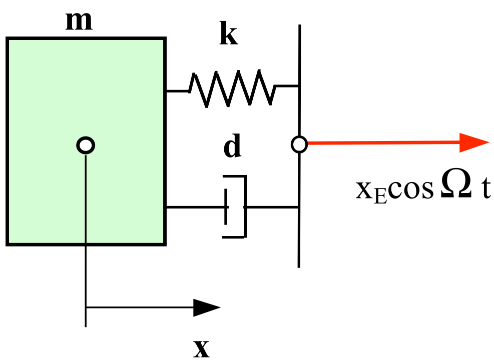
Elektromechanische Analogie

Bandpass



$$\boxed{R \Leftrightarrow d \quad L \Leftrightarrow m \quad C \Leftrightarrow n = \frac{1}{k}}$$

Erregung über Gehäuse oder Fundament



$$m\ddot{x} = -k\left(x - x_G\right) - d\left(\dot{x} - \dot{x}_G\right)$$

m	schwingende Masse
k	Federkonstante
d	Dämpfungskonstante

Harmonische Erregung

$$x_G\left(t\right) = x_E \cos\Omega t$$

Ω	Erregerkreisfrequenz
x_E	Erregeramplitude

Standardisierte Schwingungsgleichung

$$\ddot{\zeta} + 2\delta\dot{\zeta} + \omega^2\zeta = \Omega^2 x_E \cos\Omega t$$

Differenzkoordinate (Masse – Gehäuse)

$$x\left(t\right) - x_G\left(t\right) = \zeta\left(t\right) = \zeta_H\left(t\right) + \zeta_P\left(t\right)$$

$\zeta_H\left(t\right)$	freie gedämpfte Schwingung (Lösung der homogenen Differentialgleichung)

Partikularlösung (Differenzkoordinate)

$$\zeta_P\left(t\right) = V_{GD} x_E \cos\left(\Omega t - \alpha\right)$$

Abklingkonstante

$$\delta = \frac{d}{2m}$$

d	Dämpfungskonstante
m	schwingende Masse

Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

k Federkonstante
m schwingende Masse

Dämpfungsgrad

$$D = \frac{\delta}{\omega}$$

δ Abklingkonstante
ω Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

Phasenverschiebung (Phasen-Frequenzgang)
Differenzkoordinate

$$\tan\alpha = \frac{2D\frac{\Omega}{\omega}}{1-\frac{\Omega^2}{\omega^2}}$$

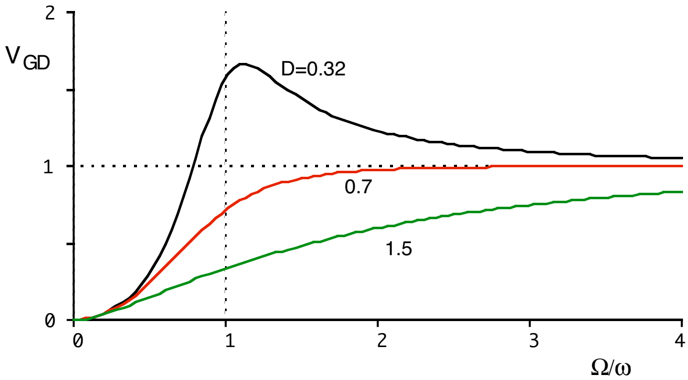
D Dämpfungsgrad
Ω Erregerkreisfrequenz
ω Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

Vergrößerungsfunktion (Amplituden-Frequenzgang)
Differenzkoordinate

$$V_{GD} = \frac{\frac{\Omega^2}{\omega^2}}{\sqrt{\left(1-\frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2\frac{\Omega^2}{\omega^2}}}$$

(s. Diagramm)

D Dämpfungsgrad
Ω Erregerkreisfrequenz
ω Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung



Vergrößerungsfunktion im Resonanzfall ($D^2 < 0.5$)

$$V_{GD\max} = V_{GD}\left(\Omega^*\right) = \frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$$

D Dämpfungsgrad

Resonanzkreisfrequenz

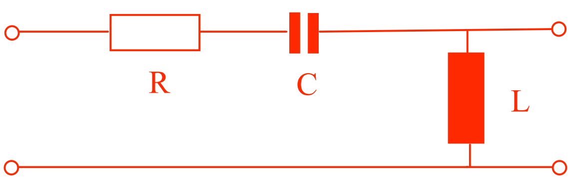
$$\Omega^* = \frac{\omega}{\sqrt{1-2D^2}}$$

D Dämpfungsgrad

ω Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

Elektromechanische Analogie

Hochpassfilter 2. Ordnung



$$\boxed{R \Leftrightarrow d \quad L \Leftrightarrow m \quad C \Leftrightarrow n = \frac{1}{k}}$$